代數教科書

五十三号

明治十八年四月出刊

代數教科書

攻玉社藏版

攻玉社出版印

改板代數教科書緒言

一　本書原板ハ編輯甚タ怱遽ナリシヲ以テ或ハ重複ノ條或ハ不急ノ條或ハ序次ノ整ハザル條等コレアリ故ニ之ヲ改竄スルヿ左ノ如シ

一　原板第三十五條ニ函數ノ解アリト雖モ本書中ニ用フル所ナシ故ニ之ヲ省ク

一　方程式應用問題ノ中賭博ノ遊戯ニ係ルモノハ總テ之ヲ改ム

一　冪數開方及ビ開方略術ノ條ハ筭術教科書ニ載スル所ト重複スルヲ以テ之ヲ省ク

一　原板雜問六ノ中ヨリ二元二次方程式解法及ビ二次式ノ論ニ係ルモノヲ取テ第一巻ノ末ニ雜問六ヲ加フ是レ第一巻ノミヲ修ムル者ノ便ニ供スルナリ

一　第二巻ノ末ニ載スル諸法雜問ノ中第百問迄ハ總テ第一巻ノ法ニテ解スベキ題ナリ故ニ之ヲ第一巻ノ末ニ加フ是レ亦第一巻ノミヲ修ムル

者ノ便ニ供スルナリ

一 原板雜問六ノ中比例以下記數法ニ至ル迄ノ問題ニ兩三題ヲ增補シテ雜問七トナス

一 常分數分解法ノ條ハ英人「チャンブル」氏著ス所ノ代數學ノ法便ナルヲ覺フ故ニ之ヲ改ム

一 多項法及ヒ對數ノ問題各兩三題ヲ增補ス

明治十八年一月

編者識

代數教科書

緒言

一 此書原本ハ米國數理學士「ロビンソン」氏ノ著ス所ノ「ニウ、ユニヷォルシチー、アルゼブラ」ト題スル者ナリ然レトモ主意同社ノ少年輩ノ學業ヲ助クルニ在ルヲ以テ譯書ヲ讀ム者ニ不急ナル所ハ間之ヲ削ル者アリ其他私意ヲ以テ改竄スル者左ノ如シ

（一）一次方程式解法ノ末ニ誤謬アリ故ニ之レヲ削ル

（二）二次方程式問題强弱二燈ノ光力ヲ論スル條誤謬アリ故ニ之レヲ訂正ス

（三）比例及ヒ順錯列ノ論簡ニ過キタルカ如シ故ニ之レヲ廢シ英人「トードホントル」氏ノ著ス所ノ「アルゼブラ、フォール、ベギンナル」ト題スル書中ヨリ取テ之レヲ補フ

（四）本書二項法ヲ載セテ多項法ヲ載セズ故ニ「トードホントル」氏ノ「アルゼブラ」ヨリ取テ之ヲ補フ

（五）泛段數法循還級數ノ論足ラサル所アルヲ覺フ故ニ註釋ヲ

代數教科書

緒言

一此書原本ハ米國數理學士「ロビンソン」氏ノ著ス所ノ「ニウ、ユニヴォルシチー、アルゼブラ」ト題スル者ナリ然𪜈主意同社ノ少年輩ノ學業ヲ助クルニ在ルヲ以テ譯書ヲ讀ム者ニ不急ナル所ハ間之ヲ刪ル者アリ其他私意ヲ以テ改竄スル者左ノ如シ

(一)一次方程式解法ノ末ニ誤謬アリ故ニ之レヲ刪ル

(二)二次方程式問題强弱二體ノ光力ヲ論スル條誤謬アリ故ニ之レヲ訂正ス

(三)比例及ヒ順錯列ノ論僅ニ過キタルカ如シ故ニ之レヲ廢シ英人「トードホントル」氏ノ著ス所ノ「アルゼブラ、フォール、ベギンナル」ト題スル書中ヨリ取テ之レヲ補フ

(四)本書二項法ヲ載セテ多項法ヲ載セズ故ニ「トードホントル」氏ノ「アルゼブラ」ヨリ取テ之ヲ補フ

(五)泛設數法循還級數ノ論足ヲサル所アルヲ覺フ故ニ註釋ヲ

者ノ便ニ供スルナリ

一原板雜問六ノ中比例以下記數法ニ至ル迄ノ問題ニ兩三題ヲ增補シテ雜問七トナス

一常分數分解法ノ條ハ英人「チャンブル」氏著ス所ノ代數學ノ法便ナルヲ覺フ故ニ之ヲ改ム

一多項法及ヒ對數ノ問題各兩三題ヲ增補ス

明治十八年一月　編者識

加ヘテ之レヲ詳ニス

〔六〕本書連分數不定方程式ヲ載セズ故ニ英人「チャンブル」氏ノ「アルゼブラ」ヲ抄譯シテ類數ノ後ニ加フ

〔七〕迦但氏三次方程式ノ論足ラザル所アリ故ニ之レヲ增補ス

〔八〕本書又四次方程式ノ解法ヲ載セズ故ニ英人「トードホントル」氏ノ著ス所ノ「セヲリー、オフ、エクエーション」ト題スル書中ヨリ取テ之レヲ補フ

一問題ハ學者ノ習熟ノ爲メニ設タル者ナレバ多キヲ便トス是ヲ以テ諸書ヨリ蒐輯シテ之レニ充ツ

一譯語ハ宋楊輝算法、算學啓蒙、數學啓蒙、代數術、數學會社雜誌、及ヒ皇朝算學諸書ヲ參考シテ之レヲ定ムト雖モ譯例ナキ者ハ私意ヲ以テ之レヲ命ス故ニ文字穩當ナラザル者アラン又世間通用ノ譯ト文字同クシテ意義異ナル者之レアリ凡ソ此ノ如キ者ハ一々之レカ釋義ヲ載ス讀者諒セヨ

明治十五年一月

田中矢德識

代數教科書卷一目錄

加ヘテ之レヲ詳ニス
〔六〕本書連分數不定方程式ヲ載セズ故ニ英人「チャンブル」氏ノ「アルゼブラ」ヲ抄譯シテ級數ノ後ニ加フ
〔七〕迦但氏三次方程式ノ論足ラザル所アリ故ニ之レヲ增補ス
〔八〕本書又四次方程式ノ解法ヲ載セス故ニ英人「トードホンタル」氏ノ著ス所ノ「セヲリー、オフ、エクエーシヨン」ト題スル書中ヨリ取テ之レヲ補フ

一問題ハ學者ノ習錬ノ爲メニ設クル者ナレバ多キヲ便トス是ヲ以テ諸書ヨリ蒐輯シテ之レニ充ツ

一譯語ハ宋楊輝算法、算學啓蒙、數學啓蒙、代數術、數學會社雜誌、及ヒ皇朝算學諸書ヲ參考シテ之レヲ定ムト雖モ譯例ナキ者ハ私意ヲ以テ之レヲ命ス故ニ文字穩當ナラザル者アラン又世間通用ノ語ト文字同クシテ意義異ナル者之レアリ凡ソ此ノ如キ者ハ一々之レカ釋義ヲ載ス讀者諒セヨ

明治十五年一月

田中矢德識

代數教科書巻一目錄

代數教科書卷一

東京　田中矢德　編輯
東京　鈴木長利　校算
三重　近藤眞琴　校閲

○代數式諸算法

釋義并記法

第一條　何ヲカ量ト云フ曰ク其多寡即チ値ヲ測算スベキモノ是レナリ設令バ距離ノ如ク空際ノ如ク秤量ノ如ク運動ノ如ク歳月ノ如シ此餘限リナシ

註　距離ハ遠近ヲ測ルベク空際ハ廣狹ヲ測ルベク秤量ハ輕重ヲ權ルベク運動ハ遲速ヲ測ルベク歳月ハ早晩ヲ計ルベシ是故ニ此五者ノ如キ類ヲ量ト云フ

凡ソ量ノ値ヲ測ルノ法ハ同物一定ノ量ヲ算數ノ基ト定メ之ヲ數基ト名ツケ此量ヲ以テ彼量ニ比較シテ彼量ハ此數基ノ幾倍ニ相當シ或ハ幾分ニ相當スルヲ發見スルナリ

註　水銀ヲ量ルニ斗ヲ以テ將シ路程ヲ測ルニ里ヲ以テ將ス其斗ト曰ヒ里ト曰フ者亦皆水銀路程ノ一定量ナルノミ此ニ由テ以テ水銀ノ多少ヲ知リ路程ノ遠近ヲ知ル是レ即チ算數ノ根本術語數基ナリ

第二條　數學ハ量ノ本質并ニ彼此關係スルノ理ヲ考究スルノ科ナリ此學科一種ノ用言并ニ符號ヲ作リ以テ量ノ多少及ヒ算法ヲ示ス其容體大別シテ三トナス今之ヲ左ニ示サントス

註　設令バ一尺ノ布ヲ度テ日ニ其半ヲ取レバ萬世竭ルナシ是レ尺度ノ本質ナリ此類ノ理ヲ論ズルハ量ノ本質ヲ論ズルナリ又諸量ノ異同ヲ論シ大小ヲ究メ或ハ此量増減スル時彼量亦從テ消長スルノ理ヲ論ズルノ類ハ量ノ關係ヲ論ズルナリ又術ニ加減ノ名アリ乘除ノ稱アルガ如ク量ニ尺寸ノ名

アリ片爾ノ稱アルノ類ハ數學科ノ用管ナリ

第一　度量之符號

算術ノ數字公解法ニ用フル諸式并ニ幾何學ニ用フル圖ヲ度量之符號ト云フ

第二　算法之符號

加減乘除等ノ算法ヲ示ス所ノ符號ヲ算法之符號ト云フ

第三　關係之符號

兩量ノ適等大小等ヲ顯ス符號及ヒ論理中用フル所ノ諸式ヲ關係之符號ト云フ

第三條　代數學ハ數學中ノ一科ナリ論中量ヲ顯スニ西國ノ字元ヲ用ヒ算法及ヒ關係ヲ顯スニ符號ヲ用フ故ニ代數記法ヲ用フルハ數學ノ階梯ノ解法ヲ簡易ニシテ公通ナラシメント欲スルニ外ナラズ是故ニ代數學ハ猶ホ公法算術ト云フガゴトシ

度量之符號

第四條　代數ハ代數學科ノ符號ヲ以テ顯ス所ノ量ナリ代數ニ二類アリ一ヲ已知數ト云ヒ他ヲ未知數ト云フ

第五條　已知數ハ已ニ其價ノ多少ヲ知レルモノ是レナリ此數著シ數字ニテ顯スニアラザレバ西國字元ノ初位 a b c 等ヲ以テ之ヲ顯ス

第六條　未知數ハ求メ得ント欲スル所ノ數ナリ此數ヲ顯スニ西國字元ノ末位 x y z 等ヲ用フ

第七條　前條ニ述ルガ如ク量ヲ顯スニ通例細小ナル伊太利字ヲ以テス然レ𪜈之ニ加フルニ標頭字A B C D X Y Z 等ヲ以テスル了尠カラズ

凡ソ解中連續シタル量同ジ關係ヲ具有スルモノアラバ同元ヲ以テ之ヲ顯シ標點ヲ字元ノ右肩ニ記シテ其一ナラザルヲ示ス了アリ設令バ a' a'' a''' 等ト記スルノ類ナリ之ヲ讀テ a 第一 a 第二 a 第三 a 等ト曰フ或ハ標點ヲ置カズシテ細數字ヲ字元ノ右脚ノ下ニ記スル了アリ設令バ a a_1 a_2 a_3 等ト記スルガ如シ

算法之符號

第八條　加法ノ號ハ[＋]ヲ用フ是レ其後ニ記スル量ヲ以テ其前ニ記スル量ニ加フル了ヲ示スナリ設令バ $a+b$ 此ノ如ク記スル片ハ b ヲ以テ a ニ加フル了ヲ示スナリ讀テ a ニ加フ b ト云フ

第九條　減法ノ號ハ[－]ヲ用フ是レ其後ニ記スル量ヲ其前ニ記スル量ヨリ減スル了ヲ示スナリ設令バ $a-b$ 此ノ如ク記スル片ハ b ヲ a ヨリ減スル了ヲ示スナリ讀テ a ヨリ減ズ b ト云フ或ハ又 $-b+a$ 此ノ如ク記スルモ猶ホ b ヲ a ヨリ減スル了ヲ示スナリ

兩量ノ大小ヲ知ラザル片此兩量ノ差ヲ顯サントセバ差號[∼]ヲ兩量ノ間ニ置クベシ

第十條　量ノ前ニ[±]ヲ置テ此量ヲ以テ他ノ量ニ加フベク又減ズベキヲ顯ス此符號ハ同量連合ノ訣竅二件ヲ一式ニテ示スナリ設令バ $a\pm b$ ハ $a+b$ ト $a-b$ トノ兩式ニ同シ讀テ a ニ加減ス b ト云フ

第十一條　乘法ノ號ハ[×]ヲ用フ是レ其前後ナル兩數ヲ相乘スル了ヲ示スナリ設令バ $a\times b$ 此ノ如ク記スル片ハ a ニ b ヲ乘ズル了ヲ示スナリ讀テ a ニ乘ズ b ト云フ或ハ又一點[・]ヲ以テ乘號ニ代用スル了アリ設令バ $3.x.y$ 此ノ如ク記スルガ如シ是レ亦 $3\times x\times y$ 此ノ如ク記スルモノト意義同一ナリ

字元ニテ顯ス所ノ量ノ乘法ハ通例乘號ヲ置カズシテ諸乘子ヲ連記ス設令バ $3abc$ 此ノ如ク記スルモノハ $3\times a\times b\times c$ 或ハ $3.a.b.c$ 此ノ如ク記スルモノト意義同一ナリ然リト雖モ二三ノ乘子數字ナル片ハ此

記法用ヒ難シ是レ 3×4 ニテ乘號ヲ省ケバ34トナリ三十四ヲ顯スモノト間違キ故ナリ但シ相乘スベキ各數ヲ乘子ト云ヒ相乘シテ得ル所ノ數ヲ乘積或ハ積ト云フ又文字ニテ顯ス所ノ乘子ヲ字乘子ト云ヒ數字ニテ顯ス所ノ乘子ヲ數乘子ト云フ

第十二條　除法ノ號ハ[÷]ヲ用フ是レ其後ニ記スル量ヲ以テ其前ニ記スル量ヲ除スルコヲ示スナリ設令バ $a\div b$ 此ノ如ク記スル片ハ b ヲ以テ a ヲ除スルコヲ顯スナリ或ハ又 $\frac{a}{b}$ 此ノ如ク記スルモ b ヲ以テ a ヲ除スルコヲ顯スナリ

第十三條　同數ヲ乘子トシテ連乘スル片連乘ノ次數ヲ示スニ乘子ノ右肩ニ次數ノ細字ヲ記ス之ヲ乘方號ト云フ設令バ a^5 此ノ如ク記スル片ハ a ヲ五次連乘シタル乘積ヲ顯スナリ故ニ $aaaaa$ 此ノ如ク記スルモノト意義同一ナリ

同數ヲ連乘スル片此數ヲ根數ト云ヒ連乘シテ得ル所ノ乘積ヲ冪數ト云ヒ連乘ノ次數ヲ顯ス所ノ數ヲ乘指數ト云フ設令バ a^5 此ノ如キ式ナレバ a ハ根數 a^5 ハ冪數ニシテ之ヲ a ノ五乘冪ト云ヒ 5 ハ此五乘冪ノ乘指數ナリ若シ又量ノ右肩ニ乘指數ヲ具有セザル片ハ一ヲ省略セシモノト知ルベシ

冪數ノ乘指數ハ通例略シテ根數ノ乘指數ト云フ設令バ a^5 ニ於テ 5 ヲ a ノ乘指數ト云フノ類ナリ

第十四條　開方號又根數號ト云フハ[√]ヲ用フ是レ其後ニ記スル量ノ某根數ヲ示スナリ而シテ根數ノ次號卽チ開指數トハ根數號ノ上ニ記スル所ノ數字ヲ云フナリ設令バ $\sqrt[3]{a}$ 此ノ如ク記スル片ハ a ノ立方根ヲ示ス式ニシテ $\sqrt[4]{a}$ 此ノ如ク記スル片ハ a ノ四乘根ヲ示ス式ナリ餘ハ此例ニ倣テ知ルベシ若シ又根數號ノ上ニ開指數ヲ具有セザル片ハ二ヲ省略セシモノト知ルベシ設令バ $\sqrt{a}$ 此ノ如ク記スル片ハ a ノ平方根ヲ顯スナリ

分指數ヲ以テ開方號ニ代用スルコアリ但シ分子ヲ一トシ開指數ヲ分母トスルナリ設令バ $a^{\frac{1}{3}}$ 此ノ如ク記スルモノハ a ノ立方根ヲ顯スモノニシテ $\sqrt[3]{a}$ ト意義同一ナリ

分指數ヲ用テ乘方ト開方トヲ管スコアリ但シ分子ハ乘指數ニシテ分母ハ開指數ナリ設令バ $a^{\frac{3}{4}}$ 此ノ如ク記スルモノハ a ノ三乘冪ノ四乘根ヲ顯スモノニシテ $\sqrt[4]{a^3}$ 此ノ如ク記スルモノト意義同一ナリ

○關係之符號

第十五條　相等號ハ[=]ヲ用フ是レ其前後ニ記スル兩量相等シキコヲ示スナリ設令バ $a=b+c$ 此ノ如ク記スル片ハ a ト b c ノ和ト等シキコヲ顯スナリ此ノ如キ式ヲ方程式ト云フ

第十六條　不等號ハ[>]或ハ[<]ヲ用フ是レ其前後ニ記スル兩量等シカラザルコヲ示ス但シ尖頭ニ在ルモノ少量ニシテ角邊ノ內ニ在ルモノ多量ナリ角邊左方ニ開ケバ讀デヨリ大ト云ヒ尖頭左方ニ向ヘバ讀デヨリ小ト云フ設令ハ $a>b$ 此ノ如ク記スル片ハ a ノ b ヨリ大ナルコヲ顯シ $a+c<d$ 此ノ如ク記スル片ハ a ト c ノ和ニヨリ小ナルコヲ顯スナリ

第十七條　括號ハ變弧( )屈綫[ ]綫形{ }横線—— 縱線｜ヲ用フ是レ其內ニ包含スル諸數ヲ總括シテ一個トナリ設令バ $(a+b-c)x$ $[a+b-c]x$ $\{a+b-c\}x$ $\overline{a+b-c}\times x$ 或ヒ $\left.\begin{array}{r}a\\+b\\-c\end{array}\right|x$ ハ何レモ $a+b-c$ ニ x ヲ乘ズルコヲ顯スナリ

又一式中ニ數種ノ括號ヲ用フル片ハ通例屈綫ヲ以テ變弧ヲ包ミ綫形ヲ以テ屈綫ヲ包ム設令バ $\{a-a[a-b(a+d)]+e\}$ 此ノ如ク記スルノ例ナリ

第十八條　連續號ハ連點ヲ用フ此號ハ一定ノ法則ニ從テ限リナク連續スル數ヲ示スナリ設令バ $a+a^2+a^3+a^4+a^5+\cdots\cdots$ 此ノ如ク記スルノ例ナリ

代數式

第十九條　代數式ニ一元ナルモノアリ或ハ數元ヲ乘子トシテ一種ノ量トナルモノアリ或ハ一量數箇ニ分ル、モノアリ然ルトキハ其一箇ヲ項ト名ヅク

第二十條　是故ニ代數式ノ項ハ加號十ト減號一トニテ分チタル一箇ナリ設令バ $5a+2b^2-cx$ 此ノ如キ式ハ三項ヲ具フ即チ $5a$ ハ首項ナリ $2b^2$ ハ次項ナリ cx ハ尾項ナリ

第二十一條　加號ヲ具スル項ヲ正數ノ項ト云フ設令バ $+2a$ 或ハ $+2c^2d$ 此ノ如シ代數式ノ首項若シ正負號ヲ具セザルトキハ正號ヲ省略シタルモノト知ルベキ

第二十二條　減號ヲ具スル項ヲ負數ノ項ト云フ設令バ $-3a$ 或ハ $-2a^2x^2$ 此ノ如シ負號ハ決シテ省略スルコトナシ

第二十三條　量ノ前ニ置テ本量ノ幾倍ヲ顯スモノヲ登數ト云フ設令バ $3x$ ニ於テ3ハ x ノ登數ニシテ x ヲ三倍スルコヲ顯スナリ由テ $3x$ ハ $x+x+x$ ト意義全ク同ジ又 $4ax$ ニ於テ4ハ ax ノ登數ナリ或ハ又 $4a$ ヲ x ノ登數ト視做スコヲ得又 $5(a+b)$ ニ於テ5ハ $a+b$ ノ登數ナリ項若シ登數ナキトキハ一登ト知ルベシ

第二十四條　正數ノ項ノ登數ハ量ノ幾倍ヲ加フベキヲ示シ負數ノ項ノ登數ハ量ノ幾倍ヲ減ズベキヲ示ス設令バ $+3a=+a+a+a$ $-3a=-a-a-a$ ナリ

第二十五條　字乘子同一ニシテ其間乘冪數亦同一ナル諸項ヲ類項ト云フ而シテ正負號ト登數トノ異同ニ係ルコトナシ設令バ $2x^2$ ト $7x^2$ トハ類項ナリ又 $2axd^2$ ト $-5axd^2$ トモ類項ナリ

第二十六條　字乘子不同ナル諸項或ハ字乘子同一ナルモ其乘冪數不同ナル諸項ヲ異項ト云フ設令バ axy ト ayz トハ異項ナリ又 $3x^2y$ ト $3xy^2$ トモ異項ナリ

第二十七條　一項式ハ一項ヲ以テ作レル代數式ナリ設令バ $3x$ 或ハ $-7axy$ 此ノ如シ

第二十八條　多項式ハ二項以上多項ヲ以テ作レル代數式ナリ設令バ $a+y$ 或ハ $4a^2-3x+m$ 此ノ如シ

第二十九條　二項式ハ二項ヲ以テ作レル代數式ナリ設令バ $a+b$ 或ハ $3x-a$ 此ノ如シ

第三十條　餘數式ハ二項式ノ尾項負數ナルモノナリ設令バ $a-b$ 或ハ $4x-3y$ 此ノ如シ

第三十一條　三項式ハ三項ヲ以テ作レル多項式ナリ設令バ $x+y+z$ 或ハ $7a-3b^2+d^2$ 此ノ如シ

第三十二條　項ノ次數トハ項ニ具有スル字乘子ノ數ヲ云フナリ乘指數ハ乘子ノ數ヲ顯スモノナルガ故ニ項ノ次數ハ項ニ具有スル字乘子ノ乘指數ノ合計ニ等シ設令バ x ト $5y$ トハ一次ノ項ナリ又 a^2 ト $4ab$ トハ二次ノ項ナリ又 a^2b ト $3xy^2$ ト $3xyz$ トハ皆三次ノ項ナリ

第三十三條　同次式トハ式中ノ諸項ノ次數皆等シキモノヲ云フナリ設令バ $a^3-5a^2y+3xyz$ 此ノ如シ

公理

第三十四條　左ニ擧スル十一件ノ理ハ代數學諸法ノ由テ起ル所ノ大本ナリ

第一　等シキ量ニ同ジ量或ハ等シキ量ヲ加フレバ所得ノ合計亦等シ

第二　等シキ量ヨリ同ジ量或ハ等シキ量ヲ減ズレバ所得ノ餘量亦等シ

第三　等シキ量ニ同ジ量或ハ等シキ量ヲ乘ズレバ所得ノ乘積亦等シ

第四　等シキ量ヲ同ジ量或ハ等シキ量ニテ除スレバ所得ノ除商亦等シ

第五　量ニ同ジ量ヲ加減スルモ其值故ノ如シ

第六　量ニ同ジ量ヲ乘除スルモ其値故ノ如シ

第七　一ノ量ニ等シキ諸量ハ亦交互ニ等シ

第八　等シキ量ノ同シ冪數ハ亦等シ

第九　等シキ量ノ同ジ根數ハ亦等シ

第十　全ハ其分ヨリ大ナリ

第十一　全ハ諸分ノ和ニ等シ

代數式記法問題

第一　一數aノ自乘ニ他ノ數bノ四倍ヲ加ヘタル合計ノ代數式ヲ問フ

第二　兩數x yノ相乘積七倍ヨリ他ノ一數zノ立方五倍ヲ減ゼタル餘數ノ代數式ヲ問フ

第三　一數aノ平方十二倍ヨリ他ノ一數bノ立方五倍ヲ減ゼタル餘數ヲaト第三數cトノ合計ニテ除シタル商ノ代數式ヲ問フ

第四　工夫一日ノ工銀ヲd錢トセバ六日ノ工銀ヲ顯ス代數式如何

第五　一隊ノ軍人直方形ニ列ス其前面a人ヲ列シ伍ヲ重ヌルヿb段ナリ以テ問フ一隊ノ人數ヲ顯ス代數式如何

第六　一工夫アリ一週間ニ作工スルヿ四日ニシテ一日ノ工銀c圓ナリト云フ以テ問フ七週間ノ工銀ヲ顯ス代數式如何

第七　直方體ノ箱アリ長a寸濶b寸高c寸ナリ以テ問フ此箱ノ容積ヲ顯ス代數式如何

第八　三人倶ニ所有銀ヲ論スルアリ甲ノ所有ハm圓ニシテ乙ノ所有ハ甲ニm倍シ丙ノ所有ハ乙ノ所有ヨリd圓ヲ減ゼタル餘銀ノ三倍ニ當レリト云フ由テ問フ丙ノ所有銀ヲ顯ス代數式如何

第九　一商賈アリb羊ヲ買ヒ其價平均一頭m圓ナリト云フ由テ問フ此商賈ノ費資銀ヲ顯ス代數式如何

第十　或人三區地ヲ所有ス地形皆平方ニシテ四邊何レモmロッドナリ由テ問フ三區地ノ總積幾何エーカーナルヤ但シ一百六十平方ロッドヲ一エーカートス

第十一　或人直方形ノ地ヲ所有ス東西aロッド南北bロッドニシテ已ニ二エーカーヲ賣レリト云フ由テ問フ此人ノ當時所有スル地積ヲ顯ス代數式如何

第十二　一船アリ貨物a樽ヲ載ス每一樽價m圓ナリ此船航海中暴風ニ逢テb樽ヲ失フ加之餘品亦品位下リ一樽ノ價d圓ヲ減セリト云フ由テ問フ總餘品ノ價ヲ顯ス代數式如何

第十三　一農アリc畝ノ田ヲ所有ス其地一畝ノ價b圓ナリ今之ヲm男一女ニ等分セント欲ス由テ問フ一子ノ所得ヲ顯ス代數式如何

第十四　商賈n名結社シテ業ヲ營ムアリ其合資本c圓ナリ其初年b圓ヲ獲利シ次年d圓ヲ損失シ第三年ノ末ニ至テ本年ノ資本ニ二倍セシヲ發見セリ斯ニ於テ社ヲ解キ各商本銀及ヒ利銀ヲ分配セント欲ス由テ問フ各商ノ收銀ヲ顯ス代數式如何

代數式配數

第三十五節　代數式ノ數値ハ諸元ニ數値ヲ配シ算法ノ符號ニ從テ之ヲ約セハ則チ得其例左ノ如シ

例　設令バ $a=30,\ b=25,\ c=28$ ナレバ代數式 $(a^2-bc)a$ ノ値如何

解曰　$(a^2-bc)a=(30\times30-25\times28)\times30=(900-700)\times30=200\times30=6000$ 答

○問題

$a=12,\ b=10,\ c=8,\ d=2,\ m=6,\ n=5$ ナレバ左ノ九式ノ値各幾何

第一　a^2-bc.

第二　$(a+bc)m$.

第三　$am+c^2-md^2$.

第四　$(a+b)m-(c+d)n$.

第五　$[4a^2-(3b^2-2c)]d$.

第六　$(a^2-b)(b^2-c)$.

第七　$\frac{1}{n}(4a-c)$.

第八　$\frac{2b^2+c^2}{md^2}\times(a-c)$.

第九　$\frac{3acm-(b^2+2c)}{2b+n}+\frac{a^2-d^2}{3a-c}$.

$a=8,\ b=6,\ c=4,\ d=2,\ m=3,\ n=1$ ナレバ左ノ十三式ノ値各幾何

第十　$\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{a+b+c+d}$.

第十一　$(6a^2m-4m^2d)(m^2-7n)$.

第十二　$\frac{(5m+2b)d^2}{a+b+c+d+m+n}$.

第十三　$\left\{\frac{5a}{c}-\frac{3c}{d^2}\right\}c$.

第十四　$\{2d(a^2d-m^2)-2(5b^2+4m)+c\}d^2$.

第十五　$\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{m^2-c(n+1)+1}$.

第十六　$\frac{1}{m}\left\{\frac{cm^2}{a}+\frac{d^2-1}{m^2-b}\right\}$.

第十七　$\frac{1}{c}\left\{\left[a+2c\times m-d^2\right]n-2(ab+m^2)\right\}$.

第十八　$\left\{\frac{a}{b}+\frac{m}{c}+\frac{d}{m}\right\}b$.

第十九　$\frac{abcd+a+b+c+d}{m+n}$.

第二十　$\left\{\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right\}+\left\{\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right\}$.

第二十一　$\frac{6a^2-22a+18}{a^3-6a^2+11a-6}$.

第二十二　$\frac{1}{a-1}+\frac{2}{a-2}+\frac{3}{a-3}$.

正負號之意義

第三十六節　正號ト負號トハ算法ノ符號トシテ已ニ講明セリ即チ前ノ號ハ加法ヲ示シ後ノ號ハ減法ヲ示スナリ故ニ正號若シクハ負號ヲ具スル一項ニ就テ論スレバ正數ノ項ハ加量ト視做シ負數ノ項ハ減量ト視做スナリ然レ今此所ニ於テハ此兩號ノ意義唯此二ニ止ル故ニ正數ノ項ト負數ノ項トハ其義相反スルコ明カナリ後チ又第百五十八節ニ於テ對揚ノ意義ヲ具フル度量ハ皆正號ト負號トニテ分別スベキコヲ示サントス

註　對揚ノ意義ヲ具フル度量トハ高低前後左右等ノ如キ類ナリ

第三十七節　代數式ノ算法ヲ定メント欲セバ必ズ先ヅ左ノ三件ノ理ヲ識ルコヲ要ス

第一　度量ノ値ニ二種アリ即チ唯數字ノ數ニ由テ定ムル所ノ數値其一ニシテ正負號ヲ帶ブル所ノ數値其二ナリ

第二　代數學ニテハ異號同數ノ量ヲ當等トセズ設令バ $5a$ ハ $-5a$ ト當等ナラズ前式ハ a ヲ五次加フ

ベキヲ顯シ後式ハ五ヲ求ムベキヲ顯スナリ

第三　異號同數ナル兩量ノ合計ハ空數ナリ設令バ a ヲ度量ノ數値トセバ $+a-a=0$, $+2a-2a=0$, $+3a-3a=0$ 等ナリ

加法

第三十八條　數多ノ量ヲ合一スルノ法ヲ加法ト云ヒ其合シテ得ル所ノ量ヲ和ト云フ

第三十九條　代數學ニテハ加法ノ意義算術ノ加法ヨリ寛廣ナリ其故何トナレバ加フベキ度量ニ正負ノ二類アルガ故ナリ

第四十條　數多ノ量ノ算術ノ和トハ其數値ノ和ニシテ唯數値ニノミ關係スルモノナリ

第四十一條　正負號アル數多ノ量ノ代數ノ和トハ其正負ノ號ニ着意シテ合一シタル量ヲ云フナリ

第四十二條　正數幷負數ヲ加フルノ法ヲ定メンガタメ左ノ四題ヲ考フ

設題一　$+4a$,　$+3a$,　$+5a$, 上ノ三式ノ和ヲ要ム

論　前題ノ三式ハ a ヲ加量トシテ四段ト三段ト五段トヲ有ス總テ十二段アリ故ニ所要ノ和 $+12a$ ナルベシ由テ答式 $+4a+3a+5a=+12a$ 此ノ如シ

設題二　$-4a$,　$-3a$,　$-5a$, 上ノ三式ノ和ヲ要ム

論　前題ノ三式ハ a ヲ減量トシテ四段ト三段ト五段トヲ有ス總テ十二段アリ故ニ所要ノ和 $-12a$ ナルベシ由テ答式 $-4a-3a-5a=-12a$ 此ノ如シ

是故ニ同號ナル類項ノ代數ノ和ハ諸項ノ通號ヲ具スル數値ノ和ニ等シ

設題三　$+7a$,　$-3a$, 上ノ二式ノ和ヲ要ム

論　公理十一ニ由テ $+7a$ ハ $+4a$ ト $+3a$ トノ和ニ等シキヲ知ル故ニ $+7a$ ト $-3a$ トノ和ハ $+4a$ ト $+3a$ ト $-3a$ トノ和ニ等シ然ルニ又 $+3a$ ト $-3a$ トノ和ハ第三十七條ニ由テ空數ナルヲ知ル故ニ所要ノ和ハ $+4a$ ナルベシ由テ答式 $7a+(-3a)=4a+3a-3a=4a$ 此ノ如シ

設題四　$-7a$,　$+3a$, 上ノ二式ノ和ヲ要ム

論　公理十一ニ由テ $-7a$ ハ $-4a$ ト $-3a$ トノ和ニ等シキヲ知ル故ニ $-7a$ ト $+3a$ トノ和ハ $-4a$ ト $-3a$ ト $+3a$ トノ和ニ等シ然ルニ又 $-3a$ ト $+3a$ トノ和ハ第三十七條ニ由テ空數ナルヲ知ル故ニ所要ノ和ハ $-4a$ ナルベシ由テ答式 $-7a+3a=-4a-3a+3a=-4a$ 此ノ如シ

是故ニ異號ナル類項ノ代數ノ和ハ大項ト同號ヲ具スル數値ノ差ニ等シ

三項以上多項ノ異號ナル類項ヲ加ヘント欲セバ先ヅ正數ノ項ト負數ノ項トヲ別ニ合計シ然ル後チ所得ノ兩式ヲ再ビ合計ス設令バ $+3a$, $-5a$, $-4a$, $+2a$, $+8a$ ノ五項ヲ合計セント欲セバ先ヅ正數ナル三項 $+3a$, $+2a$, $+8a$ ヲ合計シテ $+13a$ ヲ求メ又負數ナル二項 $-5a$, $-4a$ ヲ合計シテ $-9a$ ヲ求メ然ル後チ此兩式ヲ合計シテ $13a-9a=4a$ ヲ求ムルナリ

異項ハ加法ヲ以テ一項トナス能ハズ是レ諸項通有ノ數基ナキガ故ナリ由テ異項ヲ加ヘント欲セバ各項所有ノ正負號ヲ以テ諸項ヲ連記スベシ設令バ a b $-c$ ノ和ヲ $a+b-c$ ト記スルガ如シ

式中諸項ヲ排列スルノ次序ハ前後ヲ問ハザルナリ是レ諸項ノ正負號變セザレバ合計ニ變化ナキガ故ナリ設令バ $a+b-c$, $b+a-c$, $a-c+b$, $-c+a+b$ ノ四式ハ何レモ a b $-c$ ノ和ヲ顯スモノニシテ

答等シ

第四十三條　前條ニ考究スル所ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

類項加法

法則一　諸項同號ナレバ其係數ノ和ニ諸項ノ通乗子ト正負號トヲ附ス

法則二　異號ノ項アレバ先ヅ正數諸項ノ係數ノ和ト負數諸項ノ係數ノ和トヲ別ニ求メ附得ノ兩數ノ差ニ大數ノ正負號ト諸項ノ通乗子トヲ附ス

多項式加法

法則一　加フベキ諸式ヨリ類項ヲ撰セテ一行ニ記スベシ

法則二　毎行ヲ合計シテ得數ヲ連記スベシ

類項加法問題

第一

$$\begin{array}{r} 3xy \\ xy \\ 4xy \\ 6xy \\ \hline 14xy. \end{array}$$

答

第二

$$\begin{array}{r} -6a^2b \\ -2a^2b \\ -\ a^2b \\ -8a^2b \\ \hline -17a^2b. \end{array}$$

答

第三

$$\begin{array}{r} +\ a^2cx \\ -4a^2cx \\ +6a^2cx \\ -\ a^2cx \\ \hline +2a^2cx. \end{array}$$

答

第四

$$\begin{array}{r} -9x^2yz \\ x^2yz \\ 4x^2yz \\ -3x^2yz \\ \hline -7x^2yz. \end{array}$$

答

第五

$$\begin{array}{r} 4x^2-3xy \\ x^2+2xy \\ 2x^2-\ xy \\ 3x^2+5xy \\ 5x^2-4xy \\ \hline 15x^2-\ xy. \end{array}$$

答

第六

$$\begin{array}{r} -7a^2c+\ m \\ +4a^2c-3m \\ -3a^2c+5m \\ +\ a^2c-2m \\ +9a^2c+4m \\ \hline 4a^2c+5m. \end{array}$$

答

第七

$$\begin{array}{r} 3a-2\sqrt{c} \\ 4a+3\sqrt{c} \\ a-7\sqrt{c} \\ 5a+3\sqrt{c} \\ 2a-\ \sqrt{c} \\ \hline 15a-4\sqrt{c}. \end{array}$$

答

第八

$$\begin{array}{r} 4(c-2a)-m+4 \\ 3(c-2a)+4m-8 \\ -8(c-2a)-3m+12 \\ 12(c-2a)+m-16 \\ \hline 11(c-2a)+m-8. \end{array}$$

答

第九

$$\begin{array}{r} 5(a-x^2)+3\sqrt{a-x}+5 \\ 4(a-x^2)-2\sqrt{a-x}+8 \\ 2(a-x^2)-8\sqrt{a-x}-12 \\ -(a-x^2)+2\sqrt{a-x}-1 \\ \hline 10(a-x^2)-5\sqrt{a-x}. \end{array}$$

答

第十　$12a^2x,\quad 5a^2x,\quad -4a^2x,\quad 6a^2x,\quad -10a^2x.$　上五式ノ和ヲ問フ

第十一　$4abd^2,\quad -2abd^2,\quad 7abd^2,\quad abd^2,\quad -5abd^2,\quad -13abd^2,\quad 7abd^2.$　上七式ノ和ヲ問フ

第十二　$2xy-2a^2,\quad 3a^2+2xy,\quad a^2+xy,\quad 4a^2-3xy,\quad 2xy-2a^2.$　上五式ノ和ヲ問フ

第十三　$8a^2x^2-3xy,\quad 5ax-5xy,\quad 7xy-5ax,\quad 2a^2x^2+xy,\quad 5ax-3xy.$　上五式ノ和ヲ問フ

第十四　$a^2-2ac+cd+b,\quad 3a^2-3ac-3cd-2b,\quad 2a^2+ac-5cd+6b,\quad a^2-4ac+2cd-3b.$　上四式ノ和ヲ問フ

第十五　$2a^2x^2-3mx+4m^2d,\quad 3m^2d+5a^2x^2-5mx,\quad 6mx-4m^2d-3a^2x^2,\quad 2mx-3a^2x^2-3m^2d.$　上四式ノ和ヲ問フ

第十六　$2bx-12,\quad 3x^2-2bx,\quad 5x^2-3\sqrt{x},\quad 3\sqrt{x}+12,\quad x^2+3.$　上五式ノ和ヲ問フ

第十七　$10b^2-3bx^2,\quad 2b^2x^2-b^3,\quad 10-2bx^2,\quad b^3x^2-20,\quad 3bx^2+b^3.$　上五式ノ和ヲ問フ

第十八　$9bc^2-18ac^2$,　$15bc^2+ac^2$,　$9ac^2-24bc^2$,　$9ac^2-2$.　上四式ノ和ヲ問ヘ

第十九　$6m^2+2am+1$,　$6am-2m^2+4$,　$2m^2-8am+7$,　$3m^2-1$.　上四式ノ和ヲ問ヘ

第二十　$5x^4-3x^3+4x^2-2x+10$,　$7x^4+2x^3+2x^2+5x+2$,　x^2-3x.　上三式ノ和ヲ問ヘ

第二十一　$3x^3y^2-5x^2y^3-x^2y-xy^2+5xy$,　$7x^3y^2-4x^2y+2x^2y^3+2xy^2+xy$,
$x^3y^2-xy^2-2x^2y^3+5x^2y+2xy$.　上三式ノ和ヲ問ヘ

第二十二　$a^2-3ab-\frac{14}{21}b^2$,　$2b^2-\frac{2}{3}b^2+c^2$,　$ab-\frac{1}{3}b^2+b^2$.　上三式ノ和ヲ問ヘ

第二十三　$\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b+\frac{1}{5}c$,　$\frac{1}{4}a-\frac{1}{5}b-\frac{1}{3}c$,　$\frac{1}{3}a+\frac{1}{4}b+\frac{1}{2}c$.　上三式ノ和ヲ問ヘ

第二十四　$a^m-b^n+3x^p$,　$2a^m-3b^n-x^p$,　$a^m+4b^n-x^p$.　上三式ノ和ヲ問ヘ

第二十五　$5a+3\sqrt{(m^2-1)}+4$,　$7a-\sqrt{(m^2-1)}-5$,　$3a-5\sqrt{(m^2-1)}-8$,　$2a+2\sqrt{(m^2-1)}+2$.
上四式ノ和ヲ問ヘ

第二十六　$9a(a-b)-4m\sqrt{m-c}$,　$7m\sqrt{m-c}-6a(a-b)$,　$12m\sqrt{m-c}-8a(a-b)$.　上三式ノ和ヲ問ヘ

第二十七　$a+b+c+d+m$,　$a+b+c+d-m$,　$a+b+c-d-m$,　$a+b-c-d-m$,　$a-b-c-d-m$.
上五式ノ和ヲ問ヘ

第四十四條　加法ノ數若トハ幾項ノ和ヲ求ムルトキ其係數ヲ加フル所ノ字乘子ヲ云フナリ設令バ $3x+2x+4x=9x$ ニ於テ x ハ加法ノ數若ニシテ又 $5\sqrt{(a+c)}+4\sqrt{(a+c)}-3\sqrt{(a+c)}=6\sqrt{(a+c)}$ ニ於テ $\sqrt{(a+c)}$ ハ加法ノ數若ナリ

第四十五條　異項若シ通乘子ヲ具スルトキハ其通乘子ヲ加法ノ數若トナスコヲ得由テ斯ル項ノ和ハ係數ヲ括弧ノ內ニ入レ通乘子ヲ之ニ附屬シテ顯スコヲ得

異項加法問題

第一
$$\begin{array}{r} ax^2 \\ bx^2 \\ -cx^2 \\ \hline (a+b-c)x^2. \end{array}$$
答

第二
$$\begin{array}{r} 17axy^2 \\ -5axy^2 \\ 2mxy^2 \\ \hline (12a+2m)xy^2. \end{array}$$
答

第三
$$\begin{array}{r} (5a-b)\sqrt{x} \\ (2c-a)\sqrt{x} \\ (b-c)\sqrt{x} \\ \hline (4a+c)\sqrt{x}. \end{array}$$
答

第四
$$\begin{array}{r} a(x^2-y^2) \\ b(x^2-y^2) \\ -c(x^2-y^2) \\ \hline (a+b-c)(x^2-y^2). \end{array}$$
答

第五
$$\begin{array}{r} (a^2-3b)(m^2-1) \\ (b^2-3a)(m^2-1) \\ (3a+3b)(m^2-1) \\ \hline (a^2+b^2)(m^2-1). \end{array}$$
答

第六　ax,　$2cx$,　$4dx$.　上三式ノ和ヲ問ヘ

第七　$ay+cx$,　$3ay+2cx$,　$4y+6x$.　上三式ノ和ヲ問ヘ

第八　$3x+2xy$,　$bx+cxy$,　$(a+b)x+2cdxy$.　上三式ノ和ヲ問ヘ

第九　$ax+7y$,　$7ax-3y$,　$-2x+4y$.　上三式ノ和ヲ問ヘ

第十　$(b-a)\sqrt{x}$,　$(c+2a-b)\sqrt{x}$.　上兩式ノ和ヲ問ヘ

第十一　$(a+2b)m-c\sqrt{m}$,　$(2a-6c)m-3a\sqrt{m}$,　$(5c-4a)m-b\sqrt{m}$,　$(2a-3b)m+4a\sqrt{m}$.　上四式

ノ和ヲ一項式ヲ以テ答ヘンコヲ乞フ

解答　前題ノ如ク所題ノ四式ヲ合併セバ $(a-b-c)m+(a-b-c)\sqrt{m}$ ヲ得故ニ所得ノ和ニ兩式ニ於テ兩項通乘子 $a-b-c$ ヲ具有スルニ由テ此兩項ヲ括リ合併セバ

$(m+\sqrt{m})(a-b-c)$ ヲ得以テ問ニ答フ

第十二　$ax+xy+z,\ bx+cy+z,\ x+y+az$　上三式ノ和ヲ一項式ヲ以テ答ヘンコヲ乞フ

第十三　$px^2+qy+m,\ qx^2+ry+pm,\ rx^2+py+qm$　上三式ノ和ヲ一項式ヲ以テ答ヘンコヲ乞フ

第十四　$3m(a+b)+n(a-b),\ 2n(a+b)-m(a-b),\ (a-m)(a+b)+(2n+3m)(a-b)$　上三式ノ和ヲ一項式ヲ以テ答ヘンコヲ乞フ

減法

第四十六條　減法ハ兩量ノ差ヲ發見スルノ法ナリ

第四十七條　數若八段ヨリ同ジ數若五段ヲ減セバ同シ數若三段ヲ剩スコ明ナリ設令バ $+8a-(+5a)=+3a,\ -8a-(-5a)=-3a$　此ノ如シ然レバ此ノ如ク求メ得タル餘數ハ恰モ減式ノ正負ヲ變換シテ他ノ式ニ加ヘタルモノニ同ジ即チ $+8a-(+5a)=+8a-5a=3a,$ $-8a-(-5a)=-8a+5a=-3a$　此ノ如シ是故ニ代數學ニテ一數ヲ以テ他ノ數ヲ減ズルハ猶ホ減數ノ正負ヲ一變シテ他ノ數ニ加フルガゴトシ

第四十八條　前條ノ理ハ左ノ如ク公法ヲ以テ證明スルコヲ得

今 a ヨリ $b-c$ ヲ減ズルコヲ要スルトス

論　先ヅ a ヨリ b ヲ減ズレバ $a-b$ ヲ得然ルニ元來減數ハ b ニアラズシテ $b-c$ ナリ故ニ今減スル所ノ數ハ多ニ失ス其差 c ナリ由テ餘數ハ所需ノ數ヨリ少シ其差 c ナルベシ故ニ此餘數ニ c ヲ加ヘテ $a-b+c$ トナレ之ヲ所需ノ餘數トス然レバ若シ a ニ $-b+c$ ヲ加フレバ所得ノ式亦前ノ如シ

第四十九條　前條ニ述ル所ノ理ヲ推シテ量ノ正負ヲ變換セバ原數ヨリ此量ヲ減ズルコヲ得ベキヲ知ル

設令バ　$0-(+a)=-a,\ 0-(-a)=+a,\ 0-(a-b)=-a+b$ ナリ

第五十條　前ニ考究スル所ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則　減式ノ正負ヲ變シテ他ノ式ニ加フベシ

類項減法問題

第一

$$\begin{array}{r} 18x^2y \\ 12x^2y \\ \hline 6x^2y. \end{array}$$

答

第二

$$\begin{array}{r} 5mc^2 \\ 9mc^2 \\ \hline -4mc^2. \end{array}$$

答

第三

$$\begin{array}{r} 3a^2bc \\ -2a^2bc \\ \hline 5a^2bc. \end{array}$$

答

第四

$$\begin{array}{r} -5x^2y^2z \\ -7x^2y^2z \\ \hline 2x^2y^2z. \end{array}$$

答

第五

$$\begin{array}{r} 4a+2x-3c \\ a+4x-6c \\ \hline 3a-2x+3c. \end{array}$$

答

第六

$$\begin{array}{r} 3ax+2y \\ ax-2y \\ \hline 2ax+4y. \end{array}$$

答

第七

$$\begin{array}{l} 7a^2x^2-4\sqrt{ax}-3x^2y \\ 6a^2x^2-5\sqrt{ax}-4x^2y \\ \hline a^2x^2+\sqrt{ax}+x^2y. \end{array}$$

答

第八

$$\begin{array}{l} 4a^2x+c^2d+4md^2 \\ a^2x+cd^2-3md^2 \\ \hline 3a^2x+c^2d-cd^2+7md^2. \end{array}$$

答

第九

$$\begin{array}{l} 5m-b^2+c \\ 2m+b-c^2 \\ \hline 3m-b^2-b+c^2+c. \end{array}$$

答

第十 $2x^2-3x+y^2$ ヨリ $a-x^2-4x$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十一 $7a-3c+2$ ヨリ $-a+c+2$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十二 $8x^2-3xy+2y^2+c$ ヨリ $x^2-6xy+3y^2-2c$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十三 $a+b$ ヨリ $a-b$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十四 $\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y$ ヨリ $\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十五 $a+b+c$ ヨリ $-a-b-c$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十六 $3a-b-2x+7$ ヨリ $8-3b+a+4x$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十七 $6y^2-2y-5$ ヨリ $-8y^2-5y+13$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十八 $3p+q+r-3s$ ヨリ $q-8r+2s-8$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十九 $13x^2-2ax+9a^2$ ヨリ $5x^2-7ax-a^2$ ヲ減ズレバ餘數如何

第二十 $x^4-3x^3+5x^2-7x+12$ ヨリ $x^4-4x^3+2x^2-6x+15$ ヲ減ズレバ餘數如何

第二十一 $a^5-3a^4b+5a^3b^2-2a^2b^3+4ab^4-b^5$ ヨリ $a^5-4a^4b+2a^3b^2-5a^2b^3+3ab^4-b^5$ ヲ減ズレバ餘數如何

第二十二 $2x^4+28x^3+134x^2-252x+144$ ヨリ $2x^4+21x^3+67x^2-63x+84$ ヲ減ズレバ餘數如何

第二十三 $x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$ ヨリ $x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ ヲ減ズレバ餘數如何

第二十四 $6x^2y-11ax^2$ ト $8x^2y+3ax^2$ トノ和ヨリ $4x^2y-4ax^2+a$ ヲ減ズレバ餘數如何

第二十五 $8cdx+15a^2b-3$ ト $2cdx-8a^2b+24$ トノ和ヨリ $12a^2b-3cdx-8$ ト $cdx-4a^2b+15$ トノ和ヲ減ズレバ餘數如何

第五十一條　異項ト雖モ第四十五條ノ如ク通乘子ヲ減法ノ數指トシテ二項ノ差ヲ一項ニ合スルヿヲ得ベシ

異項減法問題

第一
$$\begin{array}{r} 2cx \\ mx \\ \hline (2c-m)x. \end{array}$$
答

第二
$$\begin{array}{r} mx^2y^2 \\ -4x^2y^2 \\ \hline (m+4)x^2y^2. \end{array}$$
答

第三
$$\begin{array}{r} ax+by \\ cx-y \\ \hline (a-c)x+(b+1)y. \end{array}$$
答

第四
$$\begin{array}{r} (a+b)x^2y^2 \\ (a-b)x^2y^2 \\ \hline 2bx^2y^2 \end{array}$$
答
$$\begin{array}{r} +a+b \\ -a+b \\ \hline 2b. \end{array}$$

第五
$$\begin{array}{r} (3m-2n)a^2b \\ -(\ m+2n)a^2b \\ \hline 4ma^2b \end{array}$$
答
$$\begin{array}{r} (3m-2n) \\ (\ m+2n) \\ \hline 4m \end{array}$$

第六
$$\begin{array}{r} -(p^2-\ q^2)a^2 \\ (p^2+2q^2)a^2 \\ \hline (2p^2+q^2)a^2 \end{array}$$
答
$$\begin{array}{r} -(p^2-\ q^2) \\ -(p^2+2q^2) \\ \hline -(2p^2+q^2) \end{array}$$

第七
$$\begin{array}{r} -(a^2+b^2-2c^2)x^2y \\ -(a^2-2b^2+c^2)x^2y \\ \hline (3c^2-3b^2)x^2y \end{array}$$
或ハ
$$-(3b^2-3c^2)x^2y$$
答
$$\begin{array}{r} -(a^2+\ b^2-2c^2) \\ +(a^2-2b^2+c^2) \\ \hline +(3c^2-3b^2)\cdots(1) \end{array}$$
或ハ
$$-(3b^2-3c^2)\cdots(2)$$

此加法ニ於テハ正數大ナルカ負數大ナルカ明ナラズ故ニ所要ノ餘數ノ段數ハ(1)式ノ如クナルカ(2)式ノ如クナルカ知ルベカラズ然レ圧此兩式ノ值全ク同一ナルヲ以テ何レヲ取モ俱ニ可ナリ其理下條ニ說ル所ヲ讀メバ解スベシ

第八　$a^2d^2m+4ax^2$ ヨリ d^2m+3ax^2 ヲ減ズレバ餘數如何

第九　$ax+by+cz$ ヨリ $lx+my+nz$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十　$ax+bx+cx$ ヨリ $x+ax+bx$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十一　$(a+2b+c)\sqrt{xy}$ ヨリ $(2b-c)\sqrt{xy}$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十二　$(3a-2m)x^3+(5a+2m)x^2+(4a-m)x$ ヨリ $(a-m)x^3-(2a+m)x^2+(2a-3m)x$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十三　$1+2ax^2+3a^2x^4+4a^3x^6+5a^4x^8$ ヨリ $x^2+2ax^4+3a^2x^6+4a^3x^8$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十四　$(a+b)x^2-(a+c)x+b+c$ ヨリ $(a+c)x^2+(b-c)x+a+b$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十五　$(ab+cd)px+(ac+bd)qy$ ヨリ $(ab-cd)px-(ac-bd)qy$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十六　$py^4+qy^3+my^2+ny$ ヨリ $(p+q)y^4+(q-p)y^3+(m+n)y^2+(n-m)y$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十七　$(ab^2+c)x^4-ax^3+(a+b^2)x^2-(a^2+bc)x$ ヨリ $(ab^2+2c)x^4+ax^3+(a-b^2)x^2+(2a^2-bc)x$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十八　$-ax^3-bx^2+cx-d$ ヨリ $-bx^3+cx^2-ax+d$ ヲ減ズレバ餘數如何

第十九　$(m^3-3mn^2)a^3-(2m^2n-3mn^2)a^2+n^3a$ ヨリ $(2m^3-2mn^2)a^3-(m^2n-3mn^2)a^2+m^3a$ ヲ減ズレバ餘數如何

第二十　$a\sqrt{a^2+x}-b\sqrt{a^2+x^2}+c\sqrt{a^2+x^3}$ ヨリ $-b\sqrt{a^2+x}-c\sqrt{a^2+x^2}-a\sqrt{a^2+x^3}$ ヲ減ズレバ餘數如何

第二十一　$p\sqrt{x^2+1}+(p+q)\sqrt{x^3+1}+(p+2q)\sqrt{x^4+1}$ ヨリ $\sqrt{x^2+1}+q\sqrt{x^3+1}+p\sqrt{x^4+1}$ ヲ減

ズレバ餘數如何

第二十二 $(a+b)x+(a+2c)y+(2b+c)z$ ヨリ $(a-c)x+(c+a-b)y+bz$ ヲ減シタル餘數ヲ一項式ニテ答ヘンヿヲ乞フ

第二十三 $(3m+2n)x^2+(m-2n)y^2+nz^2$ ヨリ $(2m-n)x^2-5ny^2-(m+2n)z^2$ ヲ減シタル餘數ヲ一項式ニテ答ヘンヿヲ乞フ

括弧用法

第五十二條 代數式ヲ變化スルノ便ヲ得ント欲セバ先ヅ左ノ四法ヲ一々考究スベシ但シ下條都テ各種ノ括弧ヲ通シテ括弧ト云フ

第五十三條 括號ノ前ニ正號ヲ具スルトキハ括弧内ノ諸項ハ以テ加フベキヲ知ル故ニ括弧ヲ去ルモ括弧内ノ諸項ノ正負ヲ變換スルヿヲ要セザルナリ然レモ括弧ノ前ニ負號ヲ具スルトキハ括弧内ノ諸項ハ以テ減ズベキヲ知ル故ニ括弧ヲ去ルトキ括弧内ノ諸項ノ正負ヲ變換スルヿヲ要スルナリ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一 正號ヲ具スル括弧ヲ去ルモ其内ノ諸項ノ正負故ノ如シ

設令バ $a-b+(c-d+e)=a-b+c-d+e$ 此ノ如シ此法則ヲ還原シテ法則二ヲ定ム

法則二 諸項ヲ括弧内ニ容ルヽトキ各項ノ正負ヲ變換セザレバ括弧ノ前ニ正號ヲ配スベシ

設令バ $a-b+c-d+e=a+(-b+c-d+e)$ 此ノ如シ

法則三 負號ヲ具スル括弧ヲ去レバ其内ノ諸項ノ正負變換ス

設令ハ $a-(b-c+d-e)=a-b+c-d+e$ 此ノ如シ此法則ヲ還原シテ法則四ヲ定ム

法則四 諸項ヲ括弧ノ内ニ容ルヽトキ各項ノ正負ヲ變換セバ括弧ノ前ニ負號ヲ配スベシ

設令バ $a-b+c-d+e=a-b+c-(d-e)$ 此ノ如シ

第五十四條 若シ又一式中ニ數多ノ括弧ヲ用フルトキハ前條ノ法則ニ從テ順次ニ去ルベシ設令バ

$a-\{b-c-[d-e]\}=a-\{b-c-d+e\}=a-b+c+d-e$ 或ハ

$a-[b-c-(d-e)]=a-b+c+(d-e)=a-b+c+d-e$ 此ノ如シ

括弧用法問題

左ノ式ノ括弧ヲ解キ去テ類項ヲ同加異減シテ最簡式ニ改ムレバ如何

第一 $3a+(2b-c-d+e)$.

第二 $4x^2-y-(3x-7y+5)+2x$.

第三 $a+2c-(4a-3x+2m^2)$.

第四 $4x^3-2x^2-[x^3-(2x^2+5x-7)-6x+1]$.

第五 $a+2m-\{c+a-[a-m-(c-2a)]\}$.

第六 $3x^2-4x-am-\{x^2-a-[3am-(2x+2am)+2x^2]-5am\}$.

第七 $3a-\{2m^2+[5a-2a-(3a+m^2)]+6a-(m^2+5a)\}$.

第八　$x^3-\{5mx^2-[x^3-(3c-3mx^2)+3c-(x^3-2mx^2-c)]\}$.

第九　$m^4-m-1-\{m^4-2m-2-[m^4-3m-3-(m^4-4m-4)]\}$.

第十　$5x^3-3x^2+4x-1-[2x^3-(3x^2-2x+1)-x^2+x]$.

第十一　$4c^3-3c^2+c+1-(3c^3-c^2-c-7)-(c^3-4c^2+2c+8)$.

第十二　$3a^2b-4cd-(3ab^2-2a^2b)-[a^2+c-(3cd+3a^2b)+(3a^2+2cd)+a^2]$.

第十三　$-(4a^2m+3m^2d-(7m^2d-9a^2m-n)-\{5n-[m^2d-(3n+a^2m)+3am^2]-5a^2m\}-12a^2m)$.

第十四　$x^2+y^2+z^2+ax+by+cz$ ヲ $x^2+ax+(y^2+by)+(z^2+cz)$ ニ改ムルコヲ得ルヤ

第十五　$2a+m-2c+x$ ヲ $2a+m-(2c-x)$ ニ改ムルコヲ得ルヤ

第十六　x^3-x^2-x+1 ヲ $x^3-(x^2+x-1)$ 又 $x^3+\{1-(x^2+x)\}$ 又 $x^3-\{x^2-(1-x)\}$ ニ改ムルコヲ得ルヤ

第十七　$2a+b-c-d$ ヲ $2a+b-(c+d)$ 又 $2a+\{b-(c+d)\}$ ニ改ムルコヲ得ルヤ

第十八　$a-b+c-d+e$ ヲ $a-[b-\{c-(d-e)\}]$ ニ改ムルコヲ得ルヤ

第五十五章　代數學ノ加法ハ增加ノ義ニアラズ減法ハ損耗ノ義ニアラザルナリ

凡ソ量ノ正負ヲ顧ミズシテ他ノ量ニ連合セバ則チ加フルナリ又其正負ヲ變換シテ連合セバ則チ減ズルナリ此ニ由テ左ノ三則ヲ定ム

第一　正數ヲ加フルハ猶ホ負數ヲ減ズルガゴトク又負數ヲ加フルハ猶ホ正數ヲ減ズルガゴトシ

第二　量ニ正數ヲ加フレバ則チ其値增加シ負數ヲ加フレバ其値降テ減ズ

第三　量若シ之ヨリ正數ヲ減去セバ其値減ズベシ而負數ヲ減セバ其値却テ增加ス

第五十六條　今負數ヲ $-a$ ト命ジ之ニ他ノ負數 $-b$ ヲ加ヘ次ニ又 $-a$ ヨリ $-b$ ヲ減ズレバ $-a+(-b)=-a-b$　$-a-(-b)=-a+b$ ヲ得而シテ前條ノ末ノ二則ニ從ヘバ $-a-b$ ハ $-a$ ヨリ小ナルベシ則チ $-a-b<-a$ ナリ然ルニ $-a-b$ ハ $-a$ ニ比フレバ其數値必ズ多シ然リト雖モ是レ亦此法則ニ合ハザルニアラズ蓋シ代數學ノ意義ヲ以テ論ズレバ兩負數中少數ナルモノヲ以テ大ナリトスルガ故ナリ（第百七十條ヲ視ヨ）

第五十七條　大數ヲ a ト命シ小數ヲ b ト命ゼバ $a+b$ ハ其和ニシテ $a-b$ ハ其差ナリ而シテ $a+b$ ニ $a-b$ ヲ加フレバ $2a$ ヲ得 $a+b$ ヨリ $a-b$ ヲ減ズレバ $2b$ ヲ得ルナリ此ニ由テ左ノ二則ヲ定ム

第一　兩數ノ差ニ兩數ノ和ヲ加フレバ則チ大數二倍ヲ得

第二　兩數ノ差ヲ兩數ノ和ヨリ減ズレバ則チ小數二倍ヲ得

乘法

第五十八條　乘法ハ一量中ニ包容スル數基ノ數ヲ以テ他ノ量ヲ倍スルノ法ナリ

註　設令ハ絹尺價三錢トセバ絹五尺ノ價ハ十五錢ナルベシ是レ三錢ヲ五倍シテ得ルナリ夫レ尺ハ布帛ヲ度ルノ數基ニシテ錢ハ物價ヲ計ルノ數基ナリ故ニ絹五尺ハ數基五個ヲ包容ス而シテ今其五ヲ以テ三錢ヲ倍ス是レ則チ一量中ニ包容スル數基ノ數ヲ以テ他ノ量ヲ倍スルナリ之ヲ乘法ト云フ

第五十九條　乘法ノ法則ヲ定メントスルニハ先ヅ一項式ヲ相乘スルノ理ヲ考究セザルヲ得ズ乃チ其第一ニ係數ノ法則ヲ考究シ第二ニ乘指數ノ法則ヲ考究シ第三ニ正負ノ法則ヲ考究ス

第一　係數法則

設題　設令バ $5a$ ニ $3b$ ヲ乘スルヿヲ要スルトス

論　乘子ノ配附ハ其次序ニ定則ナキヲ以テ $5a\times3b=5\times3\times a\times b=15ab$ ナリ

是故ニ相乘積ノ係數ハ兩乘子ノ係數ノ相乘積ナリ

第二　乘指數法則

設題　設令バ a^4b^2 ニ a^3b^3 ヲ乘ズルヿヲ要スルトス

論　乘指數ノ釋義ニ由テ $a^4b^2=aaaabb$, $a^3b^3=aaabbb$ ナリ故ニ $a^4b^2\times a^3b^3=aaaaaaabbbbb=a^7b^5$ ナリ

是故ニ相乘積ノ字乘子ノ乘指數ハ兩乘子ニ有スル同ジ字乘子ノ乘指數ノ和ニ等シ

第三　正負法則

算術ノ乘法ハ一數ヲ倍スルノ法ニ止リ法ノ意義專ラ實ヲ增倍スルニ止ルト雖モ代數學ニテハ法ニ正負

ノ號アリ故ニ法ノ意義ヲ精ニ考究セザルヲ得ズ由テ左ノ設題ヲ考フ

設題　a ニ $c-d$ ヲ乘スルヿヲ要スルトス

論　夫レ c ヨリ d ヲ減ゼタル餘數ヲ以テ a ヲ倍スルノ數トシ以テ之ヲ倍シタルモノハ a ノ c 倍ヨリ a ノ d 倍ヲ減ゼヌル餘數ニ同シキハ疑ヲ容レナシ則チ $a\times(c-d)=ac-ad$ ナルベシ此式ノ前項ハ $a+a+a+a$ 等 c 項ノ和ヲ顯ス是レ a ト $+c$ トノ相乘積ナリ又後項ハ $-a-a-a-a$ 等 d 項ヲ顯ス是レ a ト $-d$ トノ相乘積ナリ是故ニ法ニ具有スル正負ノ意義ヲ釋スルヿ左ノ如シ

法ノ正號ハ實ヲ累加スルヲ顯シ法ノ負號ハ實ヲ累減スルヲ顯ス

前號ノ釋義ニ由テ法若シ正數ナレバ實其本有ノ正負ヲ以テ累積スベシト雖モ法若シ負數ナレバ實其正負ヲ變換シテ累積スベキヲ知ル此ニ由テ左ノ四式ヲ作ル

$+a\times(+b)=+a+a+a\cdots\cdots=+ab.$　[一]

$+a\times(-b)=-a-a-a\cdots\cdots=-ab$　[二]

$-a\times(+b)=-a-a-a\cdots\cdots=-ab.$　[四]

$-a\times(-b)=+a+a+a\cdots\cdots=+ab.$　[三]

是故ニ兩乘子同號ナレバ乘積正數ナリ兩乘子異號ナレバ乘積負數ナリ

第六十條　前條ノ法則ヲ多クノ負數乘子ニ施セバ左ノ如シ

$(-a)\times(-b)=+ab,$

$(-a)\times(-b)\times(-c)=(+ab)\times(-c)=-abc,$

$(-a)\times(-b)\times(-c)\times(-d)=(-abc)\times(-d)=+abcd,$

$(-a)\times(-b)\times(-c)\times(-d)\times(-e) = (+abcd)\times(-e) = -abcde.$

是故ニ負數乘子ノ連乘數奇數ナレバ所得ノ乘積負數ニシテ偶數ナレバ所得ノ乘積正數ナリ

一項式乘法

第六十一條　前ニ論ズル所ノ理ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　兩式ノ係數ヲ相乘シテ乘積ノ係數トス

法則二　兩式ノ字乘子ヲ普ク連記シ之ニ兩式ニ具スル同シ字乘子ノ乘指數ノ和ヲ乘指數トシテ記附ス

法則三　兩式同號ナレバ乘積ヲ正號トシ兩式異號ナレバ乘積ヲ負號トス

一項式乘法問題

第一

$$\begin{array}{r} 7x^2y \\ 5xy^2 \\ \hline 35x^3y^3. \end{array}$$

答

第二

$$\begin{array}{r} a^2cm^2 \\ -6ac^3d \\ \hline -6a^3c^4dm^2. \end{array}$$

答

第三

$$\begin{array}{r} -5c^4m^2 \\ 3c^3d^2 \\ \hline -15c^7d^2m^2. \end{array}$$

答

第四

$$\begin{array}{r} -4x^2y^3z^4 \\ -2x^4yz \\ \hline 8x^6y^4z^5. \end{array}$$

答

第五　$17a^2b^2c^3$ ニ $7ac$ ヲ乘ズレバ乘積如何

第六　$11a^2b^2c$ ニ $10a^3b^2c^2$ ヲ乘ズレバ乘積如何

第七　$117ab^2c^3x$ ニ $2a^3b^2c$ ヲ乘ズレバ乘積如何

第八　$7a^2yx^4$ ニ $-4xyz$ ヲ乘ズレバ乘積如何

第九　$-12ad^2m$ ニ $10c^4$ ヲ乘ズレバ乘積如何

第十　$-15a^3b^2x^2y$ ニ $-3ab^2y$ ヲ乘ズレバ乘積如何

第十一　a^m ニ a^n ヲ乘ズレバ乘積如何

第十二　x^my ニ xy^n ヲ乘ズレバ乘積如何

第十三　$4a^mb^nc$ ニ $-6a^2b^3c$ ヲ乘ズレバ乘積如何

第十四　$3x^2y^m$ ニ $2x^ny^m$ ヲ乘ズレバ乘積如何

第十五　$3x,\ 2x^2y,\ 7x^3y^2.$ 上三式ノ連乘積如何

第十六　$5a^2b,\ ab^2,\ 3a^2c,\ -5abc.$ 上四式ノ連乘積如何

第十七　$7axy,\ -2ax^2,\ 3x^2y,\ -xy^2,\ xy^3.$ 上五式ノ連乘積如何

第十八　$-3c^2dm,\ -2cd^2m,\ -5cdm^2.$ 上三式ノ連乘積如何

第十九　$-a,\ -ab,\ -abc,\ -abcd,\ -abcdh,\ -abcdhm.$ 上六式ノ連乘積如何

第二十　$a^{m-1}b,\ ab^{n-1},\ a^mbc^n,\ a^{m-1}b^{n-1}c^{n-1}.$ 上四式ノ連乘積如何

第二十一　$a^{m+1}b^{n+2},\ a^2b^n,\ a^{m-1}b^{n-1},\ c^{n-1}d^2.$ 上四式ノ連乘積如何

第二十二　$2(x+y)$ ニ $4a^2(x+y)$ ヲ乘ズレバ乘積如何

第二十三　$4m^2(a-x)^2$ ニ $-(a-x)$ ヲ乘ズレバ乘積如何

第二十四　$(a-c)^{m+1}$ ニ $(a-c)^{m-1}$ ヲ乘ズレバ乘積如何

第二十五　$3(a+b)^2,\ 2(a+b)(c+d)^2,\ 7a(c+d)^3.$ 上三式ノ連乘積如何

第二十六　$(x+y)^{m-1},\ ab(x+y)^{m-n},\ a^{m-1}(x+y)^{m+1}.$ 上三式ノ連乘積如何

第二十七　$a(a+b+c)^{m+n-1},\ b(a+b+c)^{m-n+p},\ c(a+b+c)^{m+p-n}.$ 上三式ノ連乘積ヲ問フ

多項式乗法

第六十二條　設題 $x-y+z$ ニ $a+b-c$ ヲ乗ズルコトヲ要ス

運算

$x-y+z$ ……… 實

$a+b-c$ ……… 法

$ax-ay+az$ ……………… 實 $+a$ 倍

$bx-by+bz$ ……………… 實 $+b$ 倍

$-cx+cy-cz$ ……………… 實 $-c$ 倍

$ax-ay+az+bx-by+bz-cx+cy-cz$ 全乗積

此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則　法ノ各項ヲ以テ全實ニ乗ジ所得ノ乗積ヲ合シテ全乗積トス

多項式乘法問題

第一

$$\begin{array}{l} 3a-2bc \\ 2a^3 \\ \hline 6a^4-4a^3bc. \end{array}$$

答

第二

$$\begin{array}{l} 5x^2y+2xy^2 \\ 3xy \\ \hline 15x^3y^2+6x^2y^3. \end{array}$$

答

第三

$$\begin{array}{r} 4a^2m-3cd^2 \\ -3ac^3 \\ \hline -12a^3c^3m+9ac^4d^2. \end{array}$$

答

第四

$$\begin{array}{l} 3x+2y \\ 4x-5y \\ \hline 12x^2+8xy \\ \qquad -15xy-10y^2 \\ \hline 12x^2-7xy-10y^2. \end{array}$$

答

第五

$$\begin{array}{l} 2x^2+xy-2y^2 \\ 3x-3y \\ \hline 6x^3+3x^2y-6xy^2 \\ \qquad -6x^2y-3xy^2+6y^3 \\ \hline 6x^3-3x^2y-9xy^2+6y^3. \end{array}$$

答

第六　$3a^2x^2-y^2x^2+a^2$ ニ $2ax^2$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第七　$a^4-3a^3+2a^2-5a+3$ ニ $3a^2$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第八　$a^3b^2-3a^2b^2+a^2bc-ac^3+a-c+1$ ニ ac ヲ乗ズレバ乗積如何

第九　$-a^2xy^2+b^2xy-ab^2$ ニ $-ab^2$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第十　$a^n+a^{n-1}b+a^{n-2}b^2+a^{n-3}b^3$ ニ a^2b^{n-1} ヲ乗ズレバ乗積如何

第十一　$a^{n-1}b+a^{n-2}b^2-ab^{n-1}$ ニ $-a^2b^{n+1}$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第十二　$a^2(x+y)^3-ab(x+y)^2-a^2b(x+y)$ ニ $a^2(x+y)^2$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第十三　$-a^{n-1}(a+c)^2+a^{n-2}(a+c)^3-a^{n-3}$ ニ $-a^2(a+c)^{n-1}$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第十四　$x^{n-m}(x+1)^3-y^{n-m}(x+1)^2+x^{2n-m}$ ニ $-x^my^n(x+1)^{n-2}$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第十五　$2ax-3x$ ニ $3x+4y$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第十六　$3a^2-2ab-b^2$ ニ $2a-4b$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第十七　x^2-xy+y^2 ニ $x+y$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第十八　$a^2-3ac+c^2$ ニ $a-c$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第十九　$2x^2-3x+2$ ニ $x-8$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第二十　$a^3+2a^2b+2ab^2+b^3$ ニ $a^3-2a^2b+2ab^2-b^3$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第二十一　a^n+b^n ニ a^n+b^n ヲ乗ズレバ乗積如何

第二十二　$4x^3+8x^2+16x+32$ ニ $3x-6$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第二十三　$a^3+a^2b+ab^2+b^3$ ニ $a-b$ ヲ乗ズレバ乗積如何

第二十四　$(a+m)(a+n)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第二十五　$(a+2m-1)(a+1)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第二十六　$(a^3+4a^2+5a-24)(a^2-4a+11)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第二十七　$(a^3-4a^2+11a-24)(a^2+4a+5)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第二十八　$(m-3)(m-1)(m+1)(m+3)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第二十九　$(a^4-2a^3+3a-4)(4a^3+3a^2+2a+1)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第三十　$(y^4+2y^3+y^2-4y-11)(y^2-2y+3)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第三十一　$(a^2-a+1)(a^2+a+1)(a^4-a^2+1)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第三十二　$(a^5-5a^4+13a^3-a^2-a+2)(a^2-2a-2)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第三十三　$(16a^4-8a^3+4a^2-2a+1)(2a+1)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第三十四　$(a^n-c^n)(a^n-2c^n)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第三十五　$(x^{n-1}y+x^{n-2}y^2+x^{n-3}y^3+x^{n-4}y^4)(x-y)$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第三十六　$(a^{m+n}+y^{m-n}-a^{m-n}y^{m+n})(a^{m+n}+y^{m-n})$．上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

乘法三公式

第六十三條　公式トハ代數式ヲ以テ定則ヲ示スヲ云フナリ

左ノ三公式ハ二項式ノ自乘及ヒ相乘積ヲ求ムル法則トシテ用フ

兩數ヲ a b トセバ $a+b$ ハ其和ニシテ $a-b$ ハ其差ナリ此兩式ノ自乘及ヒ相乘積ヲ求ムレバ左ノ如シ

第一　$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$．

是故ニ兩項ノ和ノ自乘ハ首項ノ自乘ニ兩項ノ相乘積二倍ヲ加ヘ猶ホ尾項ノ自乘ヲ加ヘタルモノニ等シ

第二　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$．

是故ニ兩項ノ差ノ自乘ハ首項ノ自乘ヨリ兩項ノ相乘積二倍ヲ減シ所得ノ餘數ニ尾項ノ自乘ヲ加ヘタルモノニ等シ

第三　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$．

是故ニ兩項ノ和ト差トノ相乘積ハ兩項ノ自乘ノ差ニ等シ

乘法三公式應用問題

第一　$3a+2ab$．上式ノ平方ヲ問フ

題解　首項ノ自乘ハ $9a^2$ ニシテ首尾兩項ノ相乘積二倍ハ $12a^2b$ ナリ又尾項ノ自乘ハ $4a^2b^2$ ナルガ故ニ公式一ニ由テ答式ヲ作ルコ左ノ如シ

答　$9a^2+12a^2b+4a^2b^2$．

第二　$2x^2-5$, 上式ノ平方ヲ問フ
解　首項ノ自乘ハ $4x^4$ ニシテ首尾兩項ノ相乘積二倍ハ $20x^2$ ナリ又尾項ノ自乘ハ25ナルガ故ニ公式二ニ由テ答式ヲ作ルコ左ノ如シ
答　$4x^4-20x^2+25$.

第三　$5x+2y^2$ ト $5x-2y^2$ トノ相乘積ヲ問フ
解　首項ノ自乘ハ $25x^2$ ニシテ尾項ノ自乘ハ $4y^4$ ナルガ故ニ公式三ニ由テ答式ヲ作ルコ左ノ如シ
答　$25x^2-4y^4$.

第四　$a+m$. 上式ノ平方ヲ問フ
第五　$x-y$. 上式ノ平方ヲ問フ
第六　$x+y$ ト $x-y$ トノ相乘積ヲ問フ
第七　$3a^2+4y$. 上式ノ平方ヲ問フ
第八　$5a^2-2cd$. 上式ノ平方ヲ問フ
第九　$4a^2+3yz$ ト $4a^2-3yz$ トノ相乘積ヲ問フ
第十　$3a^2x+2xy$. 上式ノ平方ヲ問フ
第十一　$x+1$. 上式ノ平方ヲ問フ
第十二　$2x^2-1$. 上式ノ平方ヲ問フ
第十三　$m+1$ ト $m-1$ トノ相乘積ヲ問フ
第十四　x^2-30. 上式ノ平方ヲ問フ
第十五　$3a^2b+a^3$ ト $3a^2b-a^3$ トノ相乘積ヲ問フ
第十六　$x-\frac{1}{2}y$. 上式ノ平方ヲ問フ
第十七　$2a+\frac{1}{2}$ 上式ノ平方ヲ問フ
第十八　x^2+y^2. 上式ノ平方ヲ問フ
第十九　x^2+y^2 ト x^2-y^2 トノ相乘積ヲ問フ
第二十　$a^2b^2(a^2+b^2)^2$ 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
解　$a^2b^2(a^4+2a^2b^2+b^4)=a^6b^2+2a^4b^4+a^2b^6$. 答

第二十一　$3xy(x^2+y^2)(x^2-y^2)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
解　$3xy(x^2+y^2)(x^2-y^2)=3xy(x^4-y^4)=3x^5y-3xy^5$. 答
第二十二　$x^2(2x^2-3y^2)^2$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
第二十三　$a^2b^2(a+2b)^2$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
第二十四　$ab(a-b)\times ab(a+b)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
第二十五　$x+3$, $x-3$, x^2+9. 上三式ノ連乘積ヲ問フ
解　$(x+3)(x-3)(x^2+9)=(x^2-9)(x^2+9)=x^4-81$. 答
第二十六　$(p+q)(q-p)(p^2+q^2)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
第二十七　$(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
第二十八　$(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)$. 上式ヲ解ケバ詳式如何
第二十九　$3x^2(x+1)(x-1)(x^2+1)(x^4+1)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
第三十　$(a+b)^2, (a-b)^2, (a^2+b^2)^2$. 上三式ノ連乘積ヲ問フ
解　$(a+b)^2(a-b)^2(a^2+b^2)^2=(a^2-b^2)^2(a^2+b^2)^2=(a^4-b^4)^2=a^8-2a^4b^4+b^8$. 答
第三十一　$a^2(x-y)^2(x+y)^2$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
第三十二　$(3x-2y)^2(3x+2y)^2(9x^2+4y^2)^2$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
第三十三　$mn(m+n)^2(m-n)^2(m^2+n^2)^2(m^4+n^4)^2$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
第三十四　$(-x-y)(-x+y)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何
解　$(-x-y)(-x+y)=-(x+y)\times-(x-y)=x^2-y^2$. 答

第三十五　$a+b+c$. 上式ノ平方ヲ問フ

題解　$(a+b+c)^2=\{(a+b)+c\}^2=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$,答

第三十六　$a-b-c$. 上式ノ平方ヲ問フ

題解　$(a-b-c)^2=\{(a-b)-c\}^2=(a-b)^2-2(a-b)c+c^2=a^2-2ab+b^2-2ac+2bc+c^2$,答

第三十七　$(a+b-c)(a-b+c)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

題解　$(a+b-c)(a-b+c)=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}=a^2-(b-c)^2=a^2-(b^2-2bc+c^2)$

$=a^2-b^2+2bc-c^2$,答

第三十八　$a+b-c+d$ ト $-a+b-c-d$ トノ相乘積ヲ問フ

題解　$(a+b-c+d)(-a+b-c-d)=\{(b-c)+(a+d)\}\{(b-c)-(a+d)\}$

$=(b-c)^2-(a+d)^2=b^2-2bc+c^2-(a^2+2ad+d^2)=b^2-2bc+c^2-a^2-2ad-d^2$,答

第三十九　$(-2x+y^2)(2x-y^2)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第四十　$(-m-n)(m+n)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第四十一　$-x(-a+b)(-a-b)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第四十二　$-ab(x-y)$ ト $a^{n-1}(-x+y)$ トノ相乘積ヲ問フ

第四十三　$-(-x+2y)$, $x+2y$, $-x^2-4y^2$. 上三式ノ連乘積ヲ問フ

第四十四　$(a-b+c)^2$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第四十五　$(a+b+c)(a+b-c)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第四十六　$(-a+b-c)(a+b-c)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第四十七　$(x^2+2x+1)^2$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第四十八　x^2-2x-3. 上式ノ平方ヲ問フ

第四十九　$(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第五十　$a^2+2ab+2b^2$ ト $a^2-2ab+2b^2$ トノ相乘積ヲ問フ

第五十一　$(a^2+ab-b^2)(a^2+ab+b^2)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第五十二　$(a^2+ab+b^2)^2$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第五十三　a^2-ab+b^2. 上式ノ平方ヲ問フ

第五十四　$(-x^2-x+1)(x^2-x-1)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第五十五　$(x^3+x^2+x+1)(x^3+x^2-x-1)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第五十六　$(a-b-c+d)(a-b+c-d)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第五十七　$(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2)(4y^4-x^4)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第五十八　$(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第五十九　$(m^2-mn+n^2)(m^2+mn+n^2)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第六十　$(x^2-x+1)(x^2+x+1)(x^4-x^2+1)$. 上式ヲ解ケバ所得ノ詳式如何

第六十四條　代數學ニテハ二項式ノ自乘ハ其用頗ル多キガ故ニ學者能ク其公訣ヲ諳記シテ其用ニ應スルヲ宜トス若シ夫ニ高冪數ヲ得ントセバ乘法ヲ實算セザルヲ得ス然レモ三乘冪四乘冪五乘冪ノ三式ハ左ノ公式ニ由テ容易ニ求ルコヲ得

第一　$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$.

第二　$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

第三　$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$.

第四　$(a-b)^4=a^4-4a^3b+6a^2b^2-4ab^3+b^4$.

第五　$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$.

第六　$(a-b)^5=a^5-5a^4b+10a^3b^2-10a^2b^3+5ab^4-b^5$.

上ノ六式ヲ此ニ證明セズト雖モ學者自乘法ヲ實算セバ其違ハザルヲ知ルベシ

第六十五條　多項式諸項ノ字乘子若シ首項ヨリ順次ニ乘冪數ヲ減セバ其式ヲ此字乘子ノ降冪ノ順ニ排列シタル式ト云フ設令ハ $a^4-4a^3+2a^2-a+7$ 此ノ如キ式ハ a ノ降冪ノ順ニ排列シタル式ナリ

第六十六條　多項式ノ諸項ノ字乘子若シ首項ヨリ順次ニ乘冪數ヲ增セバ其式ヲ此字乘子ノ昇冪ノ順ニ排列シタル式ト云フ設令ハ $a^3-2ax+ax^2-bx^3$ 此ノ如キ式ハ x ノ昇冪ノ順ニ排列シタル式ナリ

第六十七條　兩多項式ノ相乘積ニ左ノ定義アリ

第一　兩多項式若シ同元ノ降冪ノ順ニ排列シタルモノナレバ兩式ノ首項ノ相乘積ハ此元ノ最高冪ヲ具有ス故ニ此一項ハ他ノ項ノタメニ增減スルヿナシ由テ此項ハ全乘積ノ首項トナル

第二　兩多項式若シ同元ノ昇冪ノ順ニ排列シタルモノナレバ兩式ノ尾項ノ相乘積ハ此元ノ最高冪ヲ具有ス故ニ此一項ハ他ノ項ノタメニ增減スルヿナシ由テ此項ハ全乘積ノ尾項トナル

第三　兩多項式若シ同次式ナレバ其相乘積亦同次式ナリ而シテ其式ノ各項ノ次數ハ兩乘子ノ次數ノ和ニ等シ

昇降冪排列法問題

第一　$(x+a)(x+b)(x+c)$.　上式ノ括弧ヲ解キ去テ諸式ノ各項ヲ x ノ降冪ノ順ニ排列セバ如何

演算

$$
\begin{array}{l}
x+a \\
\underline{x+b} \\
x^2+ax \\
\quad +bx+ab \\
\hline
x^2+(a+b)x+ab \\
\underline{x+c} \\
x^3+(a+b)x^2+abx \\
\qquad cx^2+(ac+bc)x+abc \\
\hline
x^3+(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x+abc.
\end{array}
$$

答

第二　$1+x^2$, $1+x$, $1+x^3$, 上三式ノ連乘積ヲxノ昇羃ノ順ニ排列セバ如何

演算

$$\begin{array}{l}
1+x^2\\
1+x\\
\hline
1+x^2\\
\quad +x+x^3\\
\hline
1+x+x^2+x^3\\
1+x^3\\
\hline
1+x+x^2+x^3\\
\qquad\qquad +x^3+x^4+x^5+x^6\\
\hline
1+x+x^2+2x^3+x^4+x^5+x^6.
\end{array}$$

答

第三　$1+x+x^2$, $1-x+x^2$, 上兩式ノ相乘積ヲxノ昇羃ノ順ニ排列セバ如何

第四　$(1+x)(2+x)(3+x)(4+x)$, 上式ノ括弧ヲ解キ去テ諸式ノ各項ヲxノ昇羃ノ順ニ排列セバ如何

例

第五　$(x^2+2x+1)(2-x-x^2)$, 上式ヲ解キ所得ノ諸式ヲxノ昇羃或ハ降羃ノ順ニ排列セバ如何

第六　$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$, 上式ヲ解キ所得ノ諸式ヲxノ昇羃或ハ降羃ノ順ニ排列セバ如何

第七　$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$, 上式ヲ解キ所得ノ諸式ヲxノ昇羃或ハ降羃ノ順ニ排列セバ如何

第八　$(x-a)(x-b)(x-c)(d-x)$, 上式ヲ解キ所得ノ諸式ヲxノ昇羃或ハ降羃ノ順ニ排列セバ如何

第九　$(x+a)(-b-x)(c-x)$, 上式ヲ解キ所得ノ諸式ヲxノ昇羃或ハ降羃ノ順ニ排列セバ如何

除法

第六十八條　除法ハ一量中ニ他ノ量ヲ包容スル倍數ヲ發見スルノ法ナリ其前ノ量ヲ實ト云ヒ後ノ量ヲ法ト云ヒ實ノ中ニ法ヲ包容スル倍數ヲ商ト云フ

是故ニ除商ト法ト相乘セバ實ヲ得ベキコ明ナリ由テ乘法ヲ還原シテ　$abc \div a = bc$　ナルヲ知ル是レ　$bc \times a = abc$　ナルガ故ナリ

第六十九條　一項式乘法第五十九條ニ於テ乘積ノ係數ハ兩乘子ノ係數ノ相乘積ニ等シク乘積ノ字乘子ノ乘指數ハ兩乘子ノ同ヨ字乘子ノ乘指數ノ和ニ等シキヲ知レリ由テ此法ヲ還原シテ左ノ法ヲ定ム

第一　法ノ係數ヲ以テ實ノ係數ヲ除スレバ商ノ係數ヲ得

第二　實ノ字乘子ノ乘指數ヨリ法ノ同ヨ字乘子ノ乘指數ヲ減ゼバ所得ノ餘數ハ商ノ同シ字乘子ノ乘指數ナリ設令バ $24a^5 \div 6a^2 = \frac{24}{6}a^{5-2} = 4a^3$ 此ノ如シ

又第五十九條ニ於テ兩乘子同號ナレバ乘積正數ニシテ兩乘子異號ナレバ乘積負數ナルヲ知ル故ニ除法ニ於テ實正數ナレバ商ハ法ト同號ニシテ實負數ナレバ商ハ法ト異號ナルベシ乃チ左ノ如シ

$+ab \div (+a) = +b$ ……………[一]

$-ab \div (+a) = -b$ ……………[四]

$+ab \div (-a) = -b$ ……………[二]

$-ab \div (-a) = +b$ ……………[三]

此ニ由テ左ノ法ヲ定ム

第三　實法同號ナレバ商正數ニシテ實法異號ナレバ商負數ナリ

一項式除法

第七十條　前論ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　法ノ係數ニテ實ノ係數ヲ除シテ得數ヲ商ノ係數トス

法則二　實ノ字乘子ノ乘指數ヨリ法ノ同シ字乘子ノ乘指數ヲ減シ所得ノ數ヲ商ノ同シ字乘子ノ指數トス若シ零數トナルモノアレバ其一乘子ヲ省クベシ

法則三　實法同號ナレバ商ヲ正トシ實法異號ナレバ商ヲ負トス

一項式ヲ以テ多項式ヲ除スル法

法則　前法ニ從テ法ヲ以テ實ノ各項ヲ除シ得商ヲ連記ス

備考　實ノ中ニ法ノ乘子ヲ盡ク有セザルヿアレバ實ヲ橫線ノ上ニ置キ法ヲ橫線ノ下ニ置キ分數ノ形狀ニ作テ商ヲ顯スベシ若シ此ノ如ク作リ得タル分數ノ分母子ニ同乘子アレバ之ヲ省テ最簡式トナスベシ設令バ $6x^2y^3z$ ヲ以テ $4x^3y^2z^4$ ヲ除シタル商ヲ $\frac{4x^3y^2z^4}{6x^2y^3z}=\frac{2xz^3}{3y}$ 此ノ如ク記スルガ如シ然レ𪜈此法分數ノ化法ナリ故ニ姑ク此例ヲ盡セズ後チ分數化法ノ篇ニ於テ更ニ論スベシ

一項式除法問題

第一　$16ab$ ヲ $4a$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二　$21a^2b^2c^4d$ ヲ $7ac^3$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第三　$-42x^5y^3z^4$ ヲ $6x^3z^4$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第四　$2a^4$ ヲ a^2 ニテ除スレバ所得ノ商如何

第五　$-a^7$ ヲ a^3 ニテ除スレバ所得ノ商如何

第六　$16a^3$ ヲ $4a$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第七　$15axy^2$ ヲ $-3xy$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第八　$117a^2b^3c^4$ ヲ $39a^2bc^2$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第九　$63a^4b^3cd^3$ ヲ $21abcd$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十　$63a^{m+n}$ ヲ $7a^n$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十一　$34x^my^n$ ヲ $17xy$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十二　$(a-c)^5$ ヲ $(a-c)^3$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十三　$35(x+y)^4$ ヲ $5(x+y)$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十四　$12a^2d(a-x)^3$ ヲ $3ad(a-x)^2$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十五　$\frac{1}{2}x^ry^s(c+d)^m$ ヲ $\frac{1}{3}xy^{s-1}(c+d)^{m-1}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十六　$3bcd+12bcx-9b^2c$ ヲ $3bc$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十七　$15a^2bc-15acx^2+5ad^2c$ ヲ $-5ac$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十八　$10a^4-15a^3-25a$ ヲ $5a$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十九　$15a^6-45a^4+10a^3-105a^2$ ヲ $5a^2$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十　$a^mc-a^{m-1}c^2+a^{m-2}c^3-a^{m-3}c^4+a^{m-4}c^5$ ヲ ac ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十一　$3m^2(a-b)^2-3m(a-b)$ ヲ $3(a-b)$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十二　$7a(3m-2a)-(3m-2a)^2$ ヲ $3m-2a$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十三　$a^x(a-y)^r-a^{x-1}(a-y)^{r+1}$ ヲ $-a^2(a-y)^2$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十四　$a(a+b)^{m+1}(c+d)^{n+a}-(a+b)^{m+2}(c+d)^{n+1}$ ヲ $(a+b)^m(c+d)^n$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

多項式除法

第七十一條　實法倶ニ同ル字乘子ノ降冪ノ順ニ排列ストセバ第六十七條ノ第一定義ニ由テ實ノ首項ハ法ノ首項ト商ノ首項トノ相乘積ナルヲ知ル是故ニ商ノ首項ハ法ノ首項ニテ實ノ首項ヲ除スレバ得ベシ然ル後チ算術ニ於テ斷位ノ數ヲ除スルガ如キ法ヲ施シ漸次所得ノ餘數ヲ右ノ如ク排列ス

設題　$6a^4+a^3b-20a^2b^2+17ab^3-4b^4$ヲ$2a^2-3ab+b^2$ニテ除スレバ所得ノ商如何

演算　實 $6a^4+a^3b-20a^2b^2+17ab^3-4b^4$ | $2a^2-3ab+b^2$ 法
$6a^4-9a^3b+3a^2b^2$ | $3a^2+5ab-4b^2$ 商
$10a^3b-23a^2b^2+17ab^3-4b^4$
$10a^3b-15a^2b^2+5ab^3$
$-8a^2b^2+12ab^3-4b^4$
$-8a^2b^2+12ab^3-4b^4$

是故ニ多項式除法ノ法則左ノ如シ

法則一　實法兩式ヲ同シ字乘子ノ昇冪或ハ降冪ノ順ニ排列ス

法則二　法ノ首項ヲ以テ實ノ首項ヲ除シテ商ノ首項トス

法則三　商ノ首項ヲ全法ニ乘ジ所得ノ乘積ヲ實ヨリ減ス

法則四　所得ノ餘數ヲ新實トシテ前ノ如ク諸項ヲ排列シ前ノ如ク同法ヲ行フ竟ニ實盡テ止ム否ラザレバ法ノ首項ヲ餘數ノ首項中ニ包容セザルニ至テ止ム

法則五　若シ末ノ餘數アレバ之ヲ法ノ上ニ置テ分數ノ形狀トナシ之ヲ以テ前ニ得タル諸項ノ後ニ記スベシ其全式ハ所要ノ商ナリ

多項式除法問題

第一　$a^3+3a^2x+3ax^2+x^3$ヲ$a+x$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二　$a^3-4a^2c+4ac^2-c^3$ヲ$a-c$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第三　$a^3-6a^2+12a-8$ヲa^2-4a+4ニテ除スレバ所得ノ商如何

第四　$3x^4-2x^3+x^2-x^2-2x-15$ヲx^2-5-4xニテ除スレバ所得ノ商如何

第五　$25x^5-x^4-2x^3-8x^2$ヲ$5x^2-4x$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第六　$6a^4+9a^2-15a$ヲ$3a^2-3a$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第七　x^6-y^6ヲ$x^3+2x^2y+2xy^2+y^3$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第八　$ax^3-(a^2+b)x^2+b^2$ヲ$ax-b$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第九　a^4+4b^4ヲ$a^2-2ab+2b^2$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十　$x^5-x^4+x^3-x^2+2x-1$ヲx^2+x-1ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十一　$1+3x$ヲ$1-5x$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十二　$1-x-x^3$ヲ$1+x+x^2$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十三　x^4-2x^2+1ヲx^2-2x+1ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十四　$a^3+b^3+c^3-3abc$ヲ$a+b+c$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十五　$2x^6y-5x^5y^2-11x^4y^3+5x^3y^4-26x^2y^5+7x^2y^6-12xy^7$ヲ$x^4-4x^3y+x^2y^2-3xy^3$ニテ除ス

レバ所得ノ商如何

第十六　$a^6+a^5+a^4+a^3b-a^2b^3-ab^4-2a^2b^4$ ヲ $a^3+a^2-a^2b-ab^2$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十七　$4x^6-5x^5+8x^4-10x^3-8x^2-5x-4$ ヲ $4x^3+3x^2+2x+1$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十八　x^5-a^5 ヲ $x-a$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十九　a^5+x^5 ヲ $a-x$ ニテ除ズレバ所得ノ商如何

第二十　$x^n-xy^{n-1}-x^{n-1}y+y^n$ ヲ $x-y$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十一　$a^{m+n}-a^mb^n-a^nb^m+b^{m+n}$ ヲ a^m-b^m ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十二　$x^{3m}-2x^{2m}y^n-2x^my^{2n}+y^{3n}$ ヲ x^m+y^n ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十三　$mpx^3+(mq-np)x^2-(mr+nq)x+nr$ ヲ $mx-n$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十四　$x^5-px^4+qx^3-qx^2+px-1$ ヲ $x-1$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十五　$x^3-2ax^2+(a^2-ab-b^2)x+a^2b+ab^2$ ヲ $x-a-b$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十六　$x(x-1)a^3+(x^2+2x-2)a^2+(3x^2-x^3)a-x^3$ ヲ $x^2a+2a-x^2$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十七　$(3c-6b)a^3-(c^2-4bc)a^2+c^3-6bc^2+12b^2c-8b^3$ ヲ $3a^2-(c+2b)a+c^2-4bc+4b^2$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第七十二條　實若シ法ノ幾倍ニ適當セバ商分數ヲ帶フルヿナシ斯ル片ハ法ヲ以テ實ヲ約スト云ヒ法ヲ約數ト云フ

第七十三條　第七十條一項式除法ノ法則ニ由テ左ノ如キ狀勢ニ逢ヘバ法ヲ以テ實ヲ約ス能ハザルヲ知ル

第一　實ノ段數若シ法ノ段數ノ幾倍ニ適當セザル時

第二　實ノ一乘子ノ乘指數若シ法ノ同乘子ノ乘指數ヨリ小ナル時

第三　法ノ字乘子ヲ實ノ字乘子中ニ見ザル時

第七十四條　第七十一條ニ由テ多項式ヲ以テ多項式ヲ除スル片左ノ如キ狀勢ニ逢ヘバ法ヲ以テ實ヲ約ス能ハザルヲ知ル

第一　實法兩式ヲ同乘子ノ昇降冪ノ順ニ排列セシ實ノ首項若シ法ノ首項ノ幾倍ニ適當セザル時

第二　法ノ首項ノ幾倍ニ適當セザル餘實アル時

實法商關係之定則

第七十五條　商ノ値ハ實ト法トノ値及ヒ正負號ニ由テ定ルナリ然ラバ則チ實ト法トニ値ノ變化アル片或ハ正負號ニ變化アル片商亦從テ變化アルヲ知ル此關係ハ代數學ノ必要トスル所ナリ故ニ斯ニ論セントス先ヅ値ノ變化ノ法ヲ考ヘ次ニ正負ノ變化ノ法ヲ考フ

値ノ變化ヲ論ズ

第七十六條　商若シ分數ヲ帶ビザル片ハ法ニ具セザル實ノ乘子ヨリ成ルナリ是故ニ新ニ一乘子ヲ實ニ增加シ法ヲ故ノ如クシテ變セザレバ商ハ此新乘子ヲ增加スヘキヿ明ナリ之ニ反シテ若シ實ノ一乘

子ヲ去リ法ヲ故ノ如クシテ變ゼザレバ商ハ此一乘子ヲ除ス若シ又法ニ一乘子ヲ增加シ實ヲ故ノ如クシテ變ゼザレバ商ハ此一乘子ヲ除ス然レドモ法ノ一乘子ヲ去テ實ヲ故ノ如クシテ變ゼザレバ商ハ此一乘子ヲ得ス

是故ニ左ノ定則ヲ定ム

第一　一數ヲ實ニ乘ゼバ此數亦商ニ乘ズ又一數ヲ以テ實ヲ除スレバ此數亦商ヲ除ス

第二　一數ヲ法ニ乘ゼバ此數商ヲ除ス又一數ヲ以テ法ヲ除スレバ此數商ニ乘ス

第三　實法ノ兩式ニ同數ヲ乘ジ或ハ實法ノ兩式ヲ同數ニテ除スルモ商ハ變ゼズ

正負號ノ變化ヲ論ズ

第七十七條　實若シクハ法ノ正負變換セバ商亦從テ其正負ニ變化ヲ生ズベシ由テ正負兩號ノ配合ノ法ノ變化ヲ考フルニ唯三樣ノ變化アルヲ知ル乃チ左ノ如シ

＋＋　＋－　－－　此ニ由テ左ノ定則ヲ定ム

第一　實若シクハ法ノ正負ヲ變換セバ商亦正負ヲ變換ス

第二　實法兩式ノ正負ヲ倶ニ變換セバ商ノ正負變セズ

倒數空指數幷負指數ヲ論ズ

第七十八條　一數ノ倒數トハ此數ヲ以テ一箇ヲ除シテ得ル所ノ商ヲ云フナリ設令バ $\frac{1}{x}$ ハ x ノ倒數ニシテ $\frac{1}{a-c}$ ハ $a-c$ ノ倒數ナリ

第七十九條　同數異冪ノ兩數ヲ實法兩式ニ配シテ商ヲ求ルノ法ハ實ノ乘指數ヨリ法ノ乘指數ヲ減ジ所得ノ餘數ヲ商ノ乘指數トナスナリ設令バ $a^5\div a^3=a^{5-3}=a^2$ 又 $a^3\div a^2=a^{3-2}=a$ 此ノ如シ故ニ又

$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ ナリ此式ニテ m n ニ若シ等シクレバ商ノ乘指數空トナリ n 若シ m ヨリ大ナレバ商ノ乘指數負トナル設令バ $\frac{a^4}{a^5}=a^{-1}$　$\frac{a^4}{a^6}=a^{4-6}=a^{-2}$　$\frac{a^m}{a^{m+n}}=a^{m-m-n}=a^{-n}$ 等ノ如シ

第八十條　代數學ノ論中 a^0 a^{-1} a^{-2} a^{-3} 等ノ如キ記法ヲ用フルコトアリ故ニ爰ニ此ノ如キ式ノ意義ヲ論ゼントス

一數ヲ a トシ乘指數ヲ m トセバ除法ニ由テ $\frac{a^m}{a^m}=a^{m-m}=a^0$ ナリ然ルニ又同數相除スルトキハ商一箇ナルコト明カナリ即チ $\frac{a^m}{a^m}=1$ ナリ故ニ公理七ニ由テ $a^0=1$ ナルヲ知ル

第一　是故ニ空指數ヲ具スル量ハ一箇ニ等シ

又除法ニ由テ $\frac{a^0}{a^n}=a^{0-n}=a^{-n}$ ナリ然ルニ已ニ $a^0=1$ ナルコトヲ論ゼシニ由テ之ヲ以テ上式ノ實ニ替換セバ變形ノ商ヲ得即チ $\frac{a^0}{a^n}=\frac{1}{a^n}$ 此ノ如シ故ニ公理七ニ由テ $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ ナルヲ知ル

第二　是故ニ負指數ヲ具スル量ハ同數ナル正指數ヲ具スル同量ノ倒數ニ等シ

除法公式

第八十一條　設題一　a^n+b^n ヲ $a+b$ ニテ除スベシ

$$
\begin{array}{l|l}
a^n \quad + \quad b^n & a+b \\
\cline{2-2}
a^n+a^{n-1}b & a^{n-1}-a^{n-2}b \\
\hline
-a^{n-1}b+b^n = -b(a^{n-1}-b^{n-1}) \cdots\text{第一次餘數} & \\
-a^{n-1}b-a^{n-2}b^2 & \\
\hline
+a^{n-2}b^2+b^n = +b^2(a^{n-2}+b^{n-2}) \cdots\text{第二次餘數} &
\end{array}
$$

論　法則ノ如ク法ヲ以テ實ヲ除スルトキm奇數ナレバ第m次ノ餘數ハ $-b^m(a^{n-m}-b^{n-m})$ $=-b^m(a^0-b^0)=-b^m(1-1)=0$ ナルヿ第一次及ヒ第二次ノ餘數ヲ推シテ知ルベシ故ニ此時ニ在テハ $a+b$ ハ a^n+b^n ノ約數ナリ然レトモm偶數ナレバ第m次ノ餘數ハ $+b^m(a^{n-m}+b^{n-m})=+b^m(a^0+b^0)$ $=+b^m(1+1)=+2b^n$ ナルベシ故ニ此時ニ在テハ $a+b$ ハ a^n+b^n ノ約數ナラズ

是故ニ兩量同冪ノ和ハ乘指數奇數ナレバ兩量ノ和ヲ以テ約スベシト雖モ乘指數偶數ナレバ約スベカラズ

設題二　a^n+b^n ヲ $a-b$ ニテ除スベシ

$$
\begin{array}{l|l}
a^n \quad + \quad b^n & a-b \\
\cline{2-2}
a^n-a^{n-1}b & a^{n-1}+a^{n-2}b \\
\hline
+a^{n-1}b+b^n = +b(a^{n-1}+b^{n-1}) \cdots\text{第一次餘數} & \\
+a^{n-1}b-a^{n-2}b^2 & \\
\hline
+a^{n-2}b^2+b^n = +b^2(a^{n-2}+b^{n-2}) \cdots\text{第二次餘數} &
\end{array}
$$

論　法則ノ如ク法ヲ以テ實ヲ除スルトキmノ奇偶ニ拘ラズ第m次ノ餘數ハ $+b^m(a^{n-m}+b^{n-m})$ $=+b^m(a^0+b^0)=+b^m(1+1)=+2b^n$ ナルベシ故ニ $a-b$ ハ a^n+b^n ノ約數ナラズ

是故ニ兩量同冪ノ和ハ兩量ノ差ヲ以テ約スベカラズ

設題三　a^n-b^n ヲ $a+b$ ニテ除スベシ

$$
\begin{array}{l|l}
a^n \quad - \quad b^n & a+b \\
\cline{2-2}
a^n+a^{n-1}b & a^{n-1}-a^{n-2}b \\
\hline
-a^{n-1}b-b^n = -b(a^{n-1}+b^{n-1}) \cdots\text{第一次餘數} & \\
-a^{n-1}b-a^{n-2}b^2 & \\
\hline
+a^{n-2}b^2-b^n = +b^2(a^{n-2}-b^{n-2}) \cdots\text{第二次餘數} &
\end{array}
$$

論　法則ノ如ク法ヲ以テ實ヲ除スルトキm奇數ナレバ第m次ノ餘數ハ $-b^m(a^{n-m}+b^{n-m})=$ $-b^m(a^0+b^0)=-b^m(1+1)=-2b^n$ ナルベシ由テ此時ニ在テハ $a+b$ ハ a^n-b^n ノ約數ナラズ然レトモm偶數ナレバ第m次ノ餘數ハ $+b^m(a^{n-m}-b^{n-m})=+b^m(a^0-b^0)=+b^m(1-1)=0$ ナルベシ由テ此時ニ在テハ $a+b$ ハ a^n-b^n ノ約數ナリ

是故ニ兩量同冪ノ差ハ乘指數偶數ナレバ兩量ノ和ヲ以テ約スベシト雖モ乘指數奇數ナレバ約スベカラズ

設題四　a^n-b^n ヲ $a-b$ ニテ除スベシ

$$
\begin{array}{l|l}
a^n - b^n & a-b \\ \cline{2-2}
a^n - a^{n-1}b & a^{n-1}+a^{n-2}b \\ \cline{1-1}
+a^{n-1}b - b^n = +b(a^{n-1}-b^{n-1}) \text{……第一次餘數} & \\
+a^{n-1}b - a^{n-2}b^2 & \\ \cline{1-1}
+a^{n-2}b^2 - b^n = +b^2(a^{n-2}-b^{n-2}) \text{……第二次餘數} &
\end{array}
$$

論　法則ノ如ク法ヲ以テ實ヲ除スルトキハnノ奇偶ニ係ラズ第n次ノ餘數ハ　$+b^n(a^{n-n}-b^{n-n})=+b^n(a^0-b^0)=+b^n(1-1)=0$　トナルベシ故ニ　$a-b$　ハ　a^n-b^n　ノ約數ナリ

是故ニ兩量同冪ノ差ハ兩量ノ差ヲ以テ約スベシ

第八十二條　前條ノ設題ニテ諸整數ナルノ形狀ヲ左ニ掲ク

第一　$\dfrac{a^n+b^n}{a+b}=a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-a^{n-4}b^3+\cdots\cdots-ab^{n-2}+b^{n-1}.$

第二　$\dfrac{a^n-b^n}{a+b}=a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-a^{n-4}b^3+\cdots\cdots+ab^{n-2}-b^{n-1}.$

第三　$\dfrac{a^n-b^n}{a-b}=a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+a^{n-4}b^3+\cdots\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1}.$

第八十三條　前條ノ三式ノnニ數ヲ配スレバ左ノ式ヲ得ベシ

(一)
$$\begin{cases}\dfrac{a^3+b^3}{a+b}=a^2-ab+b^2.\\[2mm]\dfrac{a^5+b^5}{a+b}=a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4.\end{cases}$$

(二)
$$\begin{cases}\dfrac{a^2-b^2}{a+b}=a-b.\\[2mm]\dfrac{a^4-b^4}{a+b}=a^3-a^2b+ab^2-b^3.\\[2mm]\dfrac{a^6-b^6}{a+b}=a^5-a^4b+a^3b^2-a^2b^3+ab^4-b^5.\end{cases}$$

(三)
$$\begin{cases}\dfrac{a^2-b^2}{a-b}=a+b.\\[2mm]\dfrac{a^3-b^3}{a-b}=a^2+ab+b^2.\\[2mm]\dfrac{a^4-b^4}{a-b}=a^3+a^2b+ab^2+b^3.\\[2mm]\dfrac{a^5-b^5}{a-b}=a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4.\end{cases}$$

又此式中aヲxニ代ヘbヲ1トセバ下ノ式ヲ得ベシ

(四)
$$\begin{cases}\dfrac{x^3+1}{x+1}=x^2-x+1.\\[2mm]\dfrac{x^5+1}{x+1}=x^4-x^3+x^2-x+1.\end{cases}$$

(五)
$$\begin{cases}\dfrac{x^2-1^2}{x+1}=x-1.\\[2mm]\dfrac{x^4-1}{x+1}=x^3-x^2+x-1.\\[2mm]\dfrac{x^6-1}{x+1}=x^5-x^4+x^3-x^2+x-1.\end{cases}$$

$$
[六]\left\{\begin{aligned}
\frac{x^2-1}{x-1}&=x+1.\\
\frac{x^3-1}{x-1}&=x^2+x+1.\\
\frac{x^4-1}{x-1}&=x^3+x^2+x+1.\\
\frac{x^5-1}{x-1}&=x^4+x^3+x^2+x+1.
\end{aligned}\right.
$$

除法公式應用問題

第一　x^3+8 ヲ $x+2$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

運算　$\frac{x^3+8}{x+2}=\frac{x^3+2^3}{x+2}=x^2-x2+2^2=x^2-2x+4$. 答

第二　$27a^6-8a^3$ ヲ $3a^2-2a$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

運算　$\frac{27a^6-8a^3}{3a^2-2a}=\frac{(3a^2)^3-(2a)^3}{3a^2-2a}=(3a^2)^2+(3a^2)(2a)+(2a)^2=9a^4+6a^3+4a^2$. 答

第三　$(a+b)^5+b^5$ ヲ $a+2b$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

運算　$\frac{(a+b)^5+b^5}{a+2b}=\frac{(a+b)^5+b^5}{(a+b)+b}=(a+b)^4-(a+b)^3b+(a+b)^2b^2-(a+b)b^3+b^4=$

$a^4+3a^3b+4a^2b^2+2ab^3+b^4$. 答

第四　$32x^5-243y^5$ ヲ $2x-3y$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第五　$x^{10}-a^{10}$ ヲ x^2-a^2 ニテ除スレバ所得ノ商如何

第六　x^5+243 ヲ $x+3$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第七　$1-a^{12}$ ヲ $1-a^3$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第八　$1+128a^7$ ヲ $1+2a$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第九　$(a+b)^3+(c+d)^3$ ヲ $a+b+c+d$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十　$(a+c)^3-(c+d)^3$ ヲ $a-d$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十一　$(a+b)^5+b^5$ ヲ $a+b+b$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十二　$(2a+b)^4-b^4$ ヲ $2a$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十三　$(2a+b)^3+b^3$ ヲ $2(a+b)$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十四　$(x+y)^4-y^4$ ヲ $x+2y$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十五　$(a+b+c)^3+(b+2c)^3$ ヲ $a+2b+3c$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十六　$(a+b)^4-(c+d)^4$ ヲ $(a+b)^2-(c+d)^2$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十七　$(3a+c)^4-b^4$ ヲ $(3a+c)^2+b^2$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

乗子分開法

第八十四條　元乗子トハ二三ノ乗子ノ相乗積ニ相當セザルモノヲ云フナリ故ニ同數ナラザレバ一個ノ外ニ之ヲ約スベキ數アラザルナリ

第八十五條　一項式ヲ元乗子ニ分ツノ法ハ其數ヲ元乗子ニ分チ字乗子ハ乗指數ノ數ニ從テ同字ヲ連記スルニ過キズ設令バ $15a^2x^3y=3\times5\times aaxxxy$ 此ノ如シ

第八十六條　左ノ四法ハ多項式ヲ乗子ニ分開スルノ參考トナスベシ

註　多項式ヲ乗子ニ分テ一項式ノ形狀ニ做ユツ括ルト云フコトアリ

第一　多項式ノ諸項若シ通乗子ヲ有スル時ハ其通乗子ヲ括弧外ニ置キ他ノ乗子ヲ括弧內ニ置ケバ關乗子ノ乗積ニ括ユコヲ得

設令バ $2a^2x^3-6a^2x^2+4a^2x-10a^2$ ヲ括テ $2a^2(x^3-3x^2+2x-5)$ トナスガ如シ

第二　三項式ノ兩項自乗數ニシテ他ノ一項ハ自乗數ナル兩項ノ平方根ノ相乗積ニ倍ナレバ此三項式ハ自乗數ナル兩項ノ平方根ノ和若シクハ差ノ自乗ナルベシ第六十三條公式第一及ヒ第二ヲ觀ヨ故ニ之ヲ括ルコヲ得

設令バ三項式 $4a^4+20a^2b+25b^2$ ニ在テ首末兩項即チ $4a^4$ ト $25b^2$ トハ各 $2a^2$ 及ヒ $5b$ ノ自乗ニ相當シ他ノ一項 $20a^2b$ ハ $2\times2a^2\times5b$ ニ相當ス此ニ由テ $4a^4+20a^2b+25b^2$ ヲ括テ $(2a^2+5b)^2$ トナスコヲ得

第三　二項式ノ一項負數ニシテ兩項俱ニ自乗數ニ相當セバ此二項式ハ兩項ノ平方根ノ和ト差トノ相乗積ニ等シ第六十三條公式第三ヲ觀ヨ

設令バ二項式 $9x^2-y^2$ ヲ括レバ $(3x+y)(3x-y)$ ヲ得ベシ

第四　二項式ノ形狀若シ $a^3\pm b^3$ 此ノ如クナレバ第八十一條ニ據テ括ルコヲ得

設令バ二項式 a^3+b^3 ヲ括レバ $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ ヲ得ベシ

乗子分開法問題

左ノ各式ヲ元乗子ニ分テバ如何

第一　$ab+ac$.

第二　$a^2b+a^2b^2+a^2bc$

第三　$9a^2b+12a^2bc+6a^2b^2d$.

第四　$3x^2y^2-3x^2y^3+3x^2y^4-6x^2y^5$.

第五　$5a^3b^2c^2-15a^3b^3c^2-5a^3b^2c^3d$.

第六　$m^2+2mn+n^2$.

第七　$a^2-4ab+4b^2$.

第八　x^2-y^2.

第九　p^2-9q^2.

第十　$7x^2+12xy+4y^2$.

第十一　$16a^2-25b^2$.

第十二　$x^2-6xy^2+9y^4$.

第十三　p^3+q^3.

第十四　p^3-q^3.

第十五　$8a^3+x^3$.

第十六　$27x^3-1$.

第十七　$a^4+2a^3b+a^2b^2$.

證解　$a^4+2a^3b+a^2b^2=a^2(a^2+2ab+b^2)=a^2(a+b)^2$. 答

第十八　$3a^2b^2-3a^4$.

第十九　$2xy^2-2xy^4$.

第二十　$7a^2xm-14axma^2b+7axma^2b^2$.

第二十一　a^3m-9am^3.

第二十二　$54m^3+16n^3$.

第二十三　$5a^4+40ab^3$.

第二十四　$56p^3-189.$　　第二十五　$(x-y)x^2+2(x-y)xy+(x-y)y^2.$

第二十六　$3(a^2-b^2)m^2-3(a^2-b^2)n^2.$

第二十七　$x^8-y^8.$

運算　$x^8-y^8=(x^4+y^4)(x^4-y^4)=(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2).$ 答

第二十八　$a^4-b^4.$　　第二十九　$x^6-y^6.$

第三十　$a^4-2a^2b^2+b^4.$　　第三十一　$16a^4-1.$

第三十二　$32m^5-2x^4m.$　　第三十三　$64x^4-16x^2+1.$

第三十四　$a^{12}-b^{12}.$　　第三十五　$192y^7-3a^6y.$

第三十六　$x^3-x^2y+xy^2-y^3.$

運算　$x^3-x^2y+xy^2-y^3=x^2(x-y)+y^2(x-y)=(x^2+y^2)(x-y).$ 答

第三十七　$x^2+(2a-3b)x-6ab.$

運算　$x^2+(2a-3b)x-6ab=x^2+2ax-3bx-6ab=x(x+2a)-3b(x+2a)$
$=(x-3b)(x+2a).$ 答

第三十八　$2x^2+7x+3.$

運算　$2x^2+6x+x+3=2x(x+3)+(x+3)=(2x+1)(x+3).$ 答

第三十九　$a^2-b^2+2bc-c^2$

運算　$a^2-b^2+2bc-c^2=a^2-(b^2-2bc+c^2)=a^2-(b-c)^2=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$
$=(a+b-c)(a-b+c).$ 答

第四十　$a^2+2ab+2ac+2bc+b^2+c^2.$

運算　$a^2+2ab+2ac+2bc+b^2+c^2=a^2+2a(b+c)+(b+c)^2=\{a+(b+c)\}^2$
$=(a+b+c)^2.$ 答

第四十一　$a^4+a^2b^2+b^4.$

運算　$a^4+a^2b^2+b^4=a^4+2a^2b^2+b^4-a^2b^2=(a^2+b^2)^2-a^2b^2=\{(a^2+b^2)+ab\}\{(a^2+b^2)-ab\}$
$=(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2).$ 答

第四十二　$x^3-x^2y-xy^2+y^3.$　　第四十三　$x^4-xy^3+x^3y-y^4.$

第四十四　$a^6+a^4b^2-a^2b^4-b^6.$　　第四十五　$p^4-p^2-2p-1.$

第四十六　x^4+4y^4　　第四十七　$a^2+b^2-c^2-2ab.$

第四十八　$a^2+4c^2-b^2+4ac.$　　第四十九　$x^2+(a+b)x+ab.$

第五十　$cx^2-cx(a+b)+abc.$　　第五十一　$x^2+7x+12.$

第五十二　$a^2-ab-6b^2.$　　第五十三　$2a^2+3ab+b^2.$

第五十四　$x^2-3x-10.$　　第五十五　$m^3+3m^2n+2mn^2.$

第五十六　$x^4-7x^2y^2+y^4.$　　第五十七　$x^6+2x^5+x^4-x^2-2x-1.$

第五十八　$x^4+2x^3+3x^2+2x+1.$　　第五十九　$a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc.$

第六十　$x^8+x^4y^4+y^8.$　　第六十一　$4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2.$

第六十二　$2m^2+5mn+2n^2.$　　第六十三　$a^2-b^2+ac+bc.$

第六十四　$a^2-b^2-ac+bc.$　　第六十五　$16p^4-q^4.$

代用法

第八十七條　代用法ハ代數式中ナル一元ニ他ノ量ヲ代用スルノ法ナリ

設題　x^3+x^2-5x-3. 上式ノxニ$y-1$ヲ代用セバ所得ノ代式如何

演算

$$x^3=(y-1)^3=y^3-3y^2+3y-1$$
$$x^2=(y-1)^2=y^2-2y+1$$
$$-5x=-5(y-1)=-5y+5$$
$$-3=-3$$
$$x^3+x^2-5x-3=y^3-2y^2-4y+2. \text{ 答}$$

諸數ニ代用法ノ法則ヲ定ムルヿ左ノ如シ

法則　原式中代用セシト欲スル一元ニ貼スベキ冪法ヲ代用數ニ貼スベシ

代用法問題

第一　a^2+ab+b^2. 上式ノaヲ$a-b$ニ代フレバ所得ノ代式如何

第二　x^2-2x+1. 上式ノxヲ$z+2$ニ代フレバ所得ノ代式如何

第三　y^3-2y^2+y-6. 上式ノyヲ$z+2$ニ代フレバ所得ノ代式如何

第四　$a^3+a^2b+ab^2+b^3$. 若シ$a=b$ナレバ上式ノ値如何

第五　$x^3+ax^2+a^2x+a^3$. 若シ$x=m+1$, $a=m-1$ナレバ上式ノ値如何

第六　x^2+y^2. 上式ノxヲ$a+b$ニ代ヘyヲ$a-b$ニ代フレバ所得ノ代式如何

第七　$(x+a+b+c)^2+(x-a-b-c)^2$. 若シ$a+b+c=x$ナレバ上式ノ値如何

第八　$x^4-2x^3+3x^2-7x+9x-3$. 上式ノxヲ$y+1$ニ代フレバ所得ノ代式如何

雜問一

第一　a^2-ab+b^2トa^2+ab+b^2トノ相乘積ヲ以テ$a^6-b^6+a^2b^2(a^2-b^2)$ヲ除スレバ所得ノ商如何

演算

$$\frac{a^6-b^6+a^2b^2(a^2-b^2)}{(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)}=\frac{(a^2-b^2)(a^4+b^4)+a^2b^2(a^2-b^2)}{(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)}=$$
$$\frac{(a^2-b^2)(a^4+b^4+a^2b^2)}{(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)}=\frac{(a^2-b^2)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)}{(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)}=a^2-b^2. \text{ 答}$$

第二　$x^4+y^4-2x^2y^2$ヲ$(x-y)^2$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第三　$x^3+y^3+2x^2y^2$ヲ$(x+y)^2$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第四　$b(x^2+a^2)+ax(x^2-a^2)+a^2(x+a)$ヲ$(x+a)(a+b)$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第五　$17a-5b-[7a-3b-\{4(a-b)-(2a+3b)\}]$. 上式ノ括弧ヲ解キ類項ヲ同加異減シテ最簡ナル形狀ニ改ムレバ如何

第六　$(a+b-c)^2(a-b+c)+(a+b+c)(b+c-a)(a+b-c)$. 上式ノ括弧ヲ解キ類項ヲ同加異減シテ最簡ナル形狀ニ改ムレバ如何

第七　$3a-(b-2c)-\{a+c-(3a-b-2c)\}-(2a-3b+4c)$. 上式ノ括弧ヲ解キ類項ヲ同加異減シテ最簡ナル形狀ニ改ムレバ如何

第八　$(p-q+r-s)(p-q-r+s)$. 上式ヲ解タバ所得ノ詳式如何

第九　$(a^2+ab+b^2)^2-(a^2-ab+b^2)^2$. 上式ヲ最簡式ニ改ムレバ如何

第十　$(a-b)(b-c)(c-a)=a^2(c-b)+b^2(a-c)+c^2(b-a)$。上式ノ證ヲ問フ

證明　$(a-b)(b-c)(c-a)=cab-cb^2-ac^2+bc^2-a^2b+ab^2+a^2c-abc=a^2(c-b)+b^2(a-c)$
$+c^2(b-a)$。答

第十一　$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=2(c-b)(c-a)+2(b-a)(b-c)+2(a-b)(a-c)$。上式ノ證ヲ問フ

證明

$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2$
$=2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca=2(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$。

又 $2(c-b)(c-a)+2(b-a)(b-c)+2(a-b)(a-c)=$
$2\{(c^2-bc-ac+ab)+(b^2-ab-bc+ac)+(a^2-ab-ac+bc)\}$
$=2(a^2+b^2+c^2-bc-ac-ab)$ ナリ故ニ公理七ニ由テ

$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=2(c-b)(c-a)+2(b-a)(b-c)+2(a-b)(a-c)$。

第十二　$(a+b+c)^2-a(b+c-a)-b(a+c-b)-c(a+b-c)=2(a^2+b^2+c^2)$。上式ノ證ヲ問フ

第十三　$(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3=3(a-b)(b-c)(c-a)$。上式ノ證ヲ問フ

第十四　$(a+b+c)(ab+bc+ca)=(a+b)(b+c)(c+a)+abc$。上式ノ證ヲ問フ

第十五　$a=1,\ b=\frac{2}{3},\ x=7,\ y=8$ ナレバ $3(a-b)y^2/\{(a+x)y^2\}-by/\{(a+x)y\}+a$ ノ値幾何

第十六　$a+b-c$ ト $a-b+c$ ト $b+c-a$ トノ連乘積ヲ $a^2-b^2-c^2+2bc$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十七　$(a^2-bc)^2+3b^2c^2$ ヲ a^2+bc ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十八　$1+\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b$ ニ $1-\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第十九　$2(a+b)+c$ ト $3(a+b+c)+d$ ト $2(a+b+c+d)+e$ トノ和ヲ問フ

第二十　$a-x-(x-2a)+2a-x$ ヨリ $a-2x-(2a-x)+(x-2a)$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第二十一　$a-\{a+b-[a+b+c-(a+b+c+d)]\}$。上式ノ括弧ヲ除キ去テ最簡式ヲ求ムレバ如何

第二十二　$a+bx$ ニ $c+dx$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第二十三　$m^2+2mp-n^2-2nq+p^2-q^2$ ヲ $m-n+p-q$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十四　$(a+b)(b-c)(c-a)-\{a(a^2+b^2)-[a(b^2+c^2)+b(a^2+c^2)]\}$。上式ノ括弧ヲ除キ去テ最簡式ヲ求ムレバ如何

第二十五　$ax-by-cz$ ト $bx-cy-az$ ト $cx-ay-bz$ トノ和ヲ $a+b+c$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十六　$(ax+by+cz)^2-(bx+cy+az)^2$ ハ $(a+b)x+(b+c)y+(c+a)z$ ヲ以テ約スベシ此證ヲ問フ

第二十七　x^3-2x^2+4x-8 ニ $x^3-\frac{x^2}{2}+\frac{x}{4}-\frac{1}{8}$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第二十八　b^2+c^2 ト b^2-c^2 トノ相乘積ヲ $b^4-2b^3c+2bc^3-c^4$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十九　$(a-b)(x-a)(x-b)+(b-c)(x-b)(x-c)+(c-a)(x-c)(x-a)=(a-b)(b-c)(a-c)$。上式ノ證ヲ問フ

第三十　$a-b=x,\ b-c=y,\ c-a=z$ ナレバ
$2(a-b)^2(b-c)^2+2(a-b)^2(c-a)^2+2(b-c)^2(c-a)^2=x^4+y^4+z^4$ ナリ此證ヲ問フ

第三十一　$a-b=x,\ b-c=y,\ c-a=z$ ナレバ $(x^2+y^2+z^2)^2=2(x^4+y^4+z^4)$ ナリ此證ヲ問フ

第三十二　$s=a+b+c$ ナレバ $s(s-2b)(s-2c)+s(s-2c)(s-2a)+s(s-2a)(s-2b)=$
$(s-2a)(s-2b)(s-2c)+8abc$ ナリ此證ヲ問フ

第三十三　$a^2b-bx^2+a^2x-x^3$ ヲ $(x+b)(a-x)$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第三十四　$4(ad+bc)^2-(a^2-b^2-c^2+d^2)^2$, 上式ヲ四乘子ニ分ツベシ

第三十五　$2\left(a-2x-\frac{2}{3}(a-x)+x\right)-\frac{1}{3}\left(a-x-(x-c)+b-c\right)$, 上式ヲ最簡式ニ改ムレバ如何

第三十六　$(a+b+c+d)(a+b-c-d)(a-b+c-d)(a-b-c+d)$ ト
$(-a+b+c+d)(a-b+c+d)(a+b-c+d)(a+b+c-d)$ トノ和ヲ問フ

第三十七　$(x^2+xy+y^2)^2+(x^2-xy+y^2)^2$ ハ $2(x^2+y^2)$ ヲ以テ約スベシ此證ヲ問フ

第三十八　$(a^2-b^2)^2[(a-b)^2\{(a-b)^2+4ab\}+4a^2b^2]+4a^2b^2$, 上式ヲ最簡式ニ改ムレバ如何

第三十九　$(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)=a^{15}+a^{14}b+a^{13}b^2+\cdots+a^2b^{13}+ab^{14}+b^{15}$, 乘法
ニ據ラズシテ上式ヲ證明スベシ

第四十　$(a-b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)=a^{15}-a^{14}b+a^{13}b^2-\cdots-a^2b^{13}+ab^{14}-b^{15}$, 乘法
ニ據ラズシテ上式ヲ證明スベシ

最大公約數

第八十八條　衆數ノ公約數トハ之ヲ以テ其各數ヲ約スベキモノ是レナリ○

第八十九條　衆數ノ最大公約數トハ此衆數ノ公約數ノ最大ナルモノ是レナリ故ニ最大公約數ハ諸數通有ナル元乘子ヲ盡ク連乘シタル乘積ナリ但シ爰ニ謂フ所ノ最大ノ字義ハ常用ノ義ト同ジカラズ式ノ次數ニ由テ稱スルナリ量ノ多少ニ從フニアラズ設令バ衆式ノ通有ナル元乘子若シ x^2+4x+2 ト $x-3$ トナレバ前釋義ニ由テ最大公約數ハ $(x^2+4x+2)(x-3)$ 即チ $x^3+x^2-10x-6$ ナルベシ然レドモ此式ノ値元乘子ヨリ大ナラザルコトアリ若シ $x=4$ ナレバ $x^2+4x+2=34$ ニシテ $x^3+x^2-10x-6=34$ ナルガ故ナリ○

一項式最大公約數

第九十條　所題ノ式皆一項式ナル時或ハ多項式ナルモ容易ニ元乘子ニ分開スベキ時最大公約數ノ乘子ハ所題ノ式ニ有スル同ジ乘子ノ最小乘指數ヨリ大ナル乘指數ヲ有スベカラズ(第七十三條第二ヲ觀ヨ)

法則一　所題ノ諸式ノ通有元乘子ヲ盡ク發見シテ其最小冪ヲ取ルベシ

法則二　所得ノ諸乘子ヲ盡ク連乘スレバ所要ノ最大公約數ヲ得

一項式最大公約數問題

第一　$a^6-2a^4x^2+a^2x^4,\ a^4-2a^3x+a^2x^2$, 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

運算　$a^6-2a^4x^2+a^2x^4=a^2(a^4-2a^2x^2+x^4)=a^2(a-x)^2(a+x)^2$ ナリ又
$a^4-2a^3x+a^2x^2=a^2(a^2-2ax+x^2)=a^2(a-x)^2$ ナリ故ニ通乘子ノ最小冪ハ a^2 ト $(a-x)^2$

トナリ由テ $a(a-x)^2$ 即チ $a^3-2a^2x+ax^2$ ヲ以テ所需ノ最大公約數トシテ問ニ答フ

第二　$2a^2bc^3,\ 6ab^2c^2,\ 10a^3bc^2$. 上三式ノ最大公約數ヲ問フ

第三　$5x^3y^2z^2,\ 6x^2y^3z^2,\ 12x^2y^2z^3$. 上三式ノ最大公約數ヲ問フ

第四　$x^2-y^2,\ x^2-2xy+y^2$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第五　$a^2m-b^2m,\ 2ac^2m-2bc^2m$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第六　$a^3x^2-3a^2x^3+ax^4,\ 3a^2x^2-ax^4-2x^5$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第七　$16x^4-1,\ x-4x^3,\ 1-8x+16x^2$. 上三式ノ最大公約數ヲ問フ

第八　$ax+x^2,\ abx+bx^2,\ abc+bcx$. 上三式ノ最大公約數ヲ問フ

第九　$a^2+ab-12b^2,\ a^2-5ab+6b^2$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十　$x^4+x^2a^2+a^4,\ x^4+ax^3-a^3x-a^4$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十一　$x^2-3x+2,\ x^2-x-2$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十二　$x^3+1,\ x^4+mx^3+mx+1$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十三　$x^3-y^3,\ x^2-y^2$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十四　$x^4-y^4,\ x^6-y^6$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十五　$x^2-2x-3,\ x^3-7x^2+12x,\ ax^2-ax-6a$. 上三式ノ最大公約數ヲ問フ

多項式最大公約數

第九十一條　所題ノ式容易ニ元乘子ニ分開スル能ハザル時

此題ニ在テハ除法ヲ以テ所題ノ式ヲ數乘子ニ分開スルナリ然レトモ此算法ヲ定メント欲セバ先ヅ左ニ論ズル所ノ約數ノ理ヲ知ルヿヲ要ス

先ヅ一數Ａヲ他ノ一數Ｄニテ約スベキモノトシ其約商ヲ q トセバ $\frac{A}{D}=q$ ナリ今若シ之ニ m ヲ乘ズレバ $\frac{Am}{D}=qm$ ヲ得故ニ m 整數ナレバ qm 亦整數ナリ是ニ由テ左ノ定理アリ

第一　一數若シ他ノ兩數ノ一ヲ約スル片ハ此約數ハ他ノ兩數ノ相乘積ノ約數ナリ

又兩數ヲＡＢトシ其和ヲＳトシＡＢ兩數何レモＤニテ約スベキモノトシ其約商ヲ $q,\ q'$ トセバ $\frac{A}{D}=q,\ \frac{B}{D}=q'$ ニシテ $A+B=S$ ナルガ故ニ此式ノ各項ヲＤニテ約スル片ハ $q+q'=\frac{S}{D}$ ヲ得此式ニ於テ $q+q'$ ハ整數ナルガ故ニ $\frac{S}{D}$ 亦整數ナラザルヲ得ズ是ニ由テ左ノ定理アリ

第二　一數若シ他ノ兩數ヲ約スル片ハ此約數ハ亦他ノ兩數ノ和ノ約數ナリ

又兩數ＡＢノ差ヲ d トシＡＢ兩數何レモＤニテ約スベキモノトシ其約商ヲ $q,\ q'$ トセバ前ノ如ク $A-B=d$ ヲ得此式ノ各項ヲＤニテ約スル片ハ $q-q'=\frac{d}{D}$ ヲ得此式ニ於テ $q-q'$ ハ整數ナルガ故ニ $\frac{d}{D}$ 亦整數ナラザルヲ得ズ是ニ由テ左ノ定理アリ

第三　一數若シ他ノ兩數ヲ約スル片ハ此約數ハ亦他ノ兩數ノ差ノ約數ナリ

第九十二條　除法ヲ以テ兩量ヲ分解スル片其一分ト最大公約數ト相關係スルノ理ヲ左ニ示サントス

兩式ヲ同元ノ冪數ノ順ニ排列スルトシ其小ナラザルモノヲＡトシ大ナラザルモノヲＢトシＢヲ以テＡヲ除シ所得ノ餘數ヲ以テ前ノ除數ヲ除ス逐テ此ノ如ク迭ヒニ除シテ竟ニ餘數盡テ止ム今此連除法ニ

テ得ル所ノ除商ヲ q, q', q'' トシ餘數ヲ R, R', R'' 等トセバ連除法ノ運算左ノ如シ

第一
$$\begin{array}{l} B)A(q \\ \quad \underline{Bq} \\ \quad R \end{array}$$

第二
$$\begin{array}{l} R)B(q' \\ \quad \underline{Rq'} \\ \quad R' \end{array}$$

第三
$$\begin{array}{l} R')R(q'' \\ \quad \underline{R'q''} \\ \quad 0 \end{array}$$

法ト商トノ相乘積ハ若シ餘數アレバ之ヲ加ヘテ實ト等シキモノナルガ故ニ $Bq+R=A$, $Rq'+R'=B$, $R'q''=R$ ヲ得此第三式ニ由テ考フレバR'ハRヲ約スベキコ明ナリ故ニ亦 Rq'' ヲモ約スベシ(第九十二條第一定理ヲ觀ヨ)而ノR'ハ Rq' ヲ約スベク又自ヲ約スベキヲ以テ其兩數ノ和 $Rq'+R'$ 即チBヲ約スベシ(第九十一條第二定理ヲ觀ヨ)故ニR'亦 Bq ヲモ約スベシ(第九十一條第一定理ヲ觀ヨ)由テR'ハ Bq トRトノ公約數トナル故ニ亦 $Bq+R$ 即チAノ約數ナリ(第九十一條第二ノ理ヲ觀ヨ)是ニ由テ左ノ定理アリ

第一　末ノ約數R'ハRBA即チ諸實ノ公約數ナリ

又法ト商トノ相乘積ヲ實ヨリ減ジタル餘數ハ即チ除法ノ餘數ナルガ故ニ $A-Bq=R$, $B-Rq'=R'$ ヲ得凡ソBヲ約スベキ數ハ必ズ又 Bq ヲ約スベシ(第九十一條第一定理ヲ觀ヨ)此ニ由テABノ公約數ハ必ズ又 $A-Bq$ 即チRノ約數ナリ(第九十一條定理三ヲ觀ヨ)是故ニAトBトノ最大公約數ハ必ズRノ約數ナルベシ故ニ又BトRトノ公約數トナル同理ヲ推シテ後ノ方程式ヨリBトRトノ最大公約數ハR'ノ約數ナルヲ知ル故ニ此數又RR'ノ公約數トナル而シテRトR'トノ最大公約數ハR'ヨリ大ナラズ故ニR'ハRトBトノ最大公約數ニシテ又BトAトノ最大公約數ナリ此ニ由テ左ノ定理アリ

第二　末ノ約數R'ハ原兩式ABノ最大公約數ニシテ亦連除法ノ實法兩式ノ最大公約數ナリ

第一　$12x^3-2x^2-7x-3$, $3x^2-2x-1$, 上兩式ノ最大公約數ヲ求ム

演算

$$\begin{array}{l|l} 12x^3-2x^2-7x-3 & 3x^2-2x-1 \\ \underline{12x^3-8x^2-4x} & 4x+2 \\ \quad 6x^2-3x-3 & \\ \quad \underline{6x^2-4x-2} & \\ \qquad x-1 \text{ 第一次餘數} & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 3x^2-2x-1 & x-1 \\ \underline{3x^2-3x} & 2x+1 \\ \quad x-1 & \\ \quad \underline{x-1} & \end{array}$$

答　$x-1$

兹ニ示セル兩多項式ノ最大公約數ヲ求ムル法ハ二樣ノ變化アリ今之ヲ順次ニ考究セントス

第一　一項式乘子ヲ省去スル法

兩式通有ナル一項式乘子ハ之ヲ去テ最大公約數ノ一乘子トシテ別ニ置キ然ル後チ其省式ニテ前法ヲ行ヒ最大公約數ノ殘レル乘子ヲ發見シ得ベキコハ贅論ヲ待ズシテ明ナリ

又一乘子若シ一式ノ諸項ニ通シテ兩式ニ通セザルトキハ之ヲ以テ最大公約數ノ一乘子トナスベカラズ故ニ棄テヽ之ヲ用ヒズ又兩式ノ最大公約數ハ連除法ノ每次ノ實法兩式ノ最大公約數ト同ジキガ故ニ(第二定理ヲ觀ヨ)每次ノ餘數ヨリ一項式乘子ヲ省去スルコヲ得ベシ但シ初メ兩式ノ一項式乘子ヲ盡ク省キ去レバ餘數ノ一項式乘子ハ最大公約數ニ屬スルコナシ即チ二次連續シタル餘數ニ一項式ナル連

乘子ナルト知ルベシ第二定理ヲ觀ヨ今一例ヲ擧ゲ左ニ此法ヲ示サントス

例二 $12x^5+22x^3+6x$, $6x^4-15x^2-36x$. 上兩式ノ最大公約數ヲ要ム

習算 前式ハ通乘子$2x$ヲ具有シ後式ハ通乘子$3x$ヲ具有ス由テ今此乘子ヲ去リ兩式ノ通乘子xヲ別ニ置キ之ヲ最大公約數ノ一乘子トス然ル後チ其省式ヲ以テ前法ヲ行フヿ左ノ如シ

$$
\begin{array}{r|l}
6x^4+11x^2+3 & 2x^4-5x^2-12 \\ \cline{2-2}
6x^4-15x^2-36 & 3 \\ \cline{1-1}
26x^2+39 &
\end{array}
$$

此餘數ヨリ兩項ノ通乘子13ヲ去テ$2x^2+3$トシ之ヲ第二次ノ法トス

$$
\begin{array}{r|l}
2x^4-5x^2-12 & 2x^2+3 \\ \cline{2-2}
2x^4+3x^2 & x^2-4 \\ \cline{1-1}
-8x^2-12 & \\
-8x^2-12 & \\ \cline{1-1}
\end{array}
$$

求ノ約數$2x^2+3$ト初メ別ニ置キタル通乘子xトヲ相乘シテ$(2x^2+3)\times x$即チ$2x^3+3x$ヲ求メ之ヲ所要ノ最大公約數トシテ問ニ答フ

第二 一項式乘子ヲ省ク法

法ノ一項式通乘子ヲ省キ去ルノ後チ其首項ヲ實ノ首項ノ中ニ包容セザルヿアレバ實ノ首項ヲ倍シテ法ノ首項ノ幾倍トナスベキ補乘子ヲ實ノ全式ニ乘ズベシ此ノ如キ補乘子ハ必ズ實ト法トニ通ズルヿナシ是レ初メ法ノ一項式通乘子ハ盡ク省去レタルガ故ナリ此ニ由テ此變化ヲ施シテ逓除法ヲ行ヘバ求ノ約數必ズ所要ノ最大公約數ナルベシ今左ニ一例ヲ擧テ此法ヲ示サントス

例三 $2x^4-12x^3+17x^2+6x-9$, $4x^3-18x^2+19x-3$. 上兩式ノ最大公約數ヲ要ム

習算 前ノ式ニ補乘子2ヲ乘ジテ其首項ヲ後ノ式ノ首項ニテ約スベカラシム

左ノ除法ニ於テ第一次ノ餘數ヨリ3ヲ去リ所得ノ省式ニ2ヲ乘シテ其首項ヲ法ノ首項ニテ約スベカラシメ之ヲ第二次ノ實トス

$$
\begin{array}{r|l}
4x^4-24x^3+34x^2+12x-18 & 4x^3-18x^2+19x-3 \\ \cline{2-2}
4x^4-18x^3+19x^2-3x & x,\quad -1, \\ \cline{1-1}
-6x^3+15x^2+15x-18 & \text{第一次餘數} \\
-2x^3+5x^2+5x-6 & \text{省式} \\
-4x^3+10x^2+10x-12 & \text{第二次實} \\
-4x^3+18x^2-19x+3 & \\ \cline{1-1}
-8x^2+29x-15 & \text{第二次餘數}
\end{array}
$$

商ノxト-1トハ逓合スベカラズ故ニ標點ヲ置テ之ヲ分ツ

前ノ法ニ2ヲ乘シテ次ノ實トナス

$$
\begin{array}{r|l}
8x^3-36x^2+38x-6 & -8x^2+29x-15 \\ \cline{2-2}
8x^3-29x^2+15x & -x,\quad +7, \\ \cline{1-1}
-7x^2+23x-6 & \\
-56x^2+184x-48 & \\
-56x^2+203x-105 & \\ \cline{1-1}
-19x+57 &
\end{array}
$$

此餘數ヲ-19ニテ約シ$x-3$ヲ得之ヲ次ノ法トナス

$$
\begin{array}{r|l}
-8x^2+29x-15 & x-3 \\ \cline{2-2}
-8x^2+24x & -8x+5 \\ \cline{1-1}
5x-15 & \\
5x-15 & \\ \cline{1-1}
\end{array}
$$

登ニ於テ最大公約數 $a-3$ ナルコトヲ發見セリ若シ前ニ -19 ヲ省カズシテ $+19$ ヲ省ケバ最大公約數ハ $-a+3$ 即チ $3-a$ ヲ得ベシ然リト雖モ此ニ用ヒシ最大ノ字義ハ冪指數ト係數トノ最大ヲ意スルモノニシテ正負ノ關係スル所ニアラズ第八十九條ヲ觀ヨ故ニ $a-3$ ト $3-a$ トハ何レモ所題ノ兩式ノ最大公約數トナスベシ

此逐除法ニ於テ刪省スル所ノ一項式乘子ハ正トスルモ負トスルモ妨ゲナシ

第九十三條　前條ノ論ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　兩多項式ヲ同元ノ冪數ノ順ニ排列シ若シ一項式乘子ノ省クベキモノアレバ之ヲ省クベシ又兩式ノ通乘子ハ最大公約數ノ一乘子トス

法則二　所得ノ式ノ大ナラザルモノヲ以テ他ノ式ヲ除シ竟ニ餘數ノ首項ノ次數法ノ首項ノ次數ヨリ小ナルニ至テ止ム但シ此間法ハ一項式乘子ヲ省クコアリ實ハ一項式乘子ヲ補テ實ノ首項ヲ法ノ首項ニテ約スベキモノニ改作スルコアリト知ルベシ

法則三　第一次除法ノ餘數ヲ第二次ノ法トナシ第一次除法ノ法ヲ第二次ノ實トナシテ除法ヲ行フ逐テ此ノ如ク迭ヒニ除シテ竟ニ餘數盡テ止ム然ル後チ末ノ約數ヲ取リ之ニ若シ初メ省ク所ノ顯式ノ通乘子アレバ之ヲ乘ジテ所需ノ最大公約數トス

法則四　若多項式ヲ題シテ最大公約數ヲ要スル時ハ先ヅ其兩式ヲ擇テ最大公約數ヲ求メ然ル後チ所得ノ最大公約數ト第三式トノ最大公約數ヲ求ム逐テ此ノ如クシテ末ノ最大公約數ヲ以テ所需ノ最大公約數トナス

多項式最大公約數問題

第一　$x^4-2x^3-4x^2+11x-6$, $x^3-8x^2+17x-10$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第二　$6x^3+x^2-44x+21$, $6x^3-26x^2+46x-42$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第三　$x^3-6ax^2+10a^2x-3a^3$, $3x^3-14ax^2+15a^2x$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第四　$x^4-8x^3+14x^2+16x-40$, $x^3-8x^2+19x-14$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第五　a^3+5a^2+5a+1, a^3+1. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第六　$2a^4-3a^3b-3a^2b^2+7ab^3+3b^4$, $4a^4-2a^3b-4ab^3-3b^4$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第七　$3x^3-4x^2y+3xy^2-2y^3$, $4x^3-7x^2y+3y^3$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第八　$4x^5-2x^4+4x^3-27x^2+4x-7$, $2x^4+6x^3-19x^2+4x-5$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第九　$a^3c-4a^2cx+3acx^2$, $a^2c^2-6ac^2x+5c^2x^2$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十　$x^4-4x^3-16x^2+7x+24$, $9x^3-15x^2+9x+40$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十一　$15x^4+71x^3+60x^2-56$, $3x^4-17x^3-20x^2+84$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十二　$3x^4+14a^2x^2-5a^4$, $6x^4-14a^2x^2+4a^4$, $3x^4-22a^2x^2+7a^4$. 上三式ノ最大公約數ヲ問フ

第十三　$2a^4b^2-2a^3b^2y+ab^2xy^2-b^2y^3$, $a^3b^2y-3ab^2y^2+b^2y^3$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十四　$9a^4+12a^3+10a^2+4a+1$, $3a^4+8a^3+14a^2+8a+3$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十五　$2x^3+(3a-5)x^2-(9a+6)x+27$, $2x^2-13x+18$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第十六　$x^4-px^3+(q-1)x^2+px-q$, $x^4-qx^3+(p-1)x^2+qx-p$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

最小公倍數

第九十四條　一數ノ倍數トハ此數ヲ以テ約スベキ數ヲ云フナリ

此解義ニ由テ一數若シ他ノ數ノ倍數ナルトキハ前ノ數ハ後ノ數ト一種ノ整數トノ相乘積ニ等シキヲ知ル設令バA若シBノ倍數ナレバ$A=Bm$ナルベシ但シmハ一種ノ整數ヲ顯スナリ

第九十五條　衆數ノ公倍數トハ其各數ヲ以テ悉ヒニ約スベキ數ヲ云フナリ

第九十六條　衆數ノ最小公倍數トハ其各數ヲ以テ悉ヒニ約スベキ最小數ヲ云フナリ

一項式最小公倍數

第九十七條　約數皆一項式ナル時或ハ多項式ナルモ容易ニ乘子ニ分開スルヿヲ得ベキ時約數ノ理ニ由テ左ノ三定理ヲ推ス

第一　一數ノ倍數ハ約數ノ乘子ヲ盡ク具有ス

第二　衆數ノ公倍數ハ諸約數ノ乘子ヲ盡ク具有ス

第三　衆數ノ最小公倍數ハ諸約數ノ乘子ヲ盡ク具有シテ他ノ乘子ヲ具有スルヿナシ

此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　不同ナル元乘子ヲ盡ク發見シテ其最大羃ヲ取ルベシ

法則二　所得ノ乘子ヲ盡ク連乘シテ所要ノ最小公倍數トス

一項式最小公倍數問題

第一　a^2+ab, a^2d-b^2d, $a^2c-2abc+b^2c$. 上三式ノ最小公倍數ヲ問フ

運算　$a^2+ab=a(a+b)$, $a^2d-b^2d=d(a+b)(a-b)$, $a^2c-2abc+b^2c=c(a-b)^2$.

是故ニ不同ナル元乘子ノ最大羃ハa c d $(a-b)^2$ $(a+b)$ナリ故ニ之ヲ連乘シテ$acd(a-b)^2(a+b)$即チ$a^4cd-a^3bcd-a^2b^2cd+ab^3cd$ヲ所要ノ最小公倍數トシテ問ニ答フ

第二　$2a^2bc$, $5ab^2c^2$, $10ab^2d$, $15abcd$. 上四式ノ最小公倍數ヲ問フ

第三　$3x^2y$, $15xy^2$, $10xyz^2$, $5x^2y^2z$. 上四式ノ最小公倍數ヲ問フ

第四　x^2+xy, $xy-y^2$, x^2-y^2. 上三式ノ最小公倍數ヲ問フ

第五　x^3-a^3, x^2-a^2, x^3+a^3, $x^4-2x^2a^2+a^4$. 上四式ノ最小公倍數ヲ問フ

第六　x^2-x, x^2-1, x^2+1. 上三式ノ最小公倍數ヲ問フ

第七　x^4+2x^2+1, x^4-2x^2+1, x^2+2x+1, x^2-2x+1, $x+1$, $x-1$. 上六式ノ最小公倍數ヲ問フ

第八　$4x^2+2x$, $6x^2-4x$, $6x^2+4x$. 上三式ノ最小公倍數ヲ問フ

第九　x^2-4a^2, $(x+2a)^2$, $(x-2a)^2$. 上三式ノ最小公倍數ヲ問フ

第十　a^4-b^4, a^2-b^2, a^3-b^3, $a-b$. 上四式ノ最小公倍數ヲ問フ

第十一　x^2+5x+4, $-x^2-2x+8$, $x^2+7x+12$. 上三式ノ最小公倍數ヲ問フ

第十二　$x^2+(a+b)x+ab$, $x^2+(a+c)x+ac$, $x^2+(b+c)x+bc$. 上三式ノ最小公倍數ヲ問フ

多項式最小公倍數

第九十八條　約數皆多項式ニシテ容易ニ乘子ニ分開スル能ハザル時

此時ニ在テ最小公倍數ヲ求ムルノ法ハ左ノ三定理ヨリ出ヅ

第一　兩多項式ニ公約數ナケレバ此兩式ノ相乘積ハ卽チ此兩式ノ最小公倍數ナリ

第二　兩多項式ニ公約數アレバ此兩式ノ相乘積ハ此公約數ノ自乘ヲ乘子ニ具有スルニ由テ其一乘冪ヲ去レバ此兩式ノ最小公倍數ヲ得ベシ或ハ始メ兩式ノ一ヨリ此公約數ヲ去テ他ノ一式ト相乘スルモ兩式ノ最小公倍數ヲ得ベシ

第三　許多項式ノ最小公倍數ヲ發見セント欲セバ先ヅ兩式ノ最小公倍數ヲ發見シ之ト第三式トノ最小公倍數ヲ發見ス是ヨリ此ノ如ク同法ヲ施スベシ末ノ所得必ズ諸式ノ乘子ヲ悉ク具有シテ他ノ乘子ヲ具有セズ故ニ此式卽チ所題ノ諸式ノ最小公倍數ナリ（第九十七條第三定理ヲ視ヨ）

兩多項式ノ最小公倍數ヲ求ル法

法則一　兩式ノ最大公約數ヲ求メ之ヲ以テ一式ヲ約シ所得ノ商ヲ他ノ一式ニ乘ズベシ

衆式ノ最小公倍數ヲ求ル法

法則二　先ヅ兩式ヲ擇テ其最小公倍數ヲ求メ然ル後チ所得ノ式ト他ノ一式トノ最小公倍數ヲ求ム從テ此ノ如ク同法ヲ施シ末次所得ノ最小公倍數ヲ以テ所題ノ最小公倍數トス

多項式最小公倍數問題

第一　$a^3+a^2-4a+6,\ a^3-3a^2+8a-6.$　上兩式ノ最小公倍數ヲ問フ

第二　$a^3-2a^2-19a+20,\ a^2-12a+35.$　上兩式ノ最小公倍數ヲ問フ

第三　$6a^2m^4-am^2-1,\ 2a^2m^4+3am^2-2.$　上兩式ノ最小公倍數ヲ問フ

第四　$2a^3-5a^2-a+1,\ a^3-5a^2+7a-2.$　上兩式ノ最小公倍數ヲ問フ

第五　$3a^3+6a^2-5a-10,\ 6a^4-4a^2-10.$　上兩式ノ最小公倍數ヲ問フ

第六　$a^2+7a+10,\ a^2-2a-8,\ a^2+a-20.$　上三式ノ最小公倍數ヲ問フ

第七　$a^2-3ab+2b^2,\ a^2-ab-2b^2,\ a^2-b^2.$　上三式ノ最小公倍數ヲ問フ

第八　$2x^2-7xy+3y^2,\ 2x^2-5xy+2y^2,\ x^2-5xy+6y^2.$　上三式ノ最小公倍數ヲ問フ

分數式釋義幷記法

第九十九條　第十二條ニ於テ實ヲ横線ノ上ニ記シ法ヲ横線ノ下ニ記シ以テ除算ヲ示スベキヲ示セリ而シテ代數學ニテ分數ノ名ヲ下スモノハ此形狀ニ就テ解スルナリ此ニ由テ實ヲ横線ノ上ニ記シ法ヲ横線ノ下ニ記シ以テ除商ヲ示スカ之ヲ分數式或ハ分數ト云フ設令バ $\frac{a}{b}$ 此ノ如シ讀テ b 分之 a ト云フ

第百條　分數式ノ分母トハ横線ノ下ナル量卽チ法ヲ云フナリ

第百一條　分數式ノ分子トハ横線ノ上ナル量卽チ實ヲ云フナリ

第百二條　分數式ハ $\frac{a}{b}=\frac{1\times a}{b}=\left(\frac{1}{b}\right)\times a$ 此ノ如ク分解スルコヲ得ベシ是ニ由テ左ノ三定理アリ

第一　分數式ノ値ハ分母ノ個數ト分子トノ相乘積ニ等シ

第二　都テ分數式ノ分母ノ個數ヲ分數單トナスコヲ得ベシ而シテ分子ハ分數式ノ値ノ包蓄スル分數單ノ數ヲ顯スナリ

第三　分數式ハ都テ分數單一箇若シクハ分數單若干箇ナリ但シ分數單ノ値ハ分母ニ由テ定ルナリ

第百三條　整數式トハ分數ヲ帶ビザル代數式ヲ云フナリ設令バ a^2-3xy 此ノ如シ

第百四條　帶分式トハ整數式ト分數式ト混ゼタル代數式ヲ云フナリ設令バ $a^2+\frac{b}{c}$ 此ノ如シ

分數式總論

第百五條　分數式ハ除商ヲ顯スノ式ナルガ故ニ分數式ノ諸法ハ實法商三數ノ間ノ關係ノ理ニ從ハザ

ルヲ得ズ今先ヅ値ノ變化ヲ論シ次ニ正負ノ變化ヲ論セントス

第一　値之變化

○第百六條　第七十六條ニ述ル所ノ旨ヲ變換シテ分數式ノ分母子相關係スルノ理ヲ述ヘハ左ノ如シ

第一　分子ニ乘セバ分數ニ乘ズ又分子ヲ除スレバ分數ヲ除ス

第二　分母ニ乘セバ分數ヲ除ス又分母ヲ除スレバ分數ニ乘ス

第三　分母子ニ同數ヲ乘ジ或ハ分母子ヲ同數ニテ除スルモ分數ノ値變ゼズ

第二　正負之變化

○第百七條　分數式ノ視號トハ横線ノ前ナル正負號ヲ云フナリ是レ分數式ノ以テ加フベキカ或ハ以テ減ズベキヲ示スナリ設令バ $x^2+\frac{a^2-ab^2}{4a-2b}$ 此ノ如キ式ニ於テハ視號正ニシテ此分數式ハ以テ x^2 ニ加フベキ量ナルコヲ示スナリ

○第百八條　分數式ノ眞號トハ分數ノ値ノ正負ヲ云フナリ是レ分數ノ眞ニ正數ナルカヲ顯シ或ハ眞ニ負數ナルコヲ顯スナリ前條ニ示セシ分數式ニ於テ若シ $a=2$ $b=3$ ナレバ $\frac{a^2-ab^2}{4a-2b}=\frac{4-18}{8-6}=\frac{-14}{2}=-7$ トナル是故ニ此分數ハ視號正ナレ𪜈眞號ハ負ナリ

第百九條　分數式ノ眞視號ノ外ニ猶ホ分母子各々正負號ヲ具有セリ而シテ數式ハ諸項ノ正負ヲ變換セバ其眞號ヲ變換スルガ故ニ左ノ三定理アリ

第一　分母或ハ分子ノ正負ヲ變換セバ分數式ノ眞號變換ス

第二　分母子ノ正負ヲ倶ニ變換スルモ分數式ノ眞號變換セス

第三　分數式ノ視號ヲ變換セバ眞號變換ス

化法

第百十條　分數式ノ化法トハ分數式ノ値ヲ變換セズシテ式ノ形狀ヲ變換スルノ法ヲ云フナリ

化法一

第百十一條　分數式ヲ最簡式ニ化スル法

分數式ノ分母子公約數ヲ有セザルモノヲ分數最簡式ト云フ又分數式ノ分母子ヨリ同乘子ヲ去ルト雖モ分數式ノ値變換スルコナシ第百六條第三定理ヲ視ヨ故ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　分母子ヲ元乘子ニ分關シ然ル後チ母子ノ通乘子ヲ去ルベシ

又別法

法則二　分母子ノ最大公約數ヲ求メ之ヲ以テ分母子ヲ約スベシ

化法一問題

第一　$\frac{a^2-1}{a^3+a^2}$ 上ノ分數式ヲ最簡式ニ化スベシ

運算　$\frac{a^2-1}{a^3+a^2}=\frac{(a-1)(a+1)}{a^2(a+1)}=\frac{a-1}{a^2}$　答

第二　$\frac{3a^2-2a-1}{4a^3-2a^2-3a+1}$ 上ノ分數式ヲ最簡式ニ化スベシ

運算　第九十三條ノ法ヲ以テ分母子ノ最大公約數ヲ求ムレバ $a-1$ ヲ得由テ之ヲ以テ分子ヲ約セバ $3a+1$ ヲ得又分母ヲ約セバ $4a^2+2a-1$ ヲ得由テ最簡式 $\frac{3a+1}{4a^2+2a-1}$ ヲ得テ問ニ答フ

左ノ分數式ヲ各々最簡式ニ化スベシ

第三 $\frac{7x^2yz}{21xy^2z}$.　第四 $\frac{x^2-1}{xy-y}$.

第五 $\frac{a^3-ab^2}{a^2+2ab+b^2}$.　第六 $\frac{x^3-b^2x}{x^4-b^4}$.

第七 $\frac{2x^3-16x-6}{3x^3-24x-9}$.　第八 $\frac{2x^3-7x^2+14x-12}{4x^3-4x^2-13x+15}$.

第九 $\frac{a^2c+2abc+b^2c}{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$.　第十 $\frac{a^3-3a^2x+3ax^2-x^3}{a^2-x^2}$.

第十一 $\frac{x^2+(a+b)x+ab}{x^2+(a+c)x+ac}$.　第十二 $\frac{x^2-(a+b)x+ab}{x^2+(c-a)x-ac}$.

第十三 $\frac{(x+a)^2-(b+c)^2}{(x+b)^2-(a+c)^2}$.　第十四 $\frac{x^2-2ax+a^2}{x^3-2ax^2+2a^2x-a^3}$.

第十五 $\frac{6a^2+7ax-3x^2}{6a^2+11ax+3x^2}$.　第十六 $\frac{x^5-x^4-x+1}{x^4-x^3-x^2+x}$.

第十七 $\frac{x^{2n}-(m+n)x^n+mn}{x^{2n}+(m-n)x^n-mn}$.　第十八 $\frac{(x+y)^7-x^7-y^7}{(x+y)^5-x^5-y^5}$.

第十九 $\frac{(3x^2-1)(2x^2-1)-x^2(5x^2-7)}{(3x^2-1)^2+(x^3-3x)^2}$.　第二十 $\frac{(a+b)\{(a+b)^2-c^2\}}{4b^2c^2-(a^2-b^2-c^2)^2}$.

化法二

第百十二條　分數式ヲ整數式或ハ帶分式ニ化スル法

分數式ヲ以テ除語ヲ顯スル分子中ナル多少ノ項若シ分母中ナル一項ニテ約スベケレバ縦ヒ全式ヲ約スベカラズト雖モ猶ホ其一分ヲ除シテ整數分ヲ求ムルヿヲ得ベシ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　分母ヲ以テ分子ヲ除シ除スベカラザルニ至テ止リ所得ノ商ヲ整數式トス

法則二　分母ノ上ニ餘數ヲ置テ分數式ヲ作リ以テ整數式ノ後ニ列シ其間ニ餘數ノ正負號ヲ置クベシ所得ノ全式ハ所要ノ帶分式ナリ

化法二問題

左ノ分數式ヲ整數式或ハ帶分式ニ化スベシ

第一 $\frac{ab+x}{b}$.　第二 $\frac{a^2+bx}{a}$.　第三 $\frac{5ay+ab+y}{y}$.

第四 $\frac{2x^2-2y^2}{x-y}$.　第五 $\frac{3x^2-12ax-9x+y}{3x}$.　第六 $\frac{24x^2-18x-6}{8x}$.

第七 $\frac{3x^3-7x^2+7x+30}{x^2-4x+8}$.　第八 $\frac{56x^2+126x-140}{7x+21}$.　第九 $\frac{x^3+y^3}{x-y}$.

第十 $\frac{x^7-y^7}{x^3-y^3}$.　第十一 $\frac{x^5-6x^3+10x^2-3}{x^2-1}$.

化法三

第百十三條　帶分式ヲ分數式ニ化スル法

此法ハ全ク前法ノ還原ニシテ理已ニ前條ニ詳ナリ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則　分數分ノ分母ヲ整數分ニ乘ジ分數分ノ號正ナレバ所得ノ乘積ニ分子ヲ加ヘ分數分ノ號負ナレバ所得ノ乘積ヨリ分子ヲ減ジ所得ノ式ヲ所要ノ分數式ノ分子トシ原式ノ分數分ノ分母ヲ所要ノ分數式ノ分母トス

化法三問題

左ノ帶分式ヲ分數式ニ化スベシ

第一 $1+a+\frac{a^2}{b}$.　第二 $2b-\frac{3a-a}{c}$.　第三 $5a+\frac{ab+a}{b}$.

第四 $12+\frac{3a+b}{b}$.　第五 $5a-\frac{2a-5}{3}$.　第六 $3a-9-\frac{3a^2-30}{a+3}$.

第七 $x+y+\frac{y^2}{x-y}$.　第八 $x+1-\frac{x^3-4x^2+8}{(x-2)^2}$.

第九 $a^2+ab+b^2-\frac{a^3+b^3}{a-b}$.　第十 $1+2y+2y^2+2y^3+\frac{2y^4+2y^5}{1-y}$.

第十一 $(x-1)^2-\frac{(x-1)^3}{x}$.　第十二 $x^2+5xy+y^2+\frac{21x^2y^2}{x^2-5xy+y^2}$.

化法四

第百十四條　分數式ノ分母子ノ乘子ヲ轉倒スル法

設令バ $\frac{ax^n}{by^n}$ 此ノ如キ分數式ノ分母子ニ y^{-n} ヲ乘ズレバ第八十條第一定理ニ於テ空數冪ハ一箇ナルヲ甫セルヲ以テ $\frac{ax^n}{by^n}=\frac{ax^ny^{-n}}{by^{n-n}}=\frac{ax^ny^{-n}}{by^0}=\frac{ax^ny^{-n}}{b}$ トナルベシ

又同法ニテ負指數ヲ具有スル乘子ヲ轉倒スルコヲ得ベシ設令バ $\frac{ax^{-n}}{b}$ 此ノ如キ分數式ニ於テ分母子ニ x^n ヲ乘スレバ $\frac{ax^{-n}}{b}=\frac{ax^{-n+n}}{bx^n}=\frac{ax^0}{bx^n}=\frac{a}{bx^n}$ トナル又同法ニテ分數式ヲ整數式ノ形狀ニ改ムルコヲ得設令バ $\frac{x^n}{y^n}=\frac{x^ny^{-n}}{y^{n-n}}=\frac{x^ny^{-n}}{y^0}=\frac{x^ny^{-n}}{1}=x^ny^{-n}$ ヲ得ルノ類ナリ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

分母子ノ乘子ヲ轉倒スル法

法則一　乘指數ノ正負ヲ變換スベシ

分數式ヲ整數式ノ形狀ニ化スル法

法則二　分母ノ各乘子ノ乘指數ノ正負ヲ變換シテ之ヲ分子ノ乘子ニ配附スベシ

化法四問題

左ノ分數式ノ未知元及ビ未知元ヲ有スル乘子ヲ分子ニ移セバ如何

第一 $\frac{ax}{c^2y}$.　第二 $\frac{3c^2}{5mx^2}$.　第三 $\frac{1}{axyz}$.　第四 $\frac{a}{x(x-y)}$.

第五 $\frac{2a^2x^2y^2}{5c^2xy}$.　第六 $\frac{4c^2a}{3ax^2}$.　第七 $\frac{3c^2(a-x)}{5amx(a-x)^2}$.

第八 $\frac{3c^2(1-x)^{-2}(a-y)}{4ax(x-y)^2(1-x)}$.

左ノ分數式ノ未知元ヲ分子ニ集メ已知元ヲ分母ニ集ムレバ如何

第九 $\frac{a^2bc^2x^2}{5axy^2z}$.　第十 $\frac{(a-b)x(x-a)^2}{(x-a)^2(a-b)^3}$.　第十一 $\frac{5x^{-2}bcy^2}{a^2x^{-2}c^2y^{-2}}$.

左ノ分數式ノ負指數ヲ有スル乘子ヲ正指數ヲ有スル乘子ニ改ムレバ如何

第十二 $\frac{3x^{-2}a}{5ma^{-3}}$.　第十三 $\frac{5a(a^2-1)}{3ax^{-2}(a^2-1)^{-1}}$.　第十四 $\frac{3ab^{-2}cd^{-3}}{12a^{-3}b^{-2}c^{-3}}$.

左ノ分數式ヲ整數式ノ形狀ニ改ムレバ如何

第十五 $\frac{5a^2b}{x^3}$.　第十六 $\frac{7ay^2}{c^2m^2}$.　第十七 $\frac{a^2b}{4x^2y}$.　第十八 $\frac{4ab^2}{(a-x)^2}$.

化法五

第百十五條　不同分母ナル分數式ヲ同分母ナル分數式ニ化スル法

第百十一條ニ於テ分數式ハ除法ニテ最簡式ニ變スベキヲ論セリ由テ之ヲ證據シテ分數式ノ分母子ヲ高次數ナル分母子ニ化スベキヲ知ル然ルトキハ其高次數ナル分母ハ原分母ノ倍數ナラザルヲ得ズ此ニ由テ左ノ定理アリ

第一　新分數ノ通分母ハ諸分數ノ最簡ナル分母ノ公倍數ナリ

第二　新分數ノ最小通分母ハ諸分數ノ分母ノ最小公倍數ナリ

設題　$\frac{c}{a^2b^2}$，$\frac{d}{ab^3}$　上ノ兩分數ヲ最小通分母ヲ具有スルモノニ化スベシ

運算　兩分數ノ分母ノ最小公倍數ハ a^2b^3 ニシテ $a^2b^3 \div a^2b^2 = b$ 又 $a^2b^3 \div ab^3 = a$ ナリ

故ニ前ノ分數ノ分母子ニ b ヲ乘シ後ノ分數ノ分母子ニ a ヲ乘ズレバ最小通分母ヲ具有スル兩分數トナル故ニ前ノ分數ノ新分子ハ $c\times b=bc$ ニシテ後ノ分數ノ新分子ハ $d\times a=ad$ ナリ由テ所要ノ分數式 $\frac{bc}{a^2b^3}$，$\frac{ad}{a^2b^3}$ 此ノ如シ

直上ノ論ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　諸分數ノ分母ノ最小公倍數ヲ求メテ最小通分母トス

法則二　最小通分母ヲ各分數ノ分母ニテ除シ得商ヲ之ト對合スル分子ニ乘ジ所得ノ乘積ヲ所要ノ分子トス

備考　帶分式ハ先ヅ分數式ニ化シ分數式ハ總テ最簡式ニ化シ然ル後チ此法則ニ從フベシ

化法五問題

第一　$\frac{2a}{x}$，$\frac{3b}{2c}$　上兩式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

第二　$\frac{2a}{b}$，$\frac{3a+2b}{2c}$　上兩式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

第三　$\frac{5a}{3c}$，$\frac{3b}{2c}$，$4d$　上三式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

第四　$\frac{a}{b}$，$\frac{x+1}{c}$，$\frac{y}{x+a}$　上三式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

第五　$\frac{a^2+\frac{a}{y}}{\frac{c}{xy-1}}$　上兩式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スヘシ

第六　$\frac{x}{a+b}$，$\frac{y}{a-b}$，$\frac{z}{a^2-b^2}$　上三式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スヘシ

第七　$\frac{a}{x-1}$，$\frac{b}{x^2-1}$，$\frac{c}{x^3-1}$　上三式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

第八　$\frac{a}{b-a}$，$\frac{b}{a+b}$，$\frac{ab}{a^2-b^2}$，$\frac{b^2}{a^2+b^2}$　上四式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

第九　$\frac{1}{x-1}$，$\frac{x}{(1-x)^2}$，$\frac{3}{x+1}$，$\frac{4}{(x+1)^2}$，$\frac{5}{1-x^2}$　上五式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

第十　$\frac{a}{x-a}$，$\frac{a+x}{x^2+ax+a^2}$，$\frac{ax}{a^2-x^2}$　上三式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

第十一　$\frac{1}{(a-b)(a-c)}$, $\frac{1}{(b-a)(b-c)}$, $\frac{1}{(c-a)(c-b)}$.　上三式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

第十二　$\frac{1}{(a-b)(a-c)(a-d)}$, $\frac{1}{(b-a)(b-c)(b-d)}$, $\frac{1}{(c-a)(c-b)(c-d)}$.　上三式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

第十三　$\frac{1}{x^2-(a+b)x+ab}$, $\frac{1}{x^2-(a+c)x+ac}$, $\frac{1}{x^2-(b+c)x+bc}$.　上三式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

第十四　$\frac{x^2+x+1}{x^3-6x^2+6x-5}$, $\frac{x^2-x+1}{x^3-4x^2-4x-5}$.　上兩式ヲ最小通分母ヲ有スル分數ニ化スベシ

加分

第百十六條　第百二條ニ於テ分數ハ分母ノ倒數ト分子トノ相乘積ニ等シキコヲ定セリ是故ニ幾項ノ分數若シ同分母ヲ有スルトキハ同ジ分數若ヲ有スルナリ由テ此數若ヲ加法ノ數若トナスコヲ得設令バ

$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=a\left(\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}\right)=(a+b)\left(\frac{1}{c}\right)=\frac{a+b}{c}$ 又 $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=ac^{-1}+bc^{-1}=(a+b)c^{-1}=\frac{a+b}{c}$ 此ノ如シ

此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　諸分數ヲ最小通分母ヲ有スル式ニ化スベシ

法則二　所得ノ分數式ノ分子ヲ合計シテ之ヲ通分母ノ上ニ置テ所要ノ和トナス

備考一　加フベキ式中帶分式アレバ整數分ト分數分トヲ別ニ加フベシ

備考二　合計ハ總テ最簡式ニ改作スルモノト知ルベシ

加分問題

第一　$\frac{x^2}{x^2-1}$, $\frac{-x^2}{x^2-1}$, $\frac{x}{x^2-1}$, $\frac{-1}{x^2-1}$.　上四式ノ和ヲ開ケ

第二　$\frac{a^2}{a^2-b^2}$, $\frac{ab}{a^2-b^2}$, $\frac{b^2}{a^2-b^2}$.　上三式ノ和ヲ開ケ

第三　$\frac{a^2}{(a^2-b^2)^2}$, $\frac{-2ab}{(a^2-b^2)^2}$, $\frac{b^2}{(a^2-b^2)^2}$.　上三式ノ和ヲ開ケ

第四　$\frac{a}{b}$, $\frac{a+b}{b}$　上兩式ノ和ヲ開ケ

第五　$\frac{a^2}{3}$, $\frac{a^2+a^2}{a+a}$　上兩式ノ和ヲ開ケ

第六　$\frac{a+b}{a-b}$, $\frac{a-b}{a+b}$　上兩式ノ和ヲ開ケ

第七　$2a+\frac{a+3}{5}$, $4a+\frac{2a-5}{4}$　上兩式ノ和ヲ開ケ

第八　$5a+\frac{a-2}{3}$, $4a+\frac{2a-3}{5a}$　上兩式ノ和ヲ開ケ

第九　$\frac{a}{a+c}$, $\frac{2c}{a-c}$, $\frac{c}{a+c}$.　上三式ノ和ヲ開ケ

第十 $\frac{x^2y-3y^3}{5x^3}$, $\frac{3x^3+3y^3}{5x^2y^2}$, $\frac{xy^2-6x^3}{10y^3}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第十一 $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)}$, $\frac{a+b}{(c-a)(a-b)}$, $\frac{c+a}{(a-b)(b-c)}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第十二 $\frac{a^2-b}{(a-b)(a-1)}$, $\frac{b^2+a}{(b+1)(b-a)}$, $\frac{1+ab}{(1-a)(1+b)}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第十三 $\frac{bc}{(a-b)(a-c)}$, $\frac{ac}{(b-c)(b-a)}$, $\frac{ab}{(c-a)(c-b)}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第十四 $\frac{x-3}{x^2-3x+2}$, $\frac{x-2}{x^2-4x+3}$, $\frac{x-1}{x^2-5x+6}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第十五 $\frac{bc(a+d)}{(a-b)(a-c)}$, $\frac{ac(b+d)}{(b-a)(b-c)}$, $\frac{ab(c+d)}{(c-a)(c-b)}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第十六 $\frac{1}{(a-b)(a-c)(x+a)}$, $\frac{-1}{(a-b)(b-c)(x+b)}$, $\frac{1}{(a-c)(b-c)(x+c)}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第十七 $\frac{x}{x+1}$, $\frac{x^2}{x^2+3x+2}$, $\frac{x^3-2x^2-3x}{x^3+6x^2+11x+6}$. 上三式ノ和ヲ問フ

減分

第百十七條 兩分數式同分母ヲ有スルトキハ此兩分數式ハ同シ分數基ヲ有スルナリ故ニ分子ノ差ヲ求ムルトキハ此式ヲ彼式ヨリ減スルヿヲ得設令ハ $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=a\left(\frac{1}{c}\right)-b\left(\frac{1}{c}\right)=(a-b)\left(\frac{1}{c}\right)=\frac{a-b}{c}$ 又

$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=ac^{-1}-bc^{-1}=(a-b)c^{-1}=\frac{a-b}{c}$ 此ノ如シ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一 兩分數式ヲ最小通分母ヲ有スル式ニ化スヘシ

法則二 減式ノ分子ヲ他ノ式ノ分子ヨリ減シ所得ノ餘數ヲ通分母ノ上ニ置テ兩式ノ差トス

減分問題

第一 $\frac{x^2}{x^2-y^2}$ ヨリ $\frac{y^2}{x^2-y^2}$ ヲ減スレハ所得ノ餘數如何

第二 $\frac{a}{a^2-1}$ ヨリ $\frac{1}{a^2-1}$ ヲ減スレハ所得ノ餘數如何

第三 $\frac{3x}{7}$ ヨリ $\frac{2x}{9}$ ヲ減スレハ所得ノ餘數如何

第四 $\frac{7x}{2}$ ヨリ $\frac{2x-1}{3}$ ヲ減スレハ所得ノ餘數如何

第五 $\frac{1}{x-y}$ ヨリ $\frac{1}{x+y}$ ヲ減スレハ所得ノ餘數如何

第六 $2a+\frac{11a-10}{15}$ ヨリ $2a+\frac{3a-5}{7}$ ヲ減スレハ所得ノ餘數如何

第七 $\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}$ 上式ヲ最簡ナル形狀ニ化スヘシ

第八 $x+\frac{x-y}{x^2+xy}$ ヨリ $\frac{x+y}{x^2-xy}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第九 $3x+\frac{x}{b}$ ヨリ $x-\frac{x-a}{c}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第十 $\frac{x^2+x-5}{2x^2-11x+12}-\frac{x^2+x-1}{2x^2+5x-12}$、上式ヲ最簡ナル形狀ニ化スベシ

第十一 $\frac{3a+b}{a^2+3ab+2b^2}$ ヨリ $\frac{a+7b}{a^2+5ab+6b^2}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第十二 $\frac{4a-3b}{7ab(a-b)-2(a^3-b^3)}$ ヨリ $\frac{3a-b}{3ab(a+b)-2(a^3+b^3)}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

乘分

第百十八條 整數ヲ分數ニ乘スルノ法二アリ一ニ曰ク分子ニ乘ス二ニ曰ク分母ヲ除ス〔第百七條第一定理及ヒ第二定理ヲ視ヨ〕

第百十九條 兩分數式ヲ相乘スルノ法ヲ考究センガタメ左ニ一題ヲ設ク

設題 設令バ $\frac{a}{b}$ ト $\frac{c}{d}$ トノ相乘積ヲ要ム

運算 $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=ab^{-1}\times cd^{-1}=acb^{-1}d^{-1}=\frac{ac}{bd}$.

此積數ヲ看ルニ分子ハ兩乘子ノ分子ノ相乘積ニシテ分母ハ兩乘子ノ分母ノ相乘積ナリ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一 整數式及ビ帶分式ハ分數式ニ化スベシ

法則二 分子ヲ相乘シテ乘積ノ分子トシ分母ヲ相乘シテ乘積ノ分母トス分母子若シ公約數アレバ約シテ最簡式トナスベシ

乘分問題

第一 $\frac{a}{b}$ ニ $\frac{b}{x}$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第二 $\frac{a+x}{3a}$ ニ $\frac{5a}{3(a+x)}$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第三 $\frac{2x+3y}{2a}$ ニ $\frac{2a}{5x}$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第四 $\frac{a^2-x^2}{2y}$ ニ $\frac{2a}{a+x}$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第五 $\frac{4y^2}{5y-10}$ ニ $\frac{15y-30}{2y}$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第六 $\frac{a^4-b^4}{a+b}$ ニ $\frac{a^2}{ab-b^2}$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第七 $\frac{a^2x-x^3}{a}$ ニ $\frac{6a}{2ax-2x^2}$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第八 $a+\frac{x}{b}$ ニ $a-\frac{y}{b}$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第九 $\frac{3x^2-5x}{14}$ ニ $\frac{7a}{2x^3-3x}$ ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第十 $\frac{x^2-y^2}{x}$ ト $\frac{x}{x+y}$ ト $\frac{a}{x-y}$ トノ連乗積ヲ問フ

第十一 $\frac{4a^2-16b^2}{a-2b}$ ニ $\frac{5b}{8a^2+32ab+32b^2}$ ヲ乗ズレバ所得ノ乗積如何

第十二 $\frac{x+1}{2a}$ ト $\frac{x-1}{a+b}$ ト $3a$ トノ連乗積ヲ問フ

第十三 $\frac{a^2-x^2}{a+b}$ ト $\frac{a^2-b^2}{ax+x^2}$ ト $a+\frac{ax}{a-x}$ トノ連乗積ヲ問フ

第十四 $\frac{a^3-x^3}{a^2-b^2}$ ト $\frac{a+b}{a^2+ax+x^2}$ ト $\frac{a-b}{a-x}$ トノ連乗積ヲ問フ

第十五 $\frac{x^2-b^2}{bc}$ ト $\frac{x^2+b^2}{b+c}$ ト $\frac{bc}{x-b}$ トノ連乗積ヲ問フ

第十六 $\frac{a(a-c)}{a^2+2ac+c^2}$ ト $\frac{a(a+c)}{a^2-2ac+c^2}$ ト $\frac{a^2-c^2}{ac^2x}$ トノ連乗積ヲ問フ

第十七 $\frac{a^2-(b-c)^2}{a-b-c}$ ト $\frac{a+b-c}{(a-b-c)(b-c-a)}$ トノ相乗積ヲ問フ

第十八 $\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}$ ト $\frac{a}{a+c}-\frac{b}{b+c}$ トノ相乗積ヲ問フ

第十九 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{x}{a}+1$ ト $\frac{x^2}{a^2}+\frac{x}{a}+1$ トノ相乗積ヲ問フ

第二十 $\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}-\frac{4y^2}{x^2-y^2}\right)\times\frac{x+y}{2y}$ 上式ヲ最簡ナル形状ニ化スベシ

除分

第百二十條 單數式ニテ分數式ヲ除スルノ法ニアリ一ニ曰ク分子ヲ除ス二ニ曰ク分母ニ乗ズ第百六條第一定理及ヒ第二定理ヲ視ヨ

第百二十一條 分數式ニテ分數式或ハ單數式ヲ除スルノ法ヲ考究センガタメ左ニ一題ヲ設ク

設題 $\frac{a}{b}$ ヲ $\frac{c}{d}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

運算 $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=ab^{-1}\div cd^{-1}=\frac{ab^{-1}}{cd^{-1}}=\frac{ad}{bc}$.

此得數ヲ稽ルニ分子ハ實ノ分子ト法ノ分母トノ相乗積ニシテ分母ハ實ノ分母ト法ノ分子トノ相乗積ナリ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一 單數式及ヒ帶分式ハ分數式ニ化スベシ

法則二 法ノ分母子ヲ轉倒シテ實ト相乗スベシ

除分問題

第一 $\frac{5a}{a}$ ヲ $\frac{b}{c}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二 $\frac{a+b}{c}$ ヲ $\frac{a}{a+b}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第三 $\frac{15ab}{a-x}$ ヲ $\frac{10ac}{a^2-x^2}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第四 $\frac{2x^2-7}{x+a}$ ヲ $\frac{a^2}{x^2+2ax+a^2}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第五 $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$ ヲ $\frac{a+b}{a-b}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第六 $\frac{2ax+x^2}{a^2-x^2}$ ヲ $\frac{x}{a-x}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第七 $\frac{14x-3}{5}$ ヲ $\frac{10x-4}{25}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第八 $\frac{9x^2-3x}{5}$ ヲ $\frac{x^2}{5}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第九 $\frac{6x-7}{x+1}$ ヲ $\frac{x-1}{3}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十 $\frac{x+x^2}{3x^2}$ ヲ $\frac{2ax+2ax^2}{7}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十一 $\frac{a^2-x^2}{a^2-2ax+x^2}$ ヲ $\frac{a^2+ax+x^2}{a-x}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十二 $\frac{9y^2-3y}{5}$ ヲ $\frac{y^2}{5}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十三 $\frac{ma-mx}{a+b}$ ヲ $\frac{ma-mx}{a+b}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十四 $\frac{x}{x+y}\times\frac{a}{x-y}$ ニテ a ヲ除スレバ所得ノ商如何

第十五 $\frac{3(x^2-1)}{2(a+b)}$ ヲ $\left(\frac{x+1}{2a}\right)\left(\frac{x-1}{a+b}\right)$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十六 $\frac{10ab+3a^2+3b^2}{10ab-3a^2-3b^2}$ ヲ $\frac{3a+b}{b-3a}\cdot\frac{b}{a}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十七 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{1}{a}$ ヲ $\frac{x}{a^2}-\frac{1}{a}+\frac{1}{a}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十八 $\frac{a-1}{a}+\frac{b-1}{b}+\frac{c-1}{c}-1$ ヲ $3-\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$ ニテ除スレバ所得ノ數如何

繁分數化法

第百二十二條 分數式ノ分母子皆整數式ナルモノヲ簡分數ト云ヒ分數式ノ分母或ハ分子分數式ナルモノ或ハ帶分式ナルモノ及ヒ分母子倶ニ分數式ナルモノ或ハ帶分式ナルモノヲ繁分數ト云フ

第百二十三條 繁分數ヲ簡分數ニ化スルノ法ハ分子ヲ實トシ分母ヲ法トシテ除分ノ法則ヲ施スニアリ然レ𪜈又左ノ理ニ由テ簡法ヲ得

第一 凡ソ分數式ハ之ニ其分母ヲ乘ズルトキ所得ノ乘積ハ分子ナリ

第二 凡ソ分數式ハ之ニ其分母ノ倍數ヲ乘スルトキ所得ノ乘積整數式ナリ是故ニ繁分數ヲ化シテ簡分數ヲ求ムルノ法左ノ如シ

法則 分母子ナル諸分數ノ分母ノ最小公倍數ヲ分母子ニ乘スベシ

繁分數化法問題

第一 $\dfrac{\dfrac{a}{a-x}-1}{1-\dfrac{a}{a+x}}$ 上ノ繁分數ヲ化シテ最簡ナル常分數トナセバ如何

註釋　分母子ニ $(a-x)(a+x)$ 即チ a^2-x^2 ヲ乘ズ

$$\frac{\dfrac{a}{a-x}-1}{1-\dfrac{a}{a+x}}=\frac{a^2+ax-a^2+x^2}{a^2-x^2-a^2+ax}=\frac{ax+x^2}{ax-x^2}=\frac{a+x}{a-x}$$ 答

左ノ繁分數ヲ最簡ナル常分數ニ化スレバ如何

第二 $\dfrac{a+\dfrac{b}{c}}{a+\dfrac{c}{b}}$.

第三 $\dfrac{\dfrac{a^2}{bc^2}+\dfrac{b^2}{a^2c}}{\dfrac{a^2}{b^2c}+\dfrac{b^2}{ac^2}}$.

第四 $\dfrac{\dfrac{x-1}{m}-\dfrac{x+1}{n}}{\dfrac{x+1}{m}+\dfrac{x-1}{n}}$.

第五 $\dfrac{\dfrac{a+1}{b}-2+\dfrac{b-1}{a}}{\dfrac{a-1}{b}-2+\dfrac{b+1}{a}}$.

第六 $\dfrac{\dfrac{a}{bc}+\dfrac{b}{ac}+\dfrac{c}{ab}}{\dfrac{ab}{c}+\dfrac{ac}{b}+\dfrac{bc}{a}}$.

第七 $\dfrac{\dfrac{a+b}{c+d}+\dfrac{a-b}{c-d}}{\dfrac{a+b}{c-d}+\dfrac{a-b}{c+d}}$.

第八 $\dfrac{\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}-\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}}{\dfrac{a+b}{a-b}-\dfrac{a-b}{a+b}}$.

第九 $\dfrac{\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}}{\dfrac{1}{y-1}+\dfrac{1}{y+1}}$.

第十 $\dfrac{\dfrac{a+1}{a}+\dfrac{b+1}{b}-\dfrac{c+1}{c}-\dfrac{d+1}{d}}{\dfrac{cd}{c+d}-\dfrac{ab}{a+b}}$.

雜例二

第一 $2x^3+(2a+3b)x^2+(2b+3ab)x+3b^2$, $2x^2+(2c+3b)x+3bc$. 上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第二 $\dfrac{1}{n-1-(n-1)x}-\dfrac{1}{n+1+(n+1)x}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第三 $\dfrac{a^2-(b-c)^2}{(a+c)^2-b^2}+\dfrac{b^2-(c-a)^2}{(a+b)^2-c^2}-\dfrac{(a-b)^2-c^2}{(b+c)^2-a^2}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第四 $\dfrac{30a^{3n}b^{n+2}c^{n+2}-6a^{2n}b^{n}c^{n}x^{n+1}}{20a^{n}b^{n-1}c^{2}x^{n}-4a^{n}b^{n}x^{n+1}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第五 $\dfrac{acx^2+(ad+bc)x+bd}{a^2x^2-b^2}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第六 $\dfrac{1}{1+\dfrac{x}{1+x+\dfrac{2x^2}{1-x}}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第七 $1+\left(\dfrac{a-x}{a+x}\right)^2$ ヲ $1-\left(\dfrac{a-x}{a+x}\right)^2$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第八 $\left(\dfrac{x-a}{x-b}\right)^2-\dfrac{x-2a+b}{x+a-2b}$. 若シ $x=\dfrac{a+b}{2}$ ナレバ上式ノ値如何

第九 $\dfrac{x+y-1}{x-y+1}$. 若シ $x=\dfrac{a+1}{ab+1}$, $y=\dfrac{ab+a}{ab+1}$ ナレバ上式ノ値如何

第十 $\dfrac{3abc}{bc+ca-ab}-\dfrac{\dfrac{a-1}{a}+\dfrac{b-1}{b}+\dfrac{c-1}{c}}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第十一 $\dfrac{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b+c}}{\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b+c}}\left\{1+\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right\}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第十二 $\dfrac{\dfrac{x}{y}+1+\dfrac{y}{x}}{\dfrac{x}{y}-1+\dfrac{y}{x}}\times\dfrac{1+\dfrac{y^3}{x^3}}{1-\dfrac{y^3}{x^3}}\div\dfrac{(x+y)^2}{x^2-y^2}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第十三 $\dfrac{1}{a-b}+\dfrac{1}{b-c}+\dfrac{1}{c-a}+\dfrac{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}{2(a-b)(b-c)(c-a)}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第十四 $6\left(\dfrac{x+y}{2}-\dfrac{x-2y}{3}\right)-36\left[\dfrac{x}{18}-\left\{\dfrac{3x-4y}{9}-\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{5x+2y}{6}\right)\right\}\right]$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第十五 $\dfrac{1}{a}\left[\dfrac{1}{a}\left\{\dfrac{1}{a}\left(x-a^3\right)-a^2\right\}-a\right]-a$. 上式ノ括弧ヲ去テ最簡式ニ化スレバ如何

第十六 $\dfrac{a-b}{a}\left\{\dfrac{a+b}{a}(x-a^2)-a\right\}+2a$. 上式ノ括弧ヲ去テ最簡式ニ化スレバ如何

第十七 $\dfrac{a^n}{2na^n-2nx}+\dfrac{b^n}{2nb^n-2nx}$. 若シ $x=\dfrac{a^n+b^n}{2}$ ナレバ上式ノ値如何

第十八 兩分數ノ和一箇ナレバ此兩分數ノ差ト此兩分數自乘ノ差ト適等ナリ此理ヲ證ス

第十九 $\dfrac{1}{x}\left\{x-\dfrac{1}{x-\dfrac{1}{x}}\right\}+\dfrac{1}{2(x-1)}-\dfrac{1}{2(x+1)}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第二十 $\left\{\frac{a}{(a+b)^2}-\frac{b}{a^2-b^2}+\frac{2b^2}{(a+b)^2(a-b)}\right\}\frac{a+b}{a-b}$ 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

○一次方程式

第百二十四條　兩量ノ適等ヲ顯ス所ノ代數式ヲ方程式ト云フ設令バ $a+b$ ト c ト適等ナルコヲ顯ス所ノ代數式 $a+b=c$ ハ方程式ナリ

第百二十五條　方程式ノ適等號ノ左方ナル量ヲ前端ト云ヒ右方ナル量ヲ後端ト云フ設令バ方程式 $a-3y=c-d$ ニ在テ $a-3y$ ハ前端ニシテ $c-d$ ハ後端ナリ

第百二十六條　方程式ニテ顯ス適等ハ代數學ノ意義ニ適スルナリ即チ適等ナル兩數同體ニシテ同數ナリ

註　適等ノ字義二アリ其一ヲ算術ノ意義トシ他ノ一ヲ代數學ノ意義トス算術ニテハ數値等シケレバ則チ適等數ト云フ然レドモ代數學ニテハ同數ニシテ同體ナルモノニアラザレバ適等數ト云ハザルナリ此意義已ニ第三十七條定理第二ニ見ヘタリ

第百二十七條　方程式ノ未知元トハ之ニ一定ノ値ヲ配シテ方程式ノ狀勢ニ合スベキモノ是レナリ而シテ斯ル値ヲ方程式ニ合フト云フ

又一式一元ヲ有スルモノト定マラズ或ハ一式中ニ數多ノ未知元ヲ有スルコアリ

第百二十八條　方程式ノ箇トハ方程式ノ狀勢ニ適スル未知元ノ値ナリ設令バ方程式 $x^2+2x=35$ ニ於テ $x=5$ ヲ代フレバ $5^2+2\times5=35$ 即チ $25+10=35$ 即チ $35=35$ トナル故ニ5ヲ以テ x ニ代フレバ兩端適等ナリ此ニ由テ5ハ此方程式ノ一箇ナリ

又 $x=-7$ ヲ代フレバ $(-7)^2+2\times(-7)=35$ 即チ $49-14=35$ 即チ $35=35$ トナル是故ニ -7 亦此方程式ノ一箇ナリ

第百二十九條　數字方程式トハ已知數ヲ盡ク數字ニテ顯シタル方程式ナリ設令バ $3x^2-5x+8=17$ 此ノ如シ

第百三十條　代數方程式トハ字元ニテ顯シタル已知數ヲ有スル方程式ナリ設令バ $ax^2-3bx=c^2d$ 此ノ如シ

第百三十一條　兩同式トハ方程式ノ兩端同形ナルモノ或ハ同形ニ變化スベキモノ是レナリ設令バ $a^2-3a=a^2-3a$ 或ハ $a^2-b^2=(a+b)(a+b)$ 此ノ如シ

第百三十二條　方程式ノ次數トハ其式中ノ一項ニ具有セル最モ多キ元數ナリ此ニ由テ左ノ定理アリ

註　元ハ未知元ノ略ナリ以下之ニ倣テ知ルベシ

第一　方程式若シ一元ヲ具有セバ其次數ハ此元ノ最大乘指數ニテ而ス

註　未知元ヲ分母ニ有スル項ナキ方程式ニ就テ云ヘルナリ

第二　方程式若シ多元ヲ具有セバ其次數ハ其式中ノ一項ニ有スル諸元ノ乘指數ノ和ノ最大數ニテ言ス

設令バ $x+ay=b$ 或ハ $ax+y=c^2$ ハ一次方程式ナリ又 $x^2+4x=8$ 或ハ $x^2+xy=ab$ ハ二次方程式ナリ又 $ax^3+bx^2+cx=2ab$ 或ハ $x^2+3xy+y^2=ab^2$ ハ三次方程式ナリ

方程式變換法

第百三十三條　方程式ノ變換法トハ兩節ノ適等ヲ破ラズシテ形狀ヲ變換スルノ法ナリ
方程式ノ本質ニ由テ方程式ニ施シテ兩節ノ適等ヲ破ラサル算法ハ總テ第三十四條ニ定シタル公理ノ中ニ包容ス其法左ノ如シ

第一　同數若シクハ適等數ヲ兩節ニ加フルヿヲ得公理第一ニ據ル
第二　同數若シクハ適等數ヲ兩節ヨリ減スルヿヲ得公理第二ニ據ル
第三　同數若シクハ適等數ヲ兩節ニ乘ズルヿヲ得公理第三ニ據ル
第四　同數若シクハ適等數ニテ兩節ヲ除スルヿヲ得公理第四ニ據ル
第五　兩節ヲ同ジ羃數ニ乘ズルヿヲ得公理第八ニ據ル
第六　兩節ヲ同ジ根數ニ開クヿヲ得公理第九ニ據ル

變換法一

轉項法

第百三十四條　方程式ノ例項ヲ轉變スル法
轉項法トハ方程式ノ例項ヲ此節ヨリ彼節ニ轉シテ兩節ノ適等ヲ破ラザル法ナリ
轉項法ノ法則ヲ定メンガタメ左ノ三題ヲ考究ス

設題一　方程式 $x+a=b$ ノ兩節ヨリ a ヲ減ゼバ所得ノ方程式 $x=b-a$ ナリ循ニ於テ一項 $+a$ ハ前節ヲ去リ $-a$ トナツテ後節ニ出ルヲ知ル

設題二　方程式 $x-a=b$ ノ兩節ニ a ヲ加フレバ所得ノ方程式 $x=a+b$ ナリ斯ニ於テ一項 $-a$ ハ前節ヲ去リ $+a$ トナツテ後節ニ出ルヲ知ル

設題三　方程式 $a-x=b$ ノ兩節ヨリ a ヲ減ゼバ所得ノ方程式 $-x=b-a$ ナリ此方程式ノ兩節ニ

-1 ヲ乘ズレバ所得ノ方程式 $x=a-b$ ナリ今此方程式ヲ以テ原式ニ比フレバ一項 $+a$ ハ前節ヲ去テ後節ニ轉シ他ノ二項ハ正負ヲ變換シタルヲ知ル

是故ニ方程式中ナル一項ノ正負及ビ其所在ヲ變換スルノ法則左ノ如シ

法則一　方程式中ナル一項ノ正負ヲ變換セバ其項ヲ此節ヨリ彼節ヘ轉スルヿヲ得設題第一及ビ第二ニ據ル

法則二　一項ヲ此節ヨリ彼節ニ轉シテ其正負ヲ變換セザレバ他ノ諸項ノ正負ヲ盡ク變換スベシ設題第三ニ據ル

法則三　一項ノ正負ヲ變換セバ他ノ諸項ノ正負ヲ盡ク變換スベシ設題第三ニ據ル

轉項法問題

法則一ニ從テ左ノ方程式ノ未知ノ諸項ヲ前節ニ集メ已知ノ諸項ヲ後節ニ集ムルトキハ如何但シ x y ハ未知元ニシテ他ノ諸元ハ皆已知數ナリ

第一　$a^2x+bc=ab-2cx$.　第二　$3x^2-2x-5=3c-5cx-dx$.
第三　$4c^2x-a+3b=x-ab-2cx$.　第四　$5ab^2-x+4cd=ax-cx+a^2$.
第五　$x-ab+c=ax-by-cy-d$.　第六　$abx-ac+bc=-cy+2by-x-d$.
第七　$a^2x+3ab-y=ad-x+y-c+cy-bx$.　第八　$ax+py-bc=pcd-2x-cy-bx+bc$.

法則二ニ從テ左ノ方程式ノ未知ノ諸項ヲ後節ニ集メ已知ノ諸項ヲ前節ニ集ムルトキハ如何

第九　$ax+bc=a^2+cx$.　第十　$4cd^2-a^2x-3cx=ax-m^2$.

第十一　$ax-7+5cd=bc+a^2cx-4m^2$.　　第十二　$a^2-c^2x-3dx=c^2d^2x-5b^2$.

第十三　$3x-a^2+b^2-b=my+nx-mn+px$.　　第十四　$-abc+mn-x=b-y+cx+ax$.

第十五　$p^2-ay+3z=5z-2a-2y-3$.

變換法二 去分母法

第百三十五條　方程式ノ列項ノ分母ヲ去ル法

第百二十三條ノ定理ニ於テ凡ソ分數式ハ其分母ノ倍數ヲ乘スル片所得ノ相乘積整數ナルコヲ說セリ故ニ若シ諸項ノ分數式ニ其諸分母ノ公倍數ヲ乘スル片ハ所得ノ相乘積何レモ整數ナルベシ設令バ方程式 $\frac{3x}{10}-\frac{2x}{15}=12$ ニ於テ兩分母10 15ノ最小公倍數30ヲ普ク諸項ニ乘ゼバ $9x-4x=360$ ヲ得此方程式ノ列項皆整數ナリ又方程式 $\frac{x}{a^3}-\frac{x-c}{ab^2}=\frac{x+c}{a^2b}$ ニ於テ三分母 a^3 ab^2 a^2b ノ最小公倍數 a^3b^2 ヲ普ク諸項ニ乘ゼバ $b^2x-a(x-c)=b(x+c)$ ヲ得此方程式ノ列項皆整數ナリ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則　方程式ノ諸項ニ諸分母ノ最小公倍數ヲ乘ズベシ

備考一　分數式ニ分母ノ倍數ヲ乘スル片先ヅ分母ヲ以テ其倍數ヲ約シ所得ノ商ヲ分子ニ乘スルヲ捷トス

備考二　方程式ノ列項ノ分母ヲ去ルニ諸分母ヲ順次ニ乘スルモ可ナリ

去分母法問題

左ノ方程式ノ列項ノ分母ヲ去レバ如何

第一　$\frac{x}{2}+\frac{2x}{3}-\frac{3x}{4}=10$.　　第二　$\frac{3x}{7}-\frac{2x+3}{14}=\frac{x-5}{21}$.

第三　$\frac{a}{x-a}+\frac{c}{x+a}=\frac{d}{x^2-a^2}$.　　第四　$\frac{x-a}{c}-\frac{2x-3a}{ac^2}=\frac{x+ac}{a^2}$.

第五　$\frac{ax-bx}{8c}-\frac{cx-ax}{10a}=\frac{bx-cx}{4ac}$.　　第六　$\frac{5x}{12}-\frac{3x}{16}+\frac{3-x}{24}-\frac{5x-4}{30}=2$.

第七　$\frac{1}{abc}=\frac{a}{bcx}+\frac{b}{acx}+\frac{c}{abx}$.　　第八　$\frac{1}{3}(x-2)+\frac{1}{2}(x-1)=\frac{1}{4}(x+3)+1$.

第九　$\frac{x-1}{a-b}-\frac{x+1}{a+b}=\frac{ax}{a^2-b^2}$.　　第十　$\frac{x-b}{a-b}+\frac{x}{b^2-a^2}=\frac{x+a}{a^2+ab+b^2}$.

第十一　$\frac{x+y+z}{x-y+z}+\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$.　　第十二　$\frac{2x}{y^2-x^2}-\frac{a}{x+y}=\frac{b}{x-y}$.

第十三　$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=\frac{x}{ab}-\frac{y+z}{ac}$.　　第十四　$\frac{x}{m^2-1}-\frac{y}{m^2+1}=\frac{z}{1-m}+\frac{y}{1+m}$.

一元一次方程式解法

第百三十六條　方程式ノ解法トハ未知元ノ値即チ方程式ノ根ヲ發見スルノ法ナリ

第百三十七條　方程式ノ根ヲ未知元ニ代フル片兩邊相等ナレバ此根ハ此方程式ニ合ヘリト云フ

第百三十八條　一次方程式ノ解法ハ方程式ノ形狀ヲ變換シテ未知元ヲ一邊ニ留ルニアリ然ル片ハ他ノ一邊ハ未知元ノ値即チ方程式ノ根ナリ設令バ方程式 $\frac{5x-2}{3}-\frac{x-7}{4}=4+\frac{5x}{6}$ ヲ解シテ其ノ根ヲ發見スルノ法左ノ如シ

原式 $\frac{5x-2}{3}-\frac{x-7}{4}=4+\frac{5x}{6}\cdots$(一) ノ列項ノ分母ヲ去レバ $20x-8-3x+21=48+10x\cdots$(二)

ヲ得此方程式ノ未知ノ諸項ヲ前邊ニ集メ已知ノ諸項ヲ後邊ニ集ムルキハ $20x-3x-10x=48+8-21$……[三]ヲ得此方程式ノ類項ヲ合一セバ $7x=35$……[四]トナル此方程式ノ兩邊ヲ七除セバ $x=5$ ヲ得

爰ニ於テ求メ得タルxノ値ヲ[一]式ノxニ代フレバ $\frac{25-2}{3}-\frac{5-7}{4}=4+\frac{25}{6}$ 即チ $7\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=4+4\frac{1}{6}$ 即チ $8\frac{1}{6}=8\frac{1}{6}$ ヲ得是故ニ5ハ此方程式ニ合ヘリ

第百三十九條　一元一次方程式ハ一根ヨリ多キ根ヲ有スルヿナシ

論　凡ソ方程式ハ其形狀ニ係ラズ總テ分母ヲ去リ未知ノ諸項ヲ前邊ニ集メ已知ノ諸項ヲ後邊ニ集ムルキハxノ諸數ノ和ヲaトシ後邊ヲbトセバ方程式ノ形狀 $ax=b$……[一] 此ノ如クナルベシ故ニ若シ[一]式ニ多根アラバ此方程式ノ兩根ヲ x' 及 x'' トスルキ此兩根何レモ方程式ニ合ハザルヲ得ズ第百二十八條ヲ見ヨ故ニ此兩根ヲ順次ニ[一]式ノxニ代フレバ $ax'=b$……[二] $ax''=b$……[三] ヲ得故ニ公理第七ニ據テ $ax'=ax''$……[四] ヲ得轉項法ニテ $a(x'-x'')=0$……[五] ヲ得然レ𪜈[五]式ハ是レ不合理ナリ其故何トナレバaハ空數ニアラズ $x'-x''$ 亦空數ナラザルガ故ナリ此ニ由テ一元一次方程式ハ一根ヨリ多キ根ヲ具有スルヿナシ

第百四十條　前條ノ論ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　方程式ノ列項ニ分數アレバ先ヅ其分母ヲ去リ然ル後チ普通ノ如ク加減スベシ

法則二　未知ノ諸項ヲ前邊ニ集メ已知ノ諸項ヲ後邊ニ集メ然ル後チ兩邊ヲ最簡式ニ化スベシ前邊ニ若シ異項アレバ未知元ヲ括弧外ニ置テ括ルベシ

法則三　未知元ノ係數ヲ以テ兩邊ヲ除スベシ然ルキ所得ノ方程式ノ後邊ハ所要ノ未知元ノ値即チ方

程式ノ根ナリ

一元一次方程式ノ解法ヲ綱要シテ陳フレバ左ノ如シ

第一　分母ヲ去ル　第二　類項ヲ合ス　第三　未知元ノ係數ニテ除ス

方程式ノ形狀ニ由テ或ハ前法ヲ變更シテ簡法ヲ得ルヿアリ其例左ノ如シ

第一　方程式ノ列項ニ類項アル片或ハ同分母ナル分數式アレバ先ヅ斯ル諸項ヲ合シ然ル後チ分數ヲ去ルヲ宜トス

設令バ方程式 $56+\frac{7x-10}{4}+\frac{x+7}{7}=100-\frac{x+10}{4}$ ニ於テ先ヅ類項ヲ合一セバ $2x+\frac{x-7}{7}=44$ ヲ得次ニ分母ヲ去レバ $14x+x-7=308$ ヲ得由テ $15x=315$ ヲ得故ニ $x=21$ ナリ

第二　方程式ノ列項ニ多項式ナル分子或ハ分母ヲ具有スルモノアレバ簡易ナル分母ヨリ順次ニ去テ類項ヲ得ル片每次之ヲ合スルヲ宜トス

設令バ方程式 $\frac{6x+7}{9}+\frac{7x+13}{6x+3}=\frac{2x+4}{3}$ ニ於テ先ヅ悉ク諸項ニ9ヲ乘スレバ $6x+7+\frac{21x-39}{2x+1}=6x+12$ ヲ得類項ヲ合スレバ $\frac{21x-39}{2x+1}=5$ トナル又分母ヲ去レバ $21x-39=10x+5$ ヲ得由テ $11x=44$ ヲ得故ニ $x=4$ ナリ

第三　方程式ノ已知數一項ニ止ルキハ分母ヲ去ルキ此一項ニ乘法ヲ實行セズ唯記號ヲ以テ之ヲ示シ解法ノ末ニ至テ實算スルヲ宜トス

設令バ方程式 $\frac{x}{4}+\frac{x}{7}+\frac{x}{12}+\frac{x}{21}=88$ ニ於テ悉ク諸項ニ84ヲ乘セバ

$21x+12x+7x+4x=88\times84$ 即チ $4x=88\times84$ ヲ得由テ $x=2\times84=168$ ナリ

又解法ノ方法ニ由テ合理ナル方程式ヲ解シテ不合理ナル方程式ヲ見ルコトアリ是レ約數ノ値空數ナルニ據ルナリ其例左ノ如シ

設令バ方程式 $5(2x-3)+2=8x-10$・・・〔一〕ニ於テ前節ナル $+2$ ヲ後節ニ轉シテ後節ヲ約レバ $5(2x-3)=4(2x-3)$・・・〔二〕ヲ得此式ノ兩節ヲ $2x-3$ ニテ除スレバ $5=4$・・・〔三〕ヲ得此式不合理ナリ然レ而若シ $2x-3$ ノ値空數ナレバ〔二〕式ハ合理ノ方程式ナリ由テ $2x-3=0$・・・〔四〕トセバ此方程式ヨリ $x=\frac{3}{2}$ ヲ得ベシ此得根ヲ以テ〔一〕式ノ x ニ代フレハ兩節倶ニ $+2$ トナル由テ $\frac{3}{2}$ ハ〔一〕式ニ合フナリ是故ニ未知元ヲ包容スル乘子ヲ兩節ヨリ去テ得ル所ノ方程式不合理ナルモ原式ノ不合理ナルニアラザルヲ知ル若シ省タ所ノ乘子ヲ空數ト比較シテ方程式ヲ作レバ則チ根ヲ得ベシ若シ又未知元ヲ包容スル乘子ヲ兩節ヨリ去テ得ル所ノ方程式合理ナルモ未知元ヲ包容セザルトキハ原式兩同式ニシテ未知元ノ値定リナシ若シ又合理ニシテ未知元ヲ包容スルトキハ此方程式ヨリ一根ヲ得省タ所ノ乘子ヨリ一根ヲ得此類ノ方程式ハ是レ二次方程式ナリ

一元一次方程式解法問題

左ノ方程式ヲ解シテ x ノ値ヲ發見スベシ

第一 $7x-16=3x-4.$ 第二 $3x+9=5x+1.$

第三 $4x+7=x+21-3+x.$ 第四 $5x+16=x+52.$

第五 $5ax-c=b-3ax.$ 第六 $6ax+b=9x+c.$

第七 $\frac{x}{4}+\frac{x}{6}=10.$ 第八 $\frac{3x}{2}=\frac{x}{4}+24.$

第九 $\frac{3x+5}{2}=\frac{15x-1}{8}.$ 第十 $\frac{x+1}{3}+\frac{3x-5}{5}=\frac{9x}{10}.$

第十一 $\frac{2x+1}{2}+\frac{7x-15}{5}=\frac{17x+3}{8}-\frac{3}{2}.$ 第十二 $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{5x}{12}=\frac{5x}{7}+\frac{3x}{4}-18.$

第十三 $\frac{17x-12}{3}-\frac{5x-16}{4}=\frac{10x-3}{6}-\frac{6x-7}{2}.$

第十四 $21+\frac{3x-11}{16}=\frac{5x-5}{8}+\frac{97-7x}{2}.$ 第十五 $\frac{7x+16}{21}-\frac{x+8}{4x-11}=\frac{x}{3}.$

第十六 $\frac{9x+20}{36}=\frac{4x-12}{5x-4}+\frac{x}{4}.$ 第十七 $\frac{20x}{25}+\frac{36}{25}+\frac{5x+20}{9x-16}=\frac{4x}{5}+\frac{86}{25}.$

第十八 $\frac{3x}{4}-\frac{x-1}{2}=6x-\frac{20x+13}{4}.$ 第十九 $\frac{x-3}{2}+\frac{x}{3}=20-\frac{x+19}{2}.$

第二十 $\frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}=16-\frac{x+3}{4}.$ 第二十一 $2x-\frac{x+3}{3}+15=\frac{12x+26}{5}.$

第二十二 $\frac{7x+9}{4}-\left(x-\frac{2x-1}{9}\right)=7.$ 第二十三 $\frac{7+9x}{4}-\left(1-\frac{2-x}{9}\right)=7x.$

第二十四 $\frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}=\frac{x-3}{4}+\frac{x-4}{6}+38.$ 第二十五 $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}=77.$

第二十六　$7(x-1)+(x-3)(x+3)=(x+9)(x-5)$.

第二十七　$\left(x+\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{4}=(x+5)(x-3)$.

第二十八　$(x+1)^2=(6-(1-x))x-2$.

第二十九　$\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)-(x-5)(x+3)=\frac{93}{4}$.

第三十　$c^2x+2ax-c^2x=a^2+c^2$.

第三十一　$4bx-2a=3ab-6b^2x$.

第三十二　$a(x+b)+b(x-c)+c(x-a)=0$.

第三十三　$a^2(x-1)+m(x-2)=m^2$.

第三十四　$ax+cx+x=b+\frac{b-ax}{c}$.

第三十五　$\frac{a+x}{b}+\frac{c-x}{d}=\frac{a}{b}$.

第三十六　$\frac{x}{a-1}+\frac{x}{b-1}-\frac{x}{a+1}-\frac{x}{b+1}=1$.

第三十七　$\frac{x-1}{c-1}+\frac{x}{c+1}=\frac{1}{c-1}+\frac{2}{(c-1)^2}$.

第三十八　$\frac{x}{a}+\frac{x}{b}+\frac{x}{c}=ab+ac+bc$.

第三十九　$\frac{x-b-c}{a}+\frac{x-a-c}{b}+\frac{x-a-b}{c}=3$.

第四十　$\frac{1}{2}\left(x-\frac{a}{3}\right)-\frac{1}{3}\left(x-\frac{a}{4}\right)+\frac{1}{4}\left(x-\frac{a}{5}\right)=0$.

第四十一　$\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{c}+\frac{x-c}{a}=\frac{x-(a+b+c)}{abc}$.

第四十二　$\frac{ax^2+bx+c}{px^2+qx+r}=\frac{ax+b}{px+q}$.

第四十三　$\frac{m(x+a)}{x+b}+\frac{n(x+b)}{x+a}=m+n$.

第四十四　$1{\cdot}25x-6{\cdot}125+{\cdot}25x={\cdot}625x$.

第四十五　$3{\cdot}164x-4{\cdot}256={\cdot}24x+{\cdot}08x$.

第四十六　$\frac{2{\cdot}4x-{\cdot}12}{28}+\frac{4{\cdot}6x-3{\cdot}6}{4}=\frac{{\cdot}64x-{\cdot}048}{{\cdot}7}$.

一元一次方程式應用問題

第百四十一條　方程式ノ應用問題ハ常談ヲ以テ已知數ト未知數トノ關係ヲ證明シテ未知數ノ値ヲ要ムルナリ若シ其關係同等數ヲ出セバ則チ之ヲ代數式ニ改メ以テ方程式ヲ作リ之ヲ解ケバ所要ノ未知數ノ値ヲ得ベシ之ヲ問題ノ解ト云フ

第百四十二條　方程式應用問題ノ解ニ方程式一式ヲ要スルモノノ二類アリ其一ハ未知數一件ニ關係セシ問題ニシテ其二ハ幾種ノ未知數ニ關係スト雖ロ若シ其一ヲ知レバ其他ハ題意ニ由テ推算スルヿヲ得ベキモノ是レナリ

左ニ掲ル所ノ二例ハ第一類ノ問題ナリ

第一　原數若干アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯其三分之一ト四分之一トノ和ハ二十一箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此原數幾何

解　原數ヲxトシ題意ニ由テ方程式 $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=21$ ヲ作リ分母ヲ去レバ $4x+3x=21\times12$ 即チ $7x=21\times12$ ヲ得故ニ $x=36$ ナリ

答　原數三十六

第二　甲乙二人ノ歳入相等シ而シテ甲ノ歳出ハ八百圓乙ノ歳出ハ一千圓ナリ由テ甲ノ五年間ニ貯蓄セシ餘剩ハ乙ノ七年間ニ貯蓄セシ餘剩ニ等シト云フ由テ問フ二人ノ歳入各幾何

解　二人ノ歳入等シキヲ以テ之ヲxトセバ題意ニ由テ甲一歳ノ餘剩ハ $x-800$ 乙一歳ノ餘剩

$x-1000$ ナルヲ知ル故ニ又題意ニ由テ方程式 $5(x-800)=7(x-1000)$ 即チ $5x-4000=7x-7000$ ヲ得由テ未知ノ兩項ヲ前節ニ集メ已知ノ兩項ヲ後節ニ集メ類項ヲ合シテ皆ノ諸項ノ正負ヲ變換セバ $2x=3000$ ヲ得由テ $x=1500$ ナリ

答　二人之齎入各一千五百圓

左ニ掲ル所ノ二例ハ第二類ノ問題ナリ

第三　三商資本ヲ合セテ一商舗ヲ開タデリ其合本額七千二百圓ナリ而テ乙ノ出銀ハ甲ノ出銀ニ三倍シ丙ノ出銀ハ甲乙兩商ノ出銀ノ和ニ等シト云フ由テ問フ三商ノ出銀各幾何

解　甲ノ出銀ヲ x トセバ題意ニ由テ乙ノ出銀ハ $3x$ ニシテ丙ノ出銀ハ $x+3x$ 即チ $4x$ ナルヲ知ル故ニ又題意ニ由テ方程式 $x+3x+4x=7200$ 即チ $8x=7200$ ヲ得故ニ $x=900$ ヲ得此ニ由テ $3x=2700,\ 4x=3600$ ナリ

答　甲九百圓　乙二千七百圓　丙三千六百圓

第四　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其差六箇ニシテ大數五分之一ニ小數三分之一ヲ加ヘタル總數ハ大數三分之一ヨリ小數五分之一ヲ減シタル餘數ニ等シト云フ由テ問フ兩數各幾何

解　小數ヲ x トセバ題意ニ由テ大數ハ $x+6$ ナルヲ知ル故ニ又題意ニ由テ方程式 $\frac{x+6}{5}+\frac{x}{3}=\frac{x+6}{3}-\frac{x}{5}$ ヲ得此式ノ分母ヲ去レバ $3x+18+5x=5x+30-3x$ トナル未知ノ諸項ヲ前節ニ集メ已知ノ諸項ヲ後節ニ集メテ類項ヲ合スレバ $6x=12$ ヲ得故ニ $x=2,\ x+6=8$ ナリ

答　大數八箇　小數二箇

方程式一式ヲ以テ解スベキノ問題ノ解ハ前四例ニ由テ明ナリ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　一元ヲ以テ未知數ノ一ニ命ジ稍ホ他ニ未知數アレバ題意ニ從テ一々其代數式ヲ作ルベシ

法則二　題意ニ從テ適等數ヲ顯ス所ノ代數式ヲ作テ方程式ヲ求ムベシ

法則三　所得ノ方程式ヲ解スベシ

右三則ヲ總括シテ顯ブレバ左ノ如シ

第一　記法　　第二　方程式　　第三　方程式ノ解法

備考一　前ノ二則ニ由テ題辭變シテ代數式トナル之ヲ立式ト云フ

備考二　問題ノ解ハ立式ヲ至難トス是レ題ニ限リ無キ狀情アルガ故ナリ且又題ニ隨テ適宜ナル記法ヲ定メテ方程式ヲ作ルノ法ハ唯學士ノ熟練ニ任スルモノニシテ一定ノ法アラザルガ故ナリ

備考三　題意ニ二類アリ其一ヲ顯意ト云ヒ其二ヲ隱意ト云フ顯意トハ題辭適等數ヲ辯明スルモノ是レナリ隱意トハ題辭適等數ヲ辯明セズト雖モ反覆熟考セバ則チ適等數ヲ題辭ノ中ヨリ發見スベキモノ或ハ題外ノ意義ヨリ適等數ヲ推知スベキモノ是レナリ

備考四　凡ソ問題定解アルモノハ題辭ノ各意義ヨリ未知數ヲ盡ク定ムルニ足ル若シ任意ニ記號ヲ定メテ未知數ノ一ニ命シ然ル後チ猶ホ他ノ未知數アレバ題辭ニ從テ其代數式ヲ一々作テ猶ホ未ダ適等數ヲ作ルベキ意義殘レルモノナリ

一元一次方程式應用問題

第一　原數若干アリ其數何ナルヲ知ラズ若シ之ヨリ六箇ヲ減ジ所得ノ餘數ヲ十一倍セバ則チ一百二十一箇トナルヲ知レリト云フ由テ問フ原數幾何

第二　或人居地ヲ制テ人ニ貸スアリ約シテ二十年ヲ限リトス旣ニ經歷セシ年數三分之一ハ今ヨリ期限ニ至ル年數ノ半ニ等シト云フ由テ問フ旣往ノ年數幾何

第三　原數若干アリ其幾何ナルヲ知ラズ若シ之ニ其二分之一ト三分之一ト四分之一トヲ加フレバ所得ノ總數二百五十箇トナルト云フ由テ問フ原數幾何

第四　原數七十七箇ヲ二分シ其一分ヲ七除シ他ノ一分ヲ三除シテ所得ノ兩箇ヲ合セテ一十五箇ナラシメント欲ス由テ問フ兩分各幾何

第五　兩數ノ和七十五箇ニシテ兩數ノ差ハ大數三分之一ニ等シト云フ由テ問フ兩數各幾何

第六　一士アリ既ニ所有銀四分之一ト五分之一トヲ費スト雖モ猶ホ囊中六十六圓ヲ存セリト云フ由テ問フ此人元ノ所有銀幾何

第七　一士若干銀ヲ所有シ始メ其三分之一ヲ費シ次ニ殘銀四分之一ヲ費シ又其殘銀五分之一ヲ費セリ然レドモ猶ホ囊中二十四圓ヲ剩セリト云フ由テ問フ此人元ノ所有銀幾何

第八　原數若干アリ其幾何ナルヲ知ラズ若シ之ヨリ五箇ヲ減ゼバ所得ノ餘數ノ三分之二ハ四十箇ナリト云フ由テ問フ原數幾何

第九　一士アリ車馬各々一ヲ購フ其價合セテ二百圓ナリ但シ馬ノ價ノ半ハ車ノ價三分之一ニ等シト云フ由テ問フ車馬各價幾何

第十　原數四十八箇ヲ二分シテ其小分ヲ四除シ大分ヲ六除シ所得ノ兩箇ヲ合セテ九箇ナラシメント欲ス由テ問フ大小兩分各幾何

第十一　一父家財ヲ分テ四兒ニ與フニ方リ乃チ長子ノ所得ハ全額ノ四分之一ヨリ二百圓多ク次子ノ所得ハ全額ノ五分之一ヨリ三百四十圓多ク第三子ノ所得ハ全額ノ六分之一ヨリ三百圓多ク末子ノ所得ハ全額ノ八分之一ヨリ四百圓多シト云フ由テ問フ家財ノ全額幾何

第十二　原數若干アリ其幾何ナルヲ知ラズ若シ之ヨリ九十一箇ヲ減ゼバ所得ノ餘數ノ三分之一ハ原數ノ十分之一ニ等シト云フ由テ問フ原數幾何

第十三　四商俱ニ一箇舶ヲ購フアリ其合本價七萬三千五百圓ナリ而ノ乙ノ出銀ハ甲ノ出銀ニ三倍シ丙ノ出銀ハ甲乙兩箇ノ出銀ノ和三倍ニ等シク丁ノ出銀ハ乙丙兩箇ノ出銀ノ和三分之一ニ等シト云フ由テ問フ甲ノ出銀幾何

第十四　父ハ三十七歲子ハ七歲ナリ由テ問フ幾年ノ後チ父ノ年齡子ノ年齡ニ三倍スルヤ

第十五　兄弟三人アリ伯ハ二十七歲仲ハ二十三歲季ハ十五歲ナリ由テ問フ幾年ノ後チ伯兄ノ年齡和季弟ノ年齡ニ三倍スルヤ又問フ伯兄ノ年齡兩弟ノ年齡ノ和ニ等シキハ幾年前ナリキ

第十六　分數七分之三アリ今此分母子ニ同數ヲ加ヘ之ヲ約シテ五分之三ヲ得ント欲ス由テ問フ此加數幾何

第十七　分數アリ其母子各幾何ナルヲ知ラズ唯其分母ハ分子ヨリ四箇多ク若シ此分數ノ分子ニ一箇ヲ加ヘ分母ヨリ一箇ヲ減シテ之ヲ約スルトキハ二分之一ヲ得ルト云フ由テ問フ原分數ノ母子各幾何

第十八　原數二百零四箇アリ之ヲ二分シテ其小分五分之二ヲ大分ヨリ減ジタル餘數ト大分七分之三ヲ小分四倍ヨリ減ジタル餘數ト適等ナラシメント欲ス由テ問フ兩分各幾何

第十九　一士アリ車馬各々一ヲ購ス其價合セテ三百四十一圓ナリ若シ馬ノ價八分之三ヲ車ノ價二倍ヨリ減ジタル餘リ恰モ車ノ價七分之五ヲ馬ノ價三倍ヨリ減ジタル餘リト適等ナリト云フ由テ

問フ車馬各價幾何

第二十　母銀若干ヲ借利息ニテ貸セバ八月ノ後チ母子合計一千四百八十八圓トナリ又十五月ノ後チ母子合計一千五百三十圓トナルト云フ由テ問フ此母銀幾何

第二十一　一軍艦アリ賞金若干ヲ將校及ヒ水夫ニ與フルアリ今七千五百六十圓ヲ將士ニ配與シ其餘ヲ水夫二十七人ニ平分セリ然レトモ若シ九千五百六十圓ヲ將士ニ配與スルモ水夫二十五人ナレハ一夫ノ所得増減ナシト云フ由テ問フ賞金ノ全額幾何

第二十二　一商賈アリ毎年一千圓ヲ以テ家用ニ充ツ而シテ毎年其殘金ニ就シテ其三分之一ヲ増加ス此ノ如クスルコ三年ニシテ竟ニ資本金ヲ二倍セリト云フ由テ問フ初年ノ資本金幾何

第二十三　或人地ヲ貸ス約シテ九十九年ヲ期限トス他人問テ日ク已ニ幾何ノ歳月ヲ經過セリヤト此人答テ既往ノ年數三分之二ト今ヨリ期限ニ到ル年數五分之四ト適等ナリト云フ由テ問フ既往ノ歳月幷ニ將來ノ歳月各幾何

第二十四　火藥アリ其量ヲ知ラズ唯硝石ハ全量三分之二ヨリ十磅多ク硫黄ハ全量六分之一ヨリ四磅少ク木炭ハ硝石ノ量七分之一ヨリ二磅少キヲ知レリト云フ由テ問フ火藥ノ全量幾何

第二十五　賞金一百八十三圓ヲ甲乙ノ二士ニ與フルアリ甲ノ所得七分之四ト乙ノ所得十分之三ト適等ナラシメント欲ス由テ問フ二士ノ所得各幾何

第二十六　原數六十八箇アリ之ヲ大小二分トナシ其大分ト八十四箇トノ差ヲ小分ト四十箇トノ差三倍ニ等シカラシメント欲ス由テ問フ大小二分各幾何

第二十七　脚夫アリ毎時五里ヲ歩行シテ甲乙丙三村ヲ巡ル朝五時ニ甲村ヲ發足シ若干時ヲ經テ乙村ニ達シ此處ニ休息スルコ一時間ニシテ乙村ヲ發足シテ丙村ニ到リ又此處ニ休息スルコ一時間ニシテ丙村ヲ發足シテ甲村ニ歸レバ夕三時三十六分ニ著村セリト云フ但シ甲乙兩村ノ距離ハ乙丙兩村ノ距離ヨリ五里近ク乙丙兩村ノ距離ハ丙甲兩村ノ距離ヨリ三里近シ由テ問フ兩村ノ距離各幾何

第二十八　牧羊者アリ羊群ヲ牽テ市ニ出ヅ途ニ賈客ニ逢テ總數三分之一ト六頭トヲ賣去シ後チ復賈客ニ逢テ餘數ノ半ト十頭トヲ賣去セリ而メ今餘ル所僅ニ二頭ナリト云フ由テ問フ始メ牽ク所ノ總數幾何

第二十九　或人一傭ヲ僱テ玻璃器一百箇ヲ運搬セシメ約シテ日ク一器ヲ全クシテ運搬セバ三錢ヲ給スベク若シ過テ一器ヲ破レバ九錢ヲ罰スベシト今全數ヲ運搬シテ給スル所二圓四十錢ナリト云フ由テ問フ破損スル所幾何

第三十　或人二百七十圓ノ負債アリ其債主三名ナリ但シ乙ノ本銀ハ甲ニ二倍シ丙ノ本銀ハ甲乙ノ和ニ二倍セリト云フ由テ問フ三債主ノ本銀各幾何

第三十一　四工偕ニ工錢三百十五圓ヲ得タリ而メ乙ノ所得ハ甲ノ所得ノ一倍半ニ等シク丙ノ所得ハ甲乙二工ノ所得ノ和一倍三分之一ニ等シク丁ノ所得ハ他ノ三工ノ所得ノ和ノ一倍四分之一ニ等シト云フ由テ問フ四工ノ所得幾何

備考　甲ノ所得ヲ$6x$トシ乙ノ所得ヲ$9x$トシテ此問題ヲ解スレバ簡便ナリ

第三十二　一賈人アリ歳入三分之二ヲ家用ニ充テ其餘實三分之二ヲ營繕ニ充ツ而メ年々尙ホ七十圓ヲ收藏スト云フ由テ問フ此人歳入幾何

第三十三　一賈人アリ乘馬一頭乘鞍一具ヲ購フ其價合セテ九十圓ナリ然レトモ乘馬ノ價ヲ以テ乘鞍ノ

價ニ比フレバ八倍ニ相當セリト云フ由テ問フ乘馬乘轎價各幾何

第三十四　賞金四百六十二圓ヲ甲乙ノ二士ニ配與セントス其法甲ニ一圓ヲ與フル毎乙ニ十錢ヲ與フルナリ由テ問フ此分法ヲ以テ此金額ヲ分ツ時ハ二士ノ所得各幾何

第三十五　本年ノ地租ハ前年ヨリ百分之八ヲ增加セリ而シテ本年ノ地租ハ一千八百九十圓ナリト云フ由テ問フ前年ノ地租幾何

第三十六　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其和八百四十四ニシテ其差大數三分之一ニ等シキヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第三十七　或人所有銀五分之一ト一百圓トヲ費スト雖モ尚ホ餘リ所有銀ノ半ヨリ三十五圓多シト云フ由テ問フ此人始メ所有銀幾何

第三十八　配分銀千五百二十圓ヲ甲乙丙ノ三人ニ分ツアリ各所得等シカラズ乃チ乙ノ所得ハ甲ノ所得ヨリ一百圓多ク丙ノ所得ハ乙ノ所得ヨリ二百七十圓多シト云フ由テ問フ三人ノ所得各幾何

第三十九　甲乙二士ノ歲入相等シ而メ甲士ハ家用足ラズ每歲若干ノ欠債ヲ負フ但シ其欠債歲入七分之一ニ相當ス然ルニ乙士ハ歲入五分之四ヲ以テ家用ニ充ツ由テ二年ノ後チ甲士ノ欠債ヲ辨償シテ尚ホ剰ル所三十二圓アリト云フ由テ問フ二士ノ歲入各幾何

第四十　一府ヨリ一使ヲ出ス其人五時間ニ七里ヲ行ク又八時間ヲ歷テ追使ヲ出ス其人三時間ニ五里ヲ行クト云フ由テ問フ幾時間ヲ歷テ後使前使ニ及フベキヤ幷ニ問フ其間ノ行程幾何

第四十一　甲乙兩工共ニ一事ヲ治ルアリ若シ甲獨リ之ヲ治ル時ハ八日ニテ成工ス若シ乙獨リ之ヲ治ル時ハ十二日ニテ成工スト云フ由テ問フ兩工共ニ作工セバ幾何日ニテ成工スベキヤ

第四十二　一士アリ六時間ニテ某處ニ往還セント欲ス乃チ往クニ馬車ニ乘テ每時八里ヲ走リ歸リニ每時四里ヲ歩行セバ則チ能限レル時ノ末ニ家門ニ到着スト云フ由テ問フ某所家門ヲ距ルヿ幾何里ナルヤ

第四十三　甲乙丙ノ役丁共ニ一隅溝ヲ穿ツアリ六日ニテ成工ス若シ甲一人專ラ之ニ任セバ則チ乙一人ニテ治ル時ノ二分之一ニテ治ムベシ又乙一人專ラ之ニ任セバ則チ丙一人ニテ治ル時ノ三分之二ニテ治ムベシト云フ由テ問フ一人專ラ治メシムル時ハ各幾何日ニシテ成工スベキヤ

第四十四　兩府相距ルヿ三百六十里ナリ今兩府ヨリ同時ニ一使ヲ出シテ他ノ府ニ遣ルアリ東使ハ每時十里ヲ行キ西使ハ每時八里ヲ行クト云フ由テ兩使途ニ相遇フ所ヲ問フ

第四十五　二人群羊ヲ分ツアリ甲ハ七十二圓ヲ得乙ハ九十二圓ヲ得由テ乙ヨリ甲ニ三十五圓ヲ償ヒ始テ平均ヲ得タリト云フ由テ問フ群羊ノ價幾何

第四十六　水夫アリ不流ノ水ニテハ每時十二里ヲ漕ク今爰ニ疾流アリ若干里ノ間ニテ上ラント欲セバ七時間ヲ要シ下ラント欲セバ五時間ヲ要スト云フ由テ問フ此河流ノ速力ハ每時幾何里ナルヤ

第四十七　水夫アリ不流ノ水ニ在テハ每時九里ヲ漕クベシ今疾流ニ臨テ若干里ノ水路ヲ漕クニ逆流ニ上ル時ト順流ヲ下ル時トヲ比較シテ二倍ノ差アルヲ知レリト云フ由テ問フ此河流ノ速力ハ每時幾何里ナルヤ

第四十八　空車ハ一日ニ十四里ヲ行キ重車ハ一日ニ十里ヲ行ク今河岸ヨリ物ヲ運搬スルヿ五日ニ三回ナリト云フ由テ問フ此行程幾何

第四十九　一將アリ部下ノ兵士一千二百九十六人ヲ率テ陣中ノ方陣ヲ作リ四面伍ヲ累ルヿ十二隊ナ

リト云フ由テ問フ諸國一列ノ人數幾何

第五十　一將アリ部下ノ兵士若干ヲ率テ虚中ノ方陣ヲ作ラントス四面伍ヲ出ルコト四段ヲ得若シ前面ノ一列ヲ十六人減ゼバ四面伍ヲ減ルコト八段ヲ得ベシト云フ由テ問フ兵士ノ總數幾何

第五十一　東京ヨリ西京ニ到ル行程凡ソ一百三十里トス今一人アリ東京ヲ發足シ毎日八里ヲ歩行シ西京ニ到ラントス此人發足セシ後チ三日ヲ經テ西京ヲ發足シ毎日六里ヲ歩行シテ東京ニ到ラントスル者アリ由テ問フ此兩人相遇フ處ハ東京或ハ西京ヨリ幾何里ヲ距ル乎

第五十二　水槽アリ水八百二十升ヲ容ルベシ今之ニ三管ヲ具ヘテ水ヲ注入スルニ二十分時ニテ滿水セリト云フ又一管ヨリ一分時ニ注入スル水量ヲ比較スルニ甲管ハ丙管ヨリ十升多ク乙管ハ丙管ヨリ五升少シト云フ由テ問フ一管ヨリ一分時ニ注入スル水量各幾何

第五十三　原數二百四十二箇アリ分テ四分トナシ其第一分ニ十箇ヲ加ヘ第二分ヨリ十箇ヲ減ジ第三分ニ十箇ヲ乘ジ第四分ヲ十ニ除シテ得數ヲ皆等シカラシメント欲ス由テ問フ四分各幾何

第五十四　一父家財ヲ分テ四兒ニ與フルアリ先ヅ總數二分之一ニ一百圓ヲ添ヘテ末子ニ與ヘ次ニ殘金ノ半ニ一百圓ヲ添ヘテ第三子ニ與ヘ又其殘金ノ半ニ一百圓ヲ添ヘテ次子ニ與ヘ其餘リヲ長子ニ與フ然ルトキハ長子ノ所得總數ノ十分之一ニ相當スト云フ由テ問フ家財ノ全額幾何

第五十五　醸造家アリ酒一千六斛ヲ甲乙兩甕ニ分テ貯藏ス今甲甕ノ酒ヲ乙甕ニ分テ乙甕ノ量ヲ二倍トナシ次ニ又乙甕ノ酒ヲ甲甕ニ分テ甲甕ノ殘量ヲ二倍トナス此ノ如クスルコト三次ニシテ兩甕ノ容量等シキヲ知ルト云フ由テ問フ始メ兩甕ニ貯藏セシ容量各幾何

第五十六　茶商アリ毎一斤價五十錢ノ品一百斤ヲ所有ス今之ニ毎一斤價三十錢ノ品若干ヲ混和シテ毎一斤價三十六錢三分錢之二ニ賣リ一割ノ益ヲ得ント欲ス由テ問フ混合品ノ數幾何

第五十七　一紳士アリ所有銀ノ中チ二百圓ト殘銀六分之一トヲ學校ニ寄附シ又三百圓ト殘銀六分之一トヲ病院ニ寄附セリ但シ兩回ノ寄附銀相等シト云フ由テ問フ此人初ノ所有銀幾何

第五十八　一槽ニ三管ヲ具ヘ以テ此容水ヲ出スアリ甲管ヲ開ケバ一時二十分ニテ瀉スベシ乙管ヲ開ケバ三時二十分ニテ瀉スベシ丙管ヲ開ケバ五時ニテ瀉スベシト云フ由テ問フ三管皆ニ開ケバ幾何分時ニ容水ヲ瀉スベキヤ

二元一次方程式

第百四十三條　凡ソ一元一次方程式ハ之ニ合フベキ未知元ノ値一件ヨリ多カラズ是レ第百三十九條ニ見ヘタリ然レモ二元ヲ有スル方程式ニ在テハ任意ニ其一元ノ値ヲ定ムレバ他ノ一元ノ値亦從テ定ル此ノ如クシテ得ル所ノ各種ノ兩値皆必ズ方程式ニ合フ假令バ方程式 $2x+3y=17$ …[一] ニ於テ $x=1$ トセバ $2+3y=17$ トナル故ニ $y=5$ ヲ得此ニ由テ $x=1$, $y=5$ ハ[一]式ニ合フ者シ此二値ヲ[一]式ノ x, y ニ代フレバ $2+15=17$ トナルガ故ナリ又同法ニテ左ノ數種ノ値ヲ得是レ皆能ク[一]式ニ合フナリ

第一　$x=1$, $y=5$.　第二　$x=\frac{1}{2}$, $y=5\frac{1}{3}$.　第三　$x=3$, $y=3\frac{2}{3}$.　第四　$x=4$, $y=3$.

此ノ如ク未知元ノ値數種ヲ得テ限リアルベカラズ此ノ如キ方程式ヲ不定方程式ト云ヒ此ノ如キ未知元ヲ不定數ト云フ

第百四十四條　不定方程式トハ之ニ合フベキ未知元ノ値限ナキモノ是レナリ

一式中ニ二元ヲ有スル方程式ハ不定方程式ナリ

第百四十五條　二元ヲ有スル兩方程式ヲ取テ一々之ヲ解ケバ得稱限リナシ例令バ兩方程式 $2x+5y=31\cdots$[一], $3x+2y=19\cdots$[二] ニ於テ前條ノ法ヲ下セバ $x=5, y=4\frac{1}{5}$ ハ能ク[一]式ニ合フベクヲ又 $x=4, y=3\frac{1}{2}$ ハ[二]式ニ合フベキヲ知ル若シ又[一][二]兩式ニ合フベキ一組ノ値ヲ求メントセバ其解法左ノ如シ

先ヅ3ヲ[一]式ノ諸項ニ乘シ又2ヲ[二]式ノ諸項ニ乘セバ $6x+15y=93\cdots$[三], $6x+4y=38\cdots$[四] ヲ得此[四]式ヲ[三]式ヨリ減セバ $11y=55\cdots$[五] ヲ得此ニ由テ $y=5\cdots$[六] ヲ得ルナリ之ヲ以テ[一]式ノ y ニ代フレバ $2x+25=31\cdots$[七] ヲ得此ニ由テ $x=3\cdots$[八] ヲ得ルナリ是故ニ x y ノ値 $x=3, y=5$ ハ兩方程式ニ合フ若シ此數ヲ以テ[一][二]兩式ノ x y ニ代フレハ $6+25=31, 9+10=19$ トナルガ故ナリ此種ノ方程式ヲ同稱式ト云フ

第百四十六條　兩式或ハ多數ナル方程式ニ多元ヲ具有スル時諸元ノ値一種ニシテ能ク此各式ニ合ヘバ此種ノ方程式ヲ同稱式ト云フ

多數ナル同稱式ヨリ各元ノ値ヲ發見セント欲セバ他元消去法ヲ施スベシ

消去法

第百四十七條　消去法トハ兩式或ハ多數ナル同稱式ヲ連合シテ一元或ハ多元ヲ消去スルノ法ヲ云フナリ其法四アリ曰ク加減法曰ク比較法曰ク代用法曰ク未定乘子法是レナリ

第百四十八條

消去法一　加減法

設題　$3x+2y=23, 4x-3y=8$ 上ノ兩方程式ノ x y ノ値如何

解法　$3x+2y=23\cdots$[一], $4x-3y=8\cdots$[二] [一]式ニ4ヲ乘ジ[二]式ニ3ヲ乘ズレバ $12x+8y=92\cdots$[三], $12x-9y=24\cdots$[四] ヲ得此[四]式ヲ[三]式ヨリ減ゼバ $17y=68\cdots$[五] ヲ得此ニ由テ $y=4\cdots$[六] ヲ得是故ニ x ヲ消去シテ y ノ値ヲ發見セリ若シ又[一]式ニ3ヲ乘ジ[二]式ニ2ヲ乘ズレバ $9x+6y=69\cdots$[七], $8x-6y=16\cdots$[八] ヲ得此[七]式ニ[八]式ヲ加フレバ $17x=85$ ヲ得此ニ由テ $x=5$ ヲ得是故ニ y ヲ消去シテ x ノ値ヲ發見セリ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則　一數ヲ兩式ニ乘ジ或ハ除シテ消去セント欲スル一元ノ係數ヲ同シクス若シ其係數同號ナレバ兩式相減ズベシ若シ其係數異號ナレバ兩式相加フベシ

備考一　消去セント欲スル一元ノ係數ノ最小公倍數ヲ求メ然ル後チ前ニ云ヘル各係數ニテ之ヲ除スレバ所得ノ商即チ所要ノ最小相乘子ナリ若シ兩係數公約數ヲ有セザル時ハ係數ヲ對換シテ乘ズベシ

備考二　設例方程式ノ列項ニ分數アレバ先ヅ分母ヲ消去シ然ル後チ前法ニ從フヲ宜トス然レドモ未知元ノ係數分數ナルトキハ先ヅ同分母ノ分數ニ化シ然ル後チ前法ニ從テ同分子ニ化スベシ

第百四十九條

消去法二　比較法

設題　$3x+5y=42, 2x+y=14$ 上ノ兩方程式ノ x y ノ値如何

解法　$3x+5y=42\cdots$[一], $2x+y=14\cdots$[二] [一]式ヨリ $x=\frac{42-5y}{3}\cdots$[三] ヲ作リ[二]式ヨリ $x=\frac{14-y}{2}\cdots$[四] ヲ作レバ公理第七ニ由テ[三][四]兩式ノ後邊ハ方程式ノ兩邊トナスベキヲ知ル由テ $\frac{42-5y}{3}=\frac{14-y}{2}$ ヲ得此式ノ分母ヲ去レバ $84-10y=42-3y$ ヲ得此ニ由テ $7y=42$

ヲ得故ニ $y=6$ ヲ得之ヲ以テ〔三〕式ノyニ代フレバ $x=4$ ヲ得ルナリ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則　一元ヲ用ヒテ兩方程式ヨリ同元ノ代數式ヲ作リ之ヲ兩箇ニ配シテ新ニ方程式ヲ作ルベシ

第百五十條　消去法三　代用法

設題　$3x+2y=16$, $5x-3y=14$. 上ノ兩方程式ノx yノ値如何

解法　$3x+2y=16$・・〔一〕$5x-3y=14$・・〔二〕 〔一〕式ヨリ $y=\frac{16-3x}{2}$・・・〔三〕ヲ作リ之ヲ以テ〔二〕式ノyニ代用セバ $5x-\frac{48-9x}{2}=14$ ヲ得此式ノ分母ヲ去レバ $10x-48+9x=28$ ヲ得由テ $x=4$ ヲ得之ヲ以テ〔三〕式ノxニ代フレバ $y=2$ ヲ得ルナリ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則　一元ヲ用ヒテ一式ヨリ他ノ一元ノ代數式ヲ作リ之ヲ以テ他ノ方程式ノ此元ニ代用スベシ

第百五十一條　消去法四　未定乘子法

設題　$2x+3y=23$, $5x+2y=30$. 上ノ兩方程式ノx yノ値如何

解　前ノ方程式ニ未定數mヲ乘ズレバ $2mx+3my=23m$・・・〔一〕, $5x+2y=30$・・・〔二〕ヲ得此〔一〕式ヨリ〔二〕式ヲ減ジ未知元ヲ括弧外ニ置テ括レバ $(2m-5)x+(3m-2)y=23m-30$・・・〔三〕ヲ得〔三〕式ハmノ値ニ係ラズ兩節恒ニ適等ナリ由テmノ値ヲ撰テ一元ノ繫數ヲ空數トナスベキモノトセバ一元消去ス今 $2m-5=0$・・〔四〕トセバ $m=\frac{5}{2}$・・〔五〕ヲ得而シテ $2m-5=0$ ナレバ〔三〕式ノ前節ナル首項消去ス由テ〔三〕式變シテ $(3m-2)y=23m-30$・・〔六〕トナル此ニ由テ $y=\frac{23m-30}{3m-2}$・・・〔七〕ヲ得此〔七〕式ノmニ〔五〕式ヲ代用セバ

$$y=\frac{23\times\frac{5}{2}-30}{3\times\frac{5}{2}-2}=\frac{115-60}{15-4}=\frac{55}{11}=5\cdots〔八〕$$

ヲ得又同法ニテ〔三〕式ヨリyヲ消去スル了ヲ得ベシ乃チ $3m-2=0$・・〔九〕トセバ $m=\frac{2}{3}$・・・〔十〕ヲ得而シテ $3m-2=0$ ナレバ〔三〕式變シテ $(2m-5)x=23m-30$ トナル此ニ由テ $x=\frac{23m-30}{2m-5}$ ヲ得此式ノmニ〔十〕式ヲ代用セバ

$$x=\frac{23\times\frac{2}{3}-30}{2\times\frac{2}{3}-5}=\frac{46-90}{4-15}=\frac{-44}{-11}=4$$

ヲ得ルナリ

消去法四ハ佛國ノ算學士ベゾート氏ノ發ル所ト云ヘリ名ヲケテ無定乘子法ト云フ是レ所用ノ乘子mノ値始メ定リナキヲ以テ解法ノ名トスルナリ然レ𪜈此法ニ用フル乘子ハ無定數ニアラズ却テ一元ヲ消去セシメンニハ一定ノ數ナラザルヲ得ズ其數解法ノ末ニ至レバ發見スベシ故ニ未定乘子法ト曰テ可ナリ

右ノ解法ニテmノ値二種アルヲ知ル即チ第一ハ$\frac{5}{2}$ニシテ第二ハ$\frac{2}{3}$ナリ而ノ其第一ハxヲ消去スベキ値ニシテ第二ハyヲ消去スベキ値ナリ

原兩式 $2x+3y=23$, $5x+2y=30$ ヲ熟ダ此前式ニmノ第一ノ値ヲ乘ゼバ兩式ニテxノ繫數同數トナル若シ又前式ニmノ第二ノ値ヲ乘ゼバ兩式ニテyノ繫數同數トナル是故ニ未定乘子法ハ加減法ノ變法ト云フニ過ギザルナリ

又右解法ニテ(一)(二)兩式ノ差ヲ作ラズシテ和ヲ作ルモ一元ヲ消去スルコトヲ得ベシ

此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　兩方程式ノ一式ニ未定乘子mヲ乘シ所得ノ式ト他ノ方程式ト相加ヘ或ハ相減ジ未知元ヲ括弧外ニ置テ括ルベシ

法則二　前ニ求ル所ノ方程式ニ於テ一元ノ係數ヲ空數トシテ新ニ方程式ヲ作リ以テmノ値ヲ求ムベシ然ル後チ此値ヲ以テmヲ具有スル方程式ノmニ代用セバ所得ノ方程式必ズ一元方程式ナリ

二元一次同商式解法問題

左ノ二元一次同商式ヲ解シテ未知元ノ値ヲ發見スベシ

第一　$8x+5y=68,\quad 12x+7y=100.$　第二　$5x+2y=19,\quad 7x-6y=9.$

第三　$3x+7y=79,\quad x+4y=38.$　第四　$5x-3y=36,\quad 2x+9y=96.$

第五　$x+17y=54,\quad 3x-25y=10.$　第六　$3x-4y=40,\quad x-5y=-97.$

第七　$8x+15y=9,\quad 6x-12y=-1.$　第八　$7x+7y=30,\quad 3x+4y=17.$

第九　$8x+3y=25,\quad 5x-6y=5.$　第十　$15x-8y=9,\quad 10x+4y=-43.$

第十一　$9x-5y=950,\quad 2x-3y=-450.$

第十二　$\frac{x}{2}-\frac{y}{4}=20,\quad \frac{x}{12}+\frac{y}{8}=10.$　第十三　$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=8,\quad \frac{x}{3}-\frac{y}{5}=-1.$

第十四　$3x-\frac{y}{2}=3\frac{1}{2},\quad 4x-\frac{y}{5}=7.$　第十五　$\frac{x}{8}+8y=194,\quad \frac{y}{8}+8x=131.$

第十六　$\frac{x}{3}+3y=24,\quad \frac{y}{3}+3x=20.$　第十七　$\frac{x}{7}+7y=99,\quad \frac{y}{7}+7x=51.$

第十八　$\frac{4}{x}-\frac{4}{y}=1,\quad \frac{4}{x}-\frac{2}{y}=\frac{1}{4}.$　第十九　$\frac{147}{x}-\frac{147}{y}=28,\quad \frac{17}{x}+\frac{56}{y}=13\frac{1}{3}.$

第二十　$\frac{12}{x}+\frac{8}{y}=8,\quad \frac{27}{x}-\frac{12}{y}=3.$　第二十一　$\frac{9}{x}-\frac{4}{y}=1,\quad \frac{18}{x}+\frac{20}{y}=10.$

第二十二　$\frac{2x+3y}{5}=10-\frac{y}{3},\quad \frac{4y-3x}{6}=\frac{3x}{4}+1.$　第二十三　$\frac{1-3x}{7}+\frac{3y-1}{5}=2,\quad \frac{3x+y}{11}+y=9.$

第二十四　$3(2x+3y)=3(2x-3y)+10,\quad 4x-3y=4(6y-2x)+3.$

第二十五　$x-4y=7,\quad \frac{x}{3y}+\frac{11}{10}=\frac{4x-5y}{6y}.$

第二十六　$\frac{4x+17}{4}=x+\frac{68}{x+y},\quad \frac{5y+27}{5}=y+\frac{54}{x-y}.$

第二十七　$x-\frac{2y-x}{23-x}=20-\frac{59-2x}{2},\quad y+\frac{y-3}{x-18}=30-\frac{73-3y}{3}.$

第二十八　$\frac{6x^2-24y^2+130}{2x-4y+3}=3x+6y+1,\quad \frac{9xy-110}{3y-4}+\frac{151-16x}{4y-1}=3x.$

第二十九　$\frac{x+3y}{3}-\frac{7x-21}{6}=\frac{3x-15}{4}-\frac{8x-9y}{12},\quad \frac{2x+y}{2}-\frac{9x-7}{8}=\frac{3y+9}{4}-\frac{4x+5y}{16}.$

第三十　$3x+9y=2{\cdot}4$, $\cdot21x-\cdot06y=\cdot03$.　第三十一　$\cdot3x+\cdot125y=x-6$, $3x-\cdot5y=23-\cdot25y$.

第三十二　$\cdot03x-\cdot21y=\cdot33$, $\cdot12x+\cdot7y=3{\cdot}54$.　第三十三　$ax+by=c$, $a'x+b'y=c'$.

第三十四　$x+y=a+b$, $bx+ay=2ab$.　第三十五　$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$, $bx-ay=0$.

第三十六　$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$, $\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1$.　第三十七　$(a+c)x-by=bc$, $x+y=a+b$.

第三十八　$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2ab$, $\frac{x}{ab}+\frac{y}{ab}=a+b$.　第三十九　$ax+cy=\frac{a^2+c^2}{a^2c^2}$, $cx+ay=\frac{a^2+c^2}{ac}$.

第四十　$\frac{x-a}{b}+\frac{y-b}{a}=0$, $\frac{x+y-b}{a}+\frac{x-y-a}{b}=0$.

第四十一　$\frac{x}{a+b}+\frac{y}{a-b}=2a$, $\frac{x-y}{2ab}=\frac{x+y}{a^2+b^2}$.　第四十二　$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{x}{b}-\frac{y}{a}$, $x+y=\frac{4a^2b}{a^2-b^2}$.

多元一次方程式解法

第百五十二條　三式以上多數ナル同時方程式ニ臨メバ左ノ如ク消去法ヲ用テ之ヲ解スルコトヲ得

設題　$2x+4y+4z=18$, $3x+3y+2z=17$, $5x+6y+5z=32$.　上ノ三方程式ヲ解シテx y zノ値ヲ發見スベシ

解法　$2x+4y+4z=18$…(一), $3x+3y+2z=17$…(二), $5x+6y+5z=32$…(三)　(一)式ニ3ヲ乘ジ(二)式ニ2ヲ乘ゼバ　$6x+12y+12z=54$…(四), $6x+6y+4z=34$…(五)　ヲ得此(四)式ヨリ(五)式ヲ減ゼバ　$6y+8z=20$…(六)　ヲ得又(一)式ニ5ヲ乘ジ(三)式ニ2ヲ乘ゼバ　$10x+20y+20z=90$…(七)　$10x+12y+10z=64$…(八)　ヲ得(七)式ヨリ(八)式ヲ減ゼバ　$8y+10z=26$…(九)　ヲ得又(六)式ニ4ヲ乘ジ(九)式ニ3ヲ乘ゼバ　$24y+32z=80$…(十), $24y+30z=78$…(十一)　ヲ得(十)式ヨリ(十一)式ヲ減ゼバ　$2z=2$…(十二)　ヲ得故ニ$z=1$ヲ得故ニ(九)式ノzニ1ニ代フレバ$y=2$ヲ得由テ(一)式ノyニ2zニ1ニ代フレバ$x=3$ヲ得

前題ノ解ヲ推シテ左ノ理アルヲ知ル

第一　方程式n式アレバ其一ヲ擇テ他ノ各式ト一々連合シテ同元ヲ消去セバ所得ノ方程式$n-1$式ナルベシ而シテ其諸式中ニ已ニ消去シタル一元ノ外ノ諸元ヲ有スベシ

第二　又新方程式ノ一ヲ擇テ他ノ新各式ト一々連合シテ同元ヲ消去セバ所得ノ新方程式$n-2$式ナルベシ而シテ其諸式中ニ已ニ消去シタル二元ノ外ノ諸元ヲ有スベシ

第三　所得ノ新方程式ノ總數毎次一式ヲ減ズ故ニ若シ消去法ヲ施スコト$n-1$次ニ至レバ方程式唯一式ナルベシ而シテ其式中ニ已ニ消去シタル$n-1$元ノ外ノ一元ヲ有スベシ

第四　是故ニ原式ノ總數未知元ノ總數ニ等シケレバ最後ノ方程式一元ヲ有スベシ由テ其一元ノ値ヲ發見スルコトヲ得ベシ然ル後チ此一元ヲ以テ前次ノ兩方程式ノ一式ノ一未知元ニ代用セバ他ノ一元ノ値ヲ發見ス逐テ此ノ如シ

第五　然レモ原式ノ總數未知元ノ總數ヨリ少ケレバ最後ノ方程式尚ホ二元以上多元ヲ有スベシ之ヲ不定方程式トス第百四十四條ヲ觀ヨ此ニ由テ原式亦不定ナリ

第六　消去法ニテ多元一次同商式ヲ解スルトキ各元ノ値最後ノ一式ヨリ出テ而〆最後ノ一式一箇ヨリ多カラズ第百三十九條ヲ觀ヨ此ニ由テ同商式ノ各元ノ値一種ニ止ルヲ知ル

第百五十三條　前條ノ論ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　一式ヲ以テ他ノ各式ト一々連合シテ一元ヲ消去シ以テ新方程式ヲ作リ又所得ノ新式ノ一ヲ以テ他ノ各式ト一々連合シテ他ノ一元ヲ消去ス斯テ此ノ如クセバ最後ノ方程式一元ヲ有スルニ至ル

法則二　最後ノ方程式ヲ解シテ一元ノ値ヲ發見シ之ヲ以テ二元ヲ有スル方程式ノ一元ニ代用セバ他二元ノ値ヲ發見スルヿヲ得次ニ又已ニ發見セシ兩元ノ値ヲ以テ三元ヲ有スル方程式ノ兩元ニ代用セバ第三元ノ値ヲ發見スルヿヲ得斯テ此ノ如ク同法ヲ下セバ遂ニ各元ノ値ヲ盡ク發見スルヿヲ得

又前法ヲ變換シテ簡法ヲ得ルヿアリ其例左ノ如シ

第一　一式ヲ以テ他ノ各式ト連合セズ任意ニ兩式ヲ連合シ以テ一元ヲ消去シテ簡便ナルヿアリ或ハ諸設數ノ關係ヲ察シテ四消去法ノ中ナ合宜ノ法ヲ擇シテ一元ヲ消去スルヿアリ

設令バ三方程式 $x+y+z=9$, $x+2y+3z=16$, $x+3y+4z=21$ ヲ解スルノ法左ノ如シ

解法　$x+y+z=9\cdots$[一], $x+2y+3z=16\cdots$[二], $x+3y+4z=21\cdots$[三] [二]式ヨリ[一]式ヲ減ゼバ $y+2z=7\cdots$[四]ヲ得又[三]式ヨリ[二]式ヲ減セバ $y+z=5\cdots$[五]ヲ得又[四]式ヨリ[五]式ヲ減セバ $z=2$ ヲ得之ヲ以テ[五]式ノ z ニ代フレバ $y=3$ ヲ得又 y z ノ値ヲ以テ[一]式ノ y z ニ代フレバ $x=4$ ヲ得

第二　若シ未知元ノ數少キ式アレバ先ヅ斯ル式ヲ拔テ消去法ヲ施セバ簡便ナリ

設令バ方程式 $2x-u+3y+2z=19$, $3u+5z-4y=23$, $4u+3z=32$, $2u+5z=30$ ヲ解スルノ法左ノ如シ

解法　$2x-u+3y+2z=19\cdots$[一], $3u+5z-4y=23\cdots$[二], $4u+3z=32\cdots$[三], $2u+5z=30\cdots$[四] [四]式ニ2ヲ乘ゼバ $4u+10z=60\cdots$[五]ヲ得[五]式ヨリ[三]式ヲ減ゼバ $7z=28$ ヲ得故ニ $z=4$ ヲ得之ヲ以テ[四]式ノ z ニ代用セバ $u=5$ ヲ得 u z ノ値ヲ[二]式ノ u z ニ代用セバ $y=3$ ヲ得又 u z y ノ値ヲ[一]式ノ u z y ニ代用セバ $x=2$ ヲ得

第三　未知元ノ因數等シケレバ左ノ二例ノ如ク因數ヲ用ヒテ簡便ナルヿアリ

設令バ方程式 $x+v+z+y=14$, $x+v+z+u=15$, $x+v+y+u=16$, $x+z+y+u=17$, $v+z+y+u=18$ ヲ解スルノ法左ノ如シ

解法　$x+v+z+y+u=s$ トシテ所題ノ五式ヲ變換セバ $s-u=14$, $s-y=15$, $s-z=16$, $s-v=17$, $s-x=18$ ヲ得此五式ヲ合スレバ $5s-s=80$ 卽チ $4s=80$ ヲ得故ニ $s=20$ ヲ得由テ代用法ニテ $u=6$, $y=5$, $z=4$, $v=3$, $x=2$ ヲ得

又方程式 $x+4y+4z=300$, $y+7x+7z=450$, $z+9x+9y=490$ ヲ解スルノ法左ノ如シ

解法　$x+y+z=s$ トシテ所題ノ三式ヲ變換セバ $4s-3x=300\cdots$[一], $7s-6y=450\cdots$[二], $9s-8z=490\cdots$[三]ヲ得此[一]式ニ8ヲ乘ジ[二]式ニ4ヲ乘ジ[三]式ニ3ヲ乘ズレバ $32s-24x=2400$, $28s-24y=1800$, $27s-24z=1470$ ヲ得此三式ヲ合スレバ $87s-24s=5670$ 卽チ $63s=5670$ ヲ得故ニ $s=90$ ヲ得之ヲ以テ[一]式ノ s ニ代用セバ $x=20$ ヲ得又 s ノ値ヲ[二]式ノ s ニ代用セバ $y=30$ ヲ得又 s ノ値ヲ[三]式ノ s ニ代用セバ $z=40$ ヲ得

多元一次同商式解法問題

左ノ多元一次同時式ヲ解スベシ

第一　$2x+4y-3z=22,\quad 4x-2y+5z=18,\quad 6x+7y-z=63.$

第二　$3x+9y+8z=41,\quad 5x+4y-2z=20,\quad 11x+7y-6z=37.$

第三　$x+y+z=31,\quad x+y-z=25,\quad x-y-z=9.$

第四　$x+y+z=26,\quad x-y=4,\quad x-z=6.$

第五　$7x-3y=30,\quad 9y-5z=34,\quad x+y+z=33.$

第六　$x-y-z=6,\quad 3y-x-z=12,\quad 7z-y-x=24.$

第六問ハ$x+y+z=s$トナシ前法第三ノ二例ノ如ク先ヅsヲ發見スルヲ宜トス

第七　$2x=u+y+z,\quad 3y=u+x+z,\quad 4z=u+x+y,\quad u=x-14.$

第八　$u+3x-y-z=7,\quad 2u-2x+y+3z=8,\quad 3u-x+y-4z=8,\quad 4u+x-y-2z=7.$

第九　$5x-y+7z=61,\quad 4x+3y+3z=8,\quad 3x-y-5z=3.$

第十　$u+v+x+y+2z=52,\quad u+v+x+z+2y=50,\quad u+v+y+z+2x=48,$
$u+x+y+z+2v=46,\quad v+x+y+z+2u=44.$

第十一　$2x+y-2z=40,\quad 4y-x+3z=35,\quad 3u+t=13,\quad y+u+t=15,\quad 3x-y+3t-u=49.$

第十二　$x+y-z=8x+3y-6z=3z-4x-y=1.$

第十三　$2u+2x+2y+z=-3,\quad 3u+3x+3z+2y=3,\quad 4u+4y+4z+3x=-2,$
$5x+5y+5z+4u=2.$

第十四　$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=62,\quad \frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=47,\quad \frac{x}{4}+\frac{y}{5}+\frac{z}{6}=38.$

第十五　$\frac{x+2y}{7}=\frac{3y+4z}{8}=\frac{5x+6z}{9},\quad x+y-z=126.$

第十六　$\frac{6y-4x}{3z-7}=\frac{5z-x}{2y-3z}=\frac{y-2z}{3y-2x}=1.$

第十七　$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6},\quad \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=3\frac{5}{6},\quad \frac{4}{x}+\frac{3}{y}=\frac{4}{z}.$

第十八　$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{z},\quad \frac{3}{z}-\frac{2}{y}=2,\quad \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{4}{3}.$

第十九　$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2,\quad \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=3,\quad \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=3.$

第二十　$7x-3y=5y-11x=9y-5z=a.$

第二十一　$x+a=y+z,\quad y+a=2x+2z,\quad z+a=3x+3y.$

第二十二　$x+y+2z=2(b+c),\quad x+z+2y=2(a+c),\quad y+z+2x=2(a+b).$

第二十三　$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=3,\quad \frac{a}{x}+\frac{b}{y}-\frac{c}{z}=1,\quad \frac{2a}{x}-\frac{b}{y}-\frac{c}{z}=0.$

第二十四　$ax+by+cz=ab+ac+bc,\quad a^2x+b^2y+c^2z=3abc,$
$\frac{x-c}{bc}+\frac{y-c}{ac}+\frac{y-a}{ac}+\frac{z-a}{ab}=0.$

第二十五　$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=\frac{x}{c}+\frac{y}{a}+\frac{z}{b}=\frac{y}{c}+\frac{z}{a}+\frac{x}{b}=1$,

第二十六　$ax+y+z=0$, $(b+c)x+(c+a)y+(a+b)z=0$, $bcx+cay+abz=1$,

第二十七　$ax+y+az=2a$, $a^2x+y+a^2z=2a^2$, $ax-y+az=a^2+c^2$,

第二十八　$a^2x+ay+z=a$, $ax+a^2y+az=a^2$, $ax+ay+a^2z=a^3$,

多元一次方程式應用問題

第百五十四條　兩式以上多數ナル方程式アリト雖ﾄﾓ此式ヨリ彼式ヲ作ルベカラズ彼式ヨリ此式ヲ求ムベカラズ且又兩式ヲ同形ニ改作スベカラザル者ハ其各式ヲ獨立之式ト云フ設令バ　$3x+y=17$, $\frac{x}{2}+3y=23$,　此ノ如キ方程式ハ獨立之式ナリ

第百五十五條　凡ソ方程式ノ總數若シ未知元ノ總數ト等シケレバ則チ其方程式不定ナラズ否ラザレバ則チ不定ナリ是レ既ニ第百五十二條第四第五ノ理ニ見ヘタリ此ニ由テ題意ヨリ求メ得タル方程式ノ總數若シ未知數ニ命ジタル記號ノ總數ニ等シケレバ則チ其題定解アリ

第一　兩數アリ第一數二倍ト第二數三倍ト相併スレバ一百零五箇トナリ又第一數三倍ト第二數二倍ト相併スレバ九十五箇トナルト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第二　三數アリ其和一百九十箇ニシテ第一數ニ他ノ兩數ノ和半ヲ加フレバ一百二十箇トナリ又第二數ニ他ノ兩數ノ和五分之一ヲ加フレバ九十箇トナルト云フ由テ問フ三數各幾何

第三　銀分錢若干ヲ甲乙丙ノ三士ニ分ツアリ各所得等シカラズ甲士ノ所得ハ他ノ二士ノ所得ノ和七分之四ヨリ一百二十圓多ク乙士ノ所得ハ他ノ二士ノ所得ノ和八分之三ヨリ一百二十圓多ク丙士ノ所得ハ他ノ二士ノ所得ノ和九分之二ヨリ一百二十圓多シト云フ由テ問フ三士ノ所得各幾何

第四　甲乙丙ノ三匠アリ甲乙二匠共ニ作工セバ六日ニテ工錢共ニ四十圓ヲ得ベク甲丙二匠共ニ作工セバ九日ニテ工錢共ニ五十四圓ヲ得ベク乙丙二匠共ニ作工セバ十五日ニテ工錢共ニ八十圓ヲ得ベシト云フ由テ問フ三匠各一日ノ工錢幾何

第五　一父ニ四兒アリ他人其年紀ヲ問ヘバ答テ三兒ノ年紀ヲ相合スル者ハ最モ多キモノ十八年トナリ之ニ次クモノ十六年トナリ又之ニ次クモノ十四年トナリ最モ少キモノ十二年トナレリト曰フ由テ問フ四兒ノ年各幾何

第六　金錢銀錢各十七個アリ之ヲ錯雜シテ甲乙二人ニ平分スルニ甲ハ一百二十圓ヲ得テ中ニ金錢七箇アリ乙ハ一百三十五圓ヲ得タリト云フ由テ問フ金錢銀錢各一個ノ價如何

第七　或人賞金若干ヲ四僕ニ分與スルアリ乃チ分法ヲ定テ曰ク第一ハ他ノ三人ノ所得ノ和半ヲ得ベク第二ハ他ノ三人ノ所得ノ和三分之一ヲ得ベク第三ハ他ノ三人ノ所得ノ和四分ノ一ヲ得ベシト而メ其各項ヲ除スルニ第一ハ第四ヨリ十四圓多シト云フ由テ問フ四僕ノ所得各幾何

第八　酒商アリ醇酒二壜ト薄酒一壜ト混和セバ一壜ノ價七十八錢ニ賣ルベク又醇酒七壜ト薄酒二壜ト混和セバ一壜ノ價七十九錢ニ賣ルベシト云フ由テ問フ二種ノ酒各一壜ノ價幾何

第九　二種ノ茶アリ上品十四斤ト下品十八斤ト混和セバ每一斤價五十五錢ノ品トナリ若シ又上品十斤ト下品六斤ト混和セバ每一斤價五十八錢ノ品トナルト云フ由テ問フ二種ノ茶一斤ノ價各幾何

第十　甲乙二匠共ニ作工セバ十六日ニテ一事ヲ訖ムベシ然ルニ二人共ニ作工スルヿ四日ニシテ甲匠休工シ乙匠專ラ作工スルヿ三十六日ヲ經テ竣成セリト云フ由テ問フ一人專ラ作工セバ各幾日ニテ一事ヲ訖ムベキ

第十一　分數アリ其分子幾何ナルヲ知ラズ唯其分母ニ七箇ヲ加ヘ分子ヲ二倍セバ三分之二トナリ若シ又分母ヲ二倍シ分子ニ二箇ヲ加フレハ五分之三トナルヲ知レリト云フ由テ問フ原分數幾何

第十二　二人共ニ一物ヲ買ハントシテ其價ヲ議スルアリ唯其價二百四十圓ナルヲ知ル又甲乙ニ語テ曰ク汝ノ所有銀三分之二ヲ我ニ貸セバ我能ク此物ヲ買フ丁ヲ得ベシ乙亦甲ニ語テ曰ク汝ノ所有銀四分之三ヲ我ニ貸セバ我亦此物ヲ買フ丁ヲ得ベシト由テ問フ二人ノ所有銀各幾何

第十三　一群ノ乘客共ニ一舩ヲ雇フアリ舩主ノ曰ク乘客若シ更ニ四人多ケレバ一客ノ出銀一錢ヲ減ズベシ乘客若シ更ニ三人少ケレバ一客ノ出銀一錢ヲ増スヘシト由テ問フ乘客ノ人數及ヒ一客ノ出銀幾何

第十四　二位ノ數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯列數字ノ和ノ四倍ニ等シキヲ知リ又此數ニ二十七箇ヲ加フレバ所得ノ和ハ原數ノ列數字ノ次序ヲ轉倒セシモノニ同ジキヲ知レリト云フ由テ問フ原數幾何

備考　十位ノ數字ヲ x トシ單位ノ數字ヲ y トセバ $10x+y$ ヲ以テ原數ヲ圖ス丁ヲ得

第十五　三位ノ數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯列數字ノ和十一箇ニシテ單位ノ數字ハ百位ノ數字ニ二倍スルヲ知リ又此數ニ二百九十七箇ヲ加フレバ所得ノ和ハ原數ノ列數字ノ次序ヲ轉倒セシモノニ同ジキヲ知レリト云フ由テ問フ原數幾何

第十六　原數九十箇アリ之ヲ三分シテ第一分ノ二倍ニ四十箇ヲ加ヘ第二分ノ三倍ニ二十箇ヲ加ヘ第三分ノ四倍ニ十箇ヲ加ヘ所得ノ三數ヲ等シクセント欲ス由テ問フ此三分各幾何

第十七　銀行アリ本銀十萬圓ヲ分テ二項トシ以テ之ヲ貸ス其一項ハ年息率五分他ノ一項ハ年息率四分ニシテ年々收ル所ノ利子合セテ四千六百四十圓ナリト云フ由テ問フ二項ノ本銀各幾何

第十八　銀主三人アリ各本銀若干ヲ放出シテ息銀ヲ收ム其本銀及ヒ年息率ヲ知ラズ唯乙ノ本銀ハ甲ヨリ一萬圓多ク年息率亦一分貴ク由テ年利息八百圓多ク丙ノ本銀ハ甲ヨリ一萬五千圓多ク年利率亦二分貴ク由テ年息一千五百圓多キヲ知レリト云フ由テ問フ三銀主ノ本銀及ヒ年息率各幾何

備考　繁位ナル數ヲ解スルノ勞ヲ省カンガ爲メ $a=5000$ トス然ル時ハ $2a=10000$, $3a=15000$, $\frac{3a}{10}=1500$, $\frac{16a}{100}=800$ トナル而ノ最後ノ得式ニ於テ a ヲ數ニ改ムレバ解法更ニ簡便ナリ

第十九　三人共ニ年紀ヲ談スルアリ唯甲ノ年ヨリ乙ノ年ヲ減セバ餘數丙ノ年ニ等シク乙ノ年五倍ニ丙ノ年二倍ヲ加ヘ所得ノ總數ヨリ甲ノ年ヲ減セバ餘數一百四十七年トナリ又三人ノ年ヲ合スル時ハ九十六年トナルヲ知ル由テ問フ三人ノ年各幾何

第二十　三人俱ニ所有銀ヲ談スルアリ甲ノ所有ヲ以テ乙丙二人ノ所有ノ和三倍ニ加フレバ所得ノ和四千七百圓ナリ又乙ノ所有ヲ以テ甲丙二人ノ所有ノ和四倍ニ加フレバ所得ノ和五千八百圓ナリ又丙ノ所有ヲ以テ甲乙二人ノ所有ノ和五倍ニ加フレバ所得ノ和六千三百圓ナリト云フ由テ問フ三人ノ所有各幾何

第二十一　一商アリ茶五十斤ト糖百二十斤トヲ賣ル其價合セテ二十七圓四十錢ニシテ利益二圓九十錢ナリト云フ但シ茶ハ一割ノ利ヲ得糖ハ二割ノ利ヲ得タリト云フ由テ問フ二品ノ原價各幾何

第二十二　酒瓶五箇アリ容量各均シカラズ若シ乙瓶ノ量二分之一ヲ甲瓶ニ移シ丙瓶ノ量三分之一ヲ乙瓶ニ移シ丁瓶ノ量四分之一ヲ丙瓶ニ移シ戊瓶ノ量六分之一ヲ丁瓶ニ移ス時ハ五瓶ノ容量齊シク三斗ナリト云フ由テ問フ始メ五瓶ノ容量各幾何

第二十三　三商各價二千圓ノ品ヲ買ハントシテ皆能ハズ甲ノ不足額ハ乙ノ本銀ノ二分之一ニ等シク

乙ノ不足額ハ丙ノ本銀ノ三分之一ニ等シク丙ノ不足額ハ甲ノ本銀ノ四分之一ニ等シト云フ由テ問フ三箇ノ本銀各幾何

第二十四　兩城相距ルヿ一百四十七里ナリ今東城ヨリ一使ヲ出シテ西城ニ赴ルアリ後チ二十八時間ヲ歴テ追使ヲ出ス後使西城ニ達スル時始テ前使ニ及ベリ但シ前使十七里ヲ行クベキ時間ト後使五十六里ヲ行クベキ時間ト相併スレハ十三時三分時之二トナルト云フ由テ問フ二使各毎時行程幾何ヲ行クヤ

第二十五　兩數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯大數二分之一ニ小數三分之一ヲ加フレバ所得ノ和十三個ナルヲ知ル又大數三分之一ヨリ小數二分之一ヲ減ゼバ所得ノ餘數零ナルヲ知レリト云フ由テ問フ兩數各幾何

第二十六　三數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯第一數ニ他ノ兩數ノ和半ヲ加フルモ第二數ニ他ノ兩數ノ和三分之一ヲ加フルモ第三數ニ他ノ兩數ノ和四分之一ヲ加フルモ所得ノ和皆五十一個ナルヲ知レリト云フ由テ問フ三數各幾何

第二十七　牧羊者三人互ニ所有ノ羊群ヲ談スルアリ甲先ヅ乙丙二人ニ謂テ曰ク汝等各若シ我ニ四頭ヲ付與セバ我所有ノ羊汝等二人ノ所有ヨリ四頭多シト次ニ乙亦甲丙二人ニ謂テ曰ク汝等各若シ我ニ四頭ヲ付與セバ我所有ノ羊汝等二人ノ所有ニ二倍スト次ニ丙亦甲乙二人ニ謂テ曰ク汝等各若シ我ニ四頭ヲ付與セバ我所有ノ羊汝等二人ノ所有ニ三倍スト由テ問フ三人各現在ノ所有幾何

第二十八　分數アリ其母子各幾何ナルヲ知ラズ若シ其分子ニ一個ヲ加フレバ三分之一トナリ若シ其分母ニ一個ヲ加フレバ四分之一トナルヲ知レリト云フ由テ問フ原分數幾何

第二十九　分數アリ其分母子各幾何ナルヲ知ラズ若シ其分子ニ二個ヲ加フレバ七分之五トナリ若シ其分母ニ二個ヲ加フレバ三分之一トナルヲ知レリト云フ由テ問フ原分數幾何

第三十　爰ニ直方形ナル板アリ其面積ヲ算スルニ若シ其長三尺ヲ増シ闊二尺ヲ増セバ現積ヨリ六十四平方尺増加スベク若シ又長二尺ヲ増シ闊三尺ヲ増セバ現積ヨリ六十八平方尺増加スベシト云フ由テ問フ此板ノ長平各幾何

第三十一　二人共ニ所有銀ヲ談スルアリ唯甲ヨリ乙ニ五圓ヲ付與セバ乙ノ所有銀ハ甲ノ餘銀ニ二倍スト云ヒ若シ又乙ヨリ甲ニ五圓ヲ付與セバ甲ノ所有銀ハ乙ノ餘銀ニ三倍スト云フヲ聞ク由テ問フ二人各現在ノ所有銀幾何

第三十二　刀鍛工アリ鐵鋌若干ヲ金十圓ニ買ヒ鍛錬シテ其半ヲ割刀トナシ其餘ヲ剃刀トナシテ之ヲ賣レバ收銀四百四十四圓アリト云フ但シ割刀ハ贏利多ク剃刀ハ少シ由テ若シ始メ三分之一ヲ割刀トナシ其餘ヲ剃刀トナセバ更ニ三十圓ヲ得ベシト云ヘリ由テ問フ悉ク割刀トナセバ收銀幾何ナルベク又悉ク剃刀トナセバ收銀幾何ナルベキヤ

第三十三　二位ノ數アリ其幾何ナルヲ知ラズ若シ之ヲ五除セバ餘リ一個ヲ得ベク又之ヲ九除スルモ餘リ一個ヲ得ベキヲ知レリ又前除商ハ十位ノ數字ノ二倍ニ等シク後除商ハ單位ノ數字ノ五倍ニ等シキヲ知レリト云フ由テ問フ原數幾何

第三十四　四數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯甲ノ三倍ニ乙ヲ加フルモ乙ノ四倍ニ丙ヲ加フルモ丙ノ五倍ニ丁ヲ加フルモ丁ノ六倍ニ甲ヲ加フルモ所得ノ和皆三百五十九個ナルヲ知レリト云フ由テ問フ四數各幾何

第三十五　四隊ノ競手二等ノ賞金ヲ爭フアリ其賞金ノ總計一百十九圓ナリ而ノ此賞金ヲ募ルノ法ハ第一等賞ヲ受ル者ヲ出スノ隊ハ每人一圓ヲ出シ其餘ハ第二等賞ヲ受ル者ヲ出スノ隊ヨリ醵セシムルナリ由テ若シ甲隊ニ第一等賞ヲ受ル者アツテ乙隊ニ第二等賞ヲ受ル者アルトキハ乙隊ノ人各二分圓之一ヲ出銀スベク又乙隊ニ第一等賞ヲ受ル者アツテ丙隊ニ第二等賞ヲ受ル者アルトキハ丙隊ノ人各三分圓之一ヲ出銀スベク又丙隊ニ第一等賞ヲ受ル者アツテ丁隊ニ第二等賞ヲ受ル者アルトキハ丁隊ノ人各四分圓之一ヲ出銀スベク丁隊ニ第一等賞ヲ受ル者アリテ甲隊ニ第二等賞ヲ受ル者アルトキハ甲隊ノ人各五分圓之一ヲ出銀スベシト云フ由テ問フ四隊ノ人數各幾何

第三十六　銀行アリ本銀二千圓ヲ放テ月息錢二十五圓ヲ收ムルヲ法トス今本銀若干ヲ放出シテ每三月ニ等額ヲ以テ分償セシム其第一次ニ八圓七十五錢ヲ収メ第二次ニ八圓五十六錢二厘五毛ヲ收メタリト云フ然レトモ其後ヲ知ラズ由テ問フ本銀并ニ分償總額幾何

第三十七　二行ノ鐵路相並ブアリ各々一列ノ汽車往來ス列車ノ長一ハ九十二尺他ハ八十四尺ナリ若シ此二列相向テ相逢フトキハ三秒時間ニテ相離ル若シ此二列同方ニ進テ一列一列ノ後ニ趨スル時ハ一十二秒時間ニテ相離ルト云フ由テ問フ二列ノ汽車ノ速力ハ每時各幾何里ナルヤ

第三十八　五錘四丸アリ共ニ重十斤半ナリ丸ハ重ク錘ハ輕シ故ニ其一ヲ交換シテ之ヲ秤レバ重相等シト云フ由テ問フ一錘一丸ノ重各幾何

第三十九　米商アリ年利若干ノ息ナ出シテ本銀若干ヲ借リ以テ米若干ヲ買フ若シ金一圓ニ就テ四升ヲ昂ゲテ六月間ニ自ラ之ヲ賣レバ益錢一千七百圓ヲ得ベク若シ又市價ニ依テ一月間ニ之ヲ賣テ年息率ト同ジ歩率ナル牙錢ヲ交附スルトキハ益錢一千二百三十圓ヲ得ベキ筈ナリ由テ自ラ之ヲ賣ルト雖ドモ傭錢等ノ費ニ達テ三百石ヲ失セシヲ以テ益錢僅ニ二百圓ナリシト云フ由テ問フ本銀并ニ年息率及ビ米ノ原價値一圓ニ相當スル米量各幾何

第四十　四農僕ニ耘ルヿ四日ナリ其初日甲一時間乙三時間丙二時間丁二時間作業シテ一町ノ地ヲ耘リ次日ニ甲三時間乙二時間丙四時間丁十一時間作業シテ二町ノ地ヲ耘リ第三日ニ甲五時間乙四時間丙十二時間丁五時間作業シテ三町ノ地ヲ耘リ第四日ニ甲九時間乙七時間丙六時間丁八時間作業シテ四町ノ地ヲ耘ルト云フ由テ問フ一人一町ノ地ヲ耘ルトキハ幾何時ニシテ卒ルベキ

第四十一　三工共ニ一事ヲ請ルトキハ三十日ニテ落成ス若シ甲乙二工僅ニ作工セバ三十二日ニテ落成ス若シ又乙丙二工僅ニ作工セバ百二十日ニテ落成スベシト云フ由テ問フ一人ニテ作工セバ幾日ニテ落成スベキ

公解法

第百五十六條　算術ノ問題ニテハ已知數ノ數值ヲ通シテ未知數ノ數值ヲ求ムルニ止ルト雖モ若シ問題中ノ已知數ヲ符號ニテ顯セバ其題ノ解法ヨリ一公式ヲ得ベシ而ノ其式唯未知數ノ值ヲ顯スニ止ラズ未知數ノ值ヲ求ムルノ算法ヲ顯スナリ此ノ如キ解法ヲ公解法ト云フ

第百五十七條　左ニ公解法ノ例ヲ示サントス

第一　原數アリ其幾何ナルヲ知ラス唯其三分之一ハ四分之一ヨリ多キヿ六百ナルヲ知レリト云フ由

テ問フ原數幾何

所題ノ數値ニ就テ解法ヲ下サズ直ニ左ノ如キ簡捷ナル題意ニ從テ考究ス

題　原數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯其m分之一ハn分之一ヨリ多キコトa箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ原數幾何

解　原數ヲxトセバ題意ニ由テ$\frac{x}{m}-\frac{x}{n}=a$…(一)ヲ得分母ヲ去レバ$nx-mx=amn$…(二)トナル此ニ由テ$x=\frac{amn}{n-m}$…(三)ヲ得此(三)式ハ此類ノ問題ニテ未知數ヲ求ル算法ヲ顯ス公式ナリ今此公式ニ於テ$m=3$, $n=4$, $a=6$トセバ$x=\frac{6\times3\times4}{4-3}=72$ヲ得是レ初メノ問題ニテ求ムル所ノ原數ナリ

第二　原數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯其五分之一ハ七分之一ヨリ多キコト十二箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ原數幾何

解　前ノ公式ニ於テ$m=5$, $n=7$, $a=12$トセバ$x=\frac{12\times5\times7}{7-5}=210$ヲ得ルナリ故ニ二百十箇ヲ以テ問ニ答フ

公解法問題

第一　原數a箇ヲ大小兩分トナシ其大分ニα箇ヲ加ヘタル總數ト小分ニb箇ヲ加ヘタル總數ト適等ナラシメント欲ス由テ問フ大小兩分各幾何

第二　前題ニテ$a=84$, $\alpha=16$, $b=58$ナレバ大小兩分各幾何ナルヤ

第三　三數ノ和a箇ニシテ第一數ヨリ第二數ハα箇多ク第三數ハ更ニb箇多シト云フ由テ問フ三數各幾何

第四　甲乙丙ノ三人所有銀ヲ該スルアリ唯三人ノ所有銀合セテa圓ニシテ乙ノ所有銀ハ甲ニn倍シ丙ノ所有銀ハ甲ニm倍スルヲ聞クノミ由テ問フ甲ノ所有銀幾何

第五　前題ニテ$a=786$, $n=2$, $m=3$ナレバ甲ノ所有銀幾何ナルヤ

第六　傭夫アリ其主人ニ約シテ曰ク一日作業セバ賃錢b錢ヲ受クベク一日業ヲ曠クセバ罰錢c錢ヲ償フベシト今此傭夫a日ノ末ニ至テd錢ヲ領收セリト云フ由テ問フ此傭夫業ヲ曠クスル事幾日ナルヤ

第七　或人牛羊各一頭ヲ所有ス他人其價ヲ問ヘバ此人答テ云フ併セテa圓ニシテ牛ノ價ハ羊ノ價ニn倍スト由テ問フ牛羊ノ價各幾何

第八　農家アリ他ノ田地ヲ借テ耕作ス由テ年々田主ニ地租若干ヲ出スナリ本年地租a圓ニシテ之ヲ前年ニ比ブレバ多キコト百分之nナリト云フ由テ問フ前年ノ地租幾何

第九　或人歳入七分之一ト更ニa圓トヲ費スト雖モ猶ホ歳入三分之一ト更ニb圓トヲ餘セリト云フ由テ問フ此人ノ歳入幾何

第十　或人歳入m分之一ト更ニa圓トヲ費スト雖モ猶ホ歳入n分之一ト更ニb圓トヲ餘セリト云フ由テ問フ此人ノ歳入幾何

第十一　三工共ニ一事ヲ治ムルアリ唯甲工ハa日ニテ一事ヲ治ムベク乙工ハb日ニテ一事ヲ治ムベク丙工ハc日ニテ一事ヲ治ムベキヲ知レリ由テ問フ三工共ニ作工セバ幾日ニテ一事畢成スベキヤ

第十二　前題ニテ$a=6$, $b=8$, $c=12$ナレバ所要ノ日數幾何ナルヤ

第十三　一數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯其a倍ヨリc箇ヲ減セバ所得ノ餘數ハ原數ノb倍ニd箇ヲ

加ヘタル總數ニ等シキヲ知レリト云フ由テ問フ原數幾何

第十四　兩商アリ二種ノ酒ヲ所蓄ス甲商ハ每升價a錢乙商ハ每升價b錢ナリ今此二種ノ酒ヲ混合シテ每升價d錢ノ品c升ヲ造ラント欲ス由テ問フ二種ノ酒各幾何ヲ混合シテ可ナルヤ

第十五　兒童集テ二隊ヲナス甲隊ニa童アリ乙隊ニb童アリ而シテ兩隊各桃子同數ヲ有ス今甲隊ノ各童乙隊ヨリ桃子m箇ヲ奪ヒ來テ皆ナ之ヲ啖フ次ニ乙隊ノ各童甲隊ヨリ桃子n箇ヲ奪ヒ來テ皆ナ之ヲ啖ヘリ茲ニ於テ兩隊各殘ル所ノ桃子ヲ隊中ノ各童ニ平分セバ兩隊ノ各童得ル所同數ナリト云フ由テ問フ始メ各隊ノ有スル所幾何

第十六　四數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯甲ノa倍ニ乙ヲ加フルモ乙ノb倍ニ丙ヲ加フルモ丙ノc倍ニ丁ヲ加フルモ丁ノd倍ニ甲ヲ加フルモ所得ノ和皆m箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ四數各幾何

第十七　東西ノ兩校アリ各生徒ノ數相同シク謝金ヲ收ルノ法亦同ジ乃チ學期ノ初ニ於テ豫メ一學期內ノ授業日數ニ合セテ授業券ヲ製シ之ヲ各生徒ニ與ヘ出席スル每ニ一枚ヲ出サシメ期末ニ至テ之ヲ撿シ授業券ノ數ニ隨ヒテ各生徒ニ謝金ヲ納メシムルナリ爰ニ甲乙ノ二士アリ甲士ハn名ノ生徒ヲ一期即チa日ノ間欠席ナク東校ヘ出シ乙士ハm名ノ生徒ヲ一期即チb日ノ間欠席ナク西校ニ出ス而〆此兩校ニテ期末ニ出席ヲ撿スルニ東校ニc日ノ欠席アリ西校ニd日ノ欠席アリ然レモ授業券ノ數ニ隨ヒテ收ル所ノ謝金同數ニシテ甲乙二士ノ出銀亦同數ナリト云フ由テ問フ兩校ノ生徒ノ人數各幾何

第十八　一數m箇アリ之ヲ四分シテ第二分ヲ第一分ノa倍トシ第三分ヲ第二分ノa倍トシ第四分ヲ第三分ノa倍トナサント欲ス由テ問フ第一分幾何

第十九　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其和ハ差ノn倍ニシテ其差d箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ兩數各幾何

第二十　三數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其第一第二ノ和a箇第一第三ノ和b箇第二第三ノ和c箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ三數各幾何

第二十一　二位ノ數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯其兩數字ノ和ノa倍ニ等シキヲ知リ又此數ニc箇ヲ加フレバ所得ノ數ハ原數ノ兩數字ノ次序ヲ顚倒シタルモノニ同ジキヲ知レリト云フ由テ問フ此原數幾何

第二十二　兩替店アリ金錢a箇銀錢b箇ヲ以テ各一封トナス其價相等シ今將ニ金錢銀錢ヲ雜ヘテc箇ヲ以テ同價ノ封錢ヲ造ラントス由テ問フ金錢銀錢各幾何ヲ雜ヘテ可ナランヤ

第二十三　四分銀若干アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯其n分之一ニ$\frac{1}{n}$圓ヲ添テ甲ニ與ヘ其餘數ノn分之一ニ$\frac{1}{n}$圓ヲ添テ乙ニ與ヘ又其餘數ノn分之一ニ$\frac{1}{n}$圓ヲ添テ丙ニ與フレバ適不足ナシト云フ由テ問フ此四分銀ノ全額幾何

第二十四　一商賈アリ本銀若干ヲ所有ス內チa圓ヲ商賈ノ用ニ備ヘ殘銀ヲ以テ業ヲ營ミ一年ノ末ニ至テm分ノ益ヲ獲得タリト云フ此ノ如クスルヿ三年ニシテ竟ニ本銀ヲn倍ストイフ由テ問フ此商賈ノ初ノ本銀幾何

第二十五　三商舖ニ本錢ヲ設スルアリ甲ノ本錢ヲ他ノ兩商ノ本錢ノ和ノl倍ニ加フレバ所得ノ和p圓ニ等シク乙ノ本錢ヲ他ノ兩商ノ本錢ノ和m倍ニ加フレバ所得ノ和q圓ニ等シク丙ノ本錢ヲ他ノ兩商ノ本錢ノ和n倍ニ加フレバ所得ノ和r圓ニ等シト云フヲ聞ク由テ問フ三商ノ本錢各幾何

此題ノ解法ヲ案ニ據テ補式ヲ用テ公式ヲ最簡ナル形狀ニ改ムル法ヲ習ハサントス

解　甲ノ本價ヲxトシ乙ノ本價ヲyトシ丙ノ本價ヲzトセバ題意ニ由テ $x+ly+lz=p$…(一)、$y+mz+mx=q$…(二)、$z+nx+ny=r$…(三) ヲ得又 $x+y+z=s$…(四) ト命ズ今此(四)式トlトノ乗積ヨリ(一)式ヲ減シ又(四)式トmトノ乗積ヨリ(二)式ヲ減シ又(四)式トnトノ乗積ヨリ(三)式ヲ減ジ所得ノ式ヲ變化セハ $x=\frac{ls-p}{l-1}$…(五)、$y=\frac{ms-q}{m-1}$…(六)、$z=\frac{ns-r}{n-1}$…(七) ヲ得此三式ヲ加フレバ $s=\frac{ls-p}{l-1}+\frac{ms-q}{m-1}+\frac{ns-r}{n-1}$…(八) ヲ得此ニ由テ $s=\left(\frac{l}{l-1}+\frac{m}{m-1}+\frac{n}{n-1}\right)s-\left(\frac{p}{l-1}+\frac{q}{m-1}+\frac{r}{n-1}\right)$…(九) ヲ得此(九)式ナル括弧內ノ諸項ハ皆盡ク已知數ナルガ故ニ之ヲ最簡ナル形狀ニテ顯サンガ爲メ $a=\frac{l}{l-1}+\frac{m}{m-1}+\frac{n}{n-1}$…(十)、$b=\frac{p}{l-1}+\frac{q}{m-1}+\frac{r}{n-1}$…(十一) ト命ズレバ(九)式變ジテ $s=as-b$…(十二) トナル此ニ由テ $s=\frac{b}{a-1}$ ヲ得之ヲ以テ(五)(六)(七)ノ三式ノsニ代用セバx, y, zノ值ヲ得即チ左ノ如シ

$x=\frac{lb-p(a-1)}{(l-1)(a-1)}$, $y=\frac{mb-q(a-1)}{(m-1)(a-1)}$, $z=\frac{nb-r(a-1)}{(n-1)(a-1)}$, 答

一次方程式問題論

第百五十八條　負值解義

設題一　箇數a箇アリ之ニ他ノ一數ヲ加ヘテ所得ノ總數ヲb箇トナサント欲ス由テ問フ此加數幾何

解　所要ノ加數ヲxトセバ題意ニ由テ $a+x=b$…(一) ヲ得此ニ由テ $x=b-a$…(二) ヲ得是レ公解法ニシテ a b ハ任意ノ已知數ナリ

今 $a=20$, $b=28$ トセバ前ノ公式ヨリ $x=28-20=8$ ヲ得此得數能ク題意ニ適フ其故何トナレバ八箇ヲ以テ二十箇ニ加フレバ二十八箇トナル即チbヲ得ルガ故ナリ

又 $a=20$, $b=12$ トセバ前ノ公式ヨリ $x=12-20=-8$ ヲ得此得數ニ帶ブル負號ノ意義ヲ知ラシメンガ爲メ茲ニ用ヒタル數値ヲ前ノ設題ノ已知數ニ置シテ左ニ掲グ

箇數二十箇アリ之ニ他ノ一數ヲ加ヘテ所得ノ總數ヲ十二箇トナサント欲ス由テ問フ此加數幾何

論　二十ハ既ニ十二ヨリ大ナリ故ニ二十ニ他ノ數ヲ加ヘテ十二トナスノ法ハ算術ノ法ニアル可ラズ是故ニ此題若シ第二ノ用數ヲ受ケザル算術ノ意義ヲ以テ題意ヲ解スルトキハ不合理ノ虛題ナリ然ト雖モ若シ加ト和ヲ減ト差ニ換ヘレバ合理ノ實題ヲ得前ノ-8ノ數値八箇ハ此新題ノ答數ナリ即チ左ノ如シ

箇數二十箇アリ之ヨリ他ノ一數ヲ減シテ所得ノ餘數ヲ十二箇トナサント欲ス由テ問フ此減數幾何

答　減數八箇

又負號-8ハ第二ノ用數ヲ受ル此題ノ方程式ニ合フ即チ $20+(-8)=12$ 即チ此ノ如シ是故ニ十二ハ正數二十ト負數八トノ總數ナリ

設題二　一父死スル時其長子ノ年a歲末子ノ年b歲ナリ由テ問フ父ヲ亡フノ後チ幾歲ヲ歷ナバ長子

ノ年末子ノ年ニ二倍スルヤ

解　所要ノ年數ヲxトセバ題意ニ由テ　$a+x=2(b+x)$・・[I]　ヲ得此ニ由テ　$x=a-2b$・・[II]

ヲ得

今$a=30$, $b=12$　トセバ前ノ公式ヨリ $x=30-24=6$ ヲ得此得數能ク題意ニ適フ其故何トナレバ父死スル時長子三十歳末子十二歳ナルヲ以テ父ヲ亡フノ後ナ六年ヲ經ナバ長子ハ三十六歳末子ハ十八歳トナルガ故ナリ

又$a=30$, $b=18$　トセバ前ノ公式ヨリ $x=30-36=-6$ ヲ得此得數ニ帶ル負號ノ意義ヲ左ニ論ズ

此題ノ如キハ題辭ノ正意ヲ以テ解セバ第二ノ題意ヲ受ルトキ不合理ノ虚題トナルヲ知ル其故何トナレバ長子三十歳ナル時末子十八歳ナレバ末子ノ年既ニ長子ノ年ノ半ニ過ギタリ而メ二子ノ年同數ヲ増加スルガ故ニ長子ノ年ハ末子ノ年ノ二倍トナル時アルベカラズ由テ此題ヲ變換ス

一父死スル時其長子ノ年a歳末子ノ歳b歳ナリ由テ問フ父ノ死期ヨリ幾年前ニ長子ノ年末子ノ年ノ二倍ナリキ

解　所要ノ年數ヲxトセバ題意ニ由テ　$a-x=2(b-x)$・・[I]　ヲ得此ニ由テ　$x=2b-a$・・[II]

ヲ得

今此題ニ前ノ$a=30$, $b=18$　トセバ前ノ公式ヨリ $x=36-30=6$ ヲ得是レ變換シタル題意ニ適フ其故何トナレバ父ノ死期ヨリ六年前ニ長子ハ二十四歳末子ハ十二歳ナルガ故ナリ

前論ニ由テ左ノ定理アルヲ知ル

第一　一次方程式ノ問題ノ解若シ負商ヲ出セバ負號ノ意義ハ題辭ノ正意ヲ以テ題意ヲ解スルトキハ不合理ノ虚題ナルヿヲ示スナリ

第二　負符ノ示ス所ノ不合理ハ歳數ヲ加フルガ故ニ起リ或ハ此方向ニ算フベキ量ヲ彼方向ニ算フルニ由テ起ルナリ

第三　解テ得ル問題ニテ不合理ノ題辭ヲ對換セバ類似セル合理ノ實題ヲ得ベシ而メ其新題ノ答數ハ已ニ求メ得タル負符ノ負號ヲ省ケバ則チ得

第百五十九條　前條ノ論ニ由テ加號ト減號トノ意義ヲ寛廣ナラシメ又正數ト負數トノ意義ヲ寛廣ナラシメタリ

今又前ニ設ル所ノ第二題ニ還テ論ゼントス

此問題ノ解ニ於テ方程式ヲ立ルトキハ十一ノ兩號唯加減ノ算法ヲ示スニ止ルト雖ドモ得商ニ至テハ此兩號孤タ其用ヲ爲ニス其故何トナレバ此號ニテ量ノ性質ヲ判スルガ故ナリ設令バ第一ノ配數ヲ受ルトキハxヲ以テ題シタル年數父ノ死前ニアリ而メ商正號ヲ帶ブ然レドモ第二ノ配數ヲ受ルトキハxヲ以テ題シタル年數父ノ死後ニアリ而メ商負號ヲ帶ブ故ニ正負ノ兩號ニテ死前死後ノ別ヲ判スルヿヲ得

是故ニ代數學ニテ加號ト減號トハ唯算法ノ符號トナルニ止ラズ兼テ又彼此兩數ノ性質相反スルトキ之ヲ判スル關係ノ符號トナルヲ知ル

此ノ如ク正負兩號ノ用法ヲ寛廣ニナスト雖ドモ是レ任意ニ定ルモノニアラズ代數學ノ加減ノ寛廣ナル意義ノ中ニ自ラ包容スルモノナリ然レドモ題辭能ク算術ノ意義ニ合ヘバ負商ヲ得ルヿアルベカラズ

負商解義問題

第一　一數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯其四分之一ハ三分之一ヨリ十二ヲ多キヲ知レリト云フ由テ四

ヲ原數幾何

第二　一士アリ年三十歳ニシテ妻ヲ娶レリ妻君ノ年十五歳ナリト云フ由テ問フ幾年ノ後チ夫ノ年妻君ノ年ニ三倍スルヤ

第三　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其和ハsニシテ差ハdナルヲ知レリト云フ由テ問フ兩數各幾何若シ$s=120$, $d=100$ナレバ得數ノ意義如何

第四　商賈二人アリ各資本若干ヲ所有ス然レドモ其幾何ナルヲ知ラズ唯甲商ノ資本ハ乙商ノ資本ニ三倍スルヲ知ル又甲商ノ資本ヲ四百圓増加シ乙商ノ資本ヲ一百五十圓増加セバ甲商ノ資本ハ乙商ノ資本ノ二倍トナルヲ知レリト云フ由テ問フ兩商ノ資本各幾何

第五　傭夫二人アリ總丁七日農夫三日作業シテ賃錢共ニ二圓二十錢ヲ得タリ後チ又總丁五日農夫一日作業シテ賃錢共ニ一圓八十錢ヲ得タリト云フ由テ問フ二人各一日ノ賃錢幾何

第六　農家アリ三農ヲ傭ヒ耕作ス上農十日中農八日下農六日作業セバ賃錢合セテ十圓三十錢ヲ給スベク上農十二日中農十日下農四日作業セバ賃錢合セテ十三圓二十錢ヲ給スベク上農十五日中農十日下農十二日作業セバ賃錢合セテ十三圓八十五錢ヲ給スベシト云フ由テ問フ一農一日ノ賃錢各幾何

第七　工夫三人アリ各工錢詳カナラズ今甲十日乙四日丙三日作工シテ工錢共ニ十一圓三十錢ヲ得又甲九日乙八日丙六日作工シテ工錢共ニ十一圓六十錢ヲ得又甲七日乙六日丙四日作工シテ工錢共ニ九圓七十錢ヲ得タリト云フ由テ問フ一日ノ工錢各幾何

第八　分數アリ其母子各幾何ナルヲ知ラズ唯其分子ニ一箇ヲ加フレバ五分之三トナリ又分母ニ一箇

ヲ加フレバ七分之五トナルヲ知レリト云フ由テ問フ其分數ノ母子各幾何

第九　四人偕ニ所有銀ヲ議スルアリ唯四人ノ所有銀合セテ五千七百八十圓ナリト云ヒ又甲乙丙三人ノ所有銀ヲ合スレバ七千九百五十圓トナリ乙丙丁三人ノ所有銀ヲ合スレバ二千二百二十圓トナリ甲丙丁三人ノ所有銀ヲ合スレバ七千三百二十圓トナルト云ヘルヲ聞ク由テ問フ四人ノ所有銀各幾何

第十　脚夫二人一條ノ途ヲ行クアリ甲ハ毎時a里ヲ行キ乙ハ毎時b里ヲ行ク今第六時ニ甲ハ先府ヨリn里ノ地ニ達シ第十時ニ乙ハ同府ヨリm里ノ地ニ達セリト云フ由テ問フ甲ノ乙ニ追及スル時ハ六時後何時ナルヤ

若シ$m=36$, $n=28$, $a=5$, $b=3$ナレバ甲ノ乙ニ追及スル時如何

第十一　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其差ハdニシテ大數三倍ニ小數五倍ヲ加フレバ所得ノ總數sトナルヲ知レリト云フ由テ問フ兩數各幾何

若シ$d=24$, $s=48$ナレバ得數ノ意義如何

第十二　一槽ニ四管ヲ具ヘテ之ニ水ヲ出入スルアリ若シ此四管ヲ同時ニ開ケバ十五時間ニテ滿水ス然レドモ若シ三時間ヲ過テ丁管ヲ塞キ五時間ヲ過テ甲管ヲ塞キ七時間ヲ過テ丙管ヲ塞キ八時間ヲ過テ乙管ヲ塞ゲバ水半槽ニ滿ツ若シ又一時間ヲ過テ丁管ヲ塞キ十三時間ヲ過テ甲丙兩管ヲ塞キ十四時間ヲ過テ乙管ヲ塞ゲバ水槽ノ三分之一ニ滿ツ若シ又二時間ヲ過テ乙丁兩管ヲ塞キ十三時間ヲ過テ丙管ヲ塞キ十四時間ヲ過テ甲管ヲ塞ゲバ水槽ノ四分之一ニ滿ツト云フ由テ問フ一管ヲ開ケバ各幾何時ヲ過テ此槽滿水スルヤ

大小極

第百六十條　數ノ兩極ハ諸數ヲ畫タ其間ニ包容スル所ノ限界ナリ其小極ヲ空數ト云ヒ大極ヲ無限大ト云フ而メ之ヲ顯スニ記號0ト∞トヲ以テス

第百六十一條　代數學ノ考究中或ハ屢ニ記號ヲ以テ通例ノ度量數ト混合シテ用ヰテ緊要アルヿアリ故ニ此兩號或ハ實トナリ或ハ法トナリ或ハ商トナリ或ハ乘子トナル而メ此兩號ノ實法商及ヒ乘子トナルハ之ヲ度量數トシテ用フル時ノ外ニアルベカラズ此ニ由テ代數學ニテハ0號ハ眞ノ空數ヲ顯スニアラズ又∞號ハ眞ノ無限大ヲ顯スニアラズ故ニ完全ナル此兩號ノ意義ヲ下條ニ示サントス

第百六十二條　小極號0ヲ空數ト云フ之ヲ用テ度量ノ最小數ヲ顯ス

第百六十三條　大極號∞ヲ無限大ト云フ之ヲ用テ度量ノ最大數ヲ顯ス

變形式之解

第百六十四條　變形式$\frac{A}{0}$　$\frac{A}{\infty}$　$\frac{0}{A}$　$\frac{0}{0}$ノ意義ヲ知ランガタメ兩極號0∞ヲ度量ノ減少シテ無限ノ小數トナリ又增加シテ無限ノ大數トナリシモノトナス

第百六十五條　有限ノ兩數ヲaトbトセバ分數式$\frac{a}{b}$ノ値ハ分母子ノ値ニ由テ增減スルモノナリ

第一　分母b若シ漸ク減少シ分子a不易ナレバ分數ノ値漸ク增加ス〔第百六條定理第二ヲ視ヨ〕故ニ分母b若シ最小數即チ0トナレバ分數ノ値ハ最大數即チ∞トナルベシ此ニ由テ$\frac{a}{0}=\infty$ナルヲ知ル

是故ニ空數ヲ以テ定數ヲ除シタル式ハ無限大ナリ

第二　分母b若シ漸ク增加シ分子a不易ナレバ分數ノ値漸ク減少ス〔第百六條定理第二ヲ視ヨ〕故ニ分母b若シ最大數即チ∞トナレバ分數ノ値ハ最小數即チ0トナルベシ此ニ由テ$\frac{a}{\infty}=0$ナルヲ知ル

是故ニ無限大ヲ以テ定數ヲ除シタル式ハ空數ナリ

第三　分子a若シ漸ク減少シ分母b不易ナレバ分數ノ値漸ク減少ス〔第百六條定理第一ヲ視ヨ〕故ニ分子a若シ最小數即チ0トナレバ分數ノ値モ最小數即チ0トナルベシ此ニ由テ$\frac{0}{b}=0$ナルヲ知ル

是故ニ定數ヲ以テ空數ヲ除シタル式ハ空數ナリ

第四　若シaトb俱ニ減少シテ其比較〔比較ハ猶ホ彼此對合スル品位ノゴトシ〕ヲ變セザレバ母子ノ減少如何ヲ問ハズ分數ノ値一定不易ナリ〔第百六條定理第三ヲ視ヨ〕故ニ若シaトb俱ニ最小數即チ0トナレバ分數式ノ値ヲ顯ス所ノ式$\frac{0}{0}$此ノ如シ然レモ此値定リナシ此ニ由テ$\frac{0}{0}$ハ不定數ナルヲ知ル

是故ニ空數ヲ以テ空數ヲ除シタル式ハ不定數ナリ

註　設令バ分數$\frac{c}{d}$ニ於テcハ圓徑ヲ顯シdハ圓周ヲ顯ストセバ圓徑ノ長短ニ係ハラズ圓周ノ比數恆ニ同ジ故ニ圓若シ縮小シテ竟ニ消盡スルニ至レバ分數$\frac{c}{d}$ノ母子俱ニ減少シテ竟ニ空數トナルベシ然ルニ分數ノ値ハ終始不易ナルガ故ニ此圓消盡スル時$\frac{0}{0}$トナルト雖モ猶ホ三倍一分四厘一毫六絲強ナルヲ知ル此ニ由テ此分數ニテハ$\frac{0}{0}=3.1416$ナリ又正方形ノ一邊ヲcトシ角線ヲdトセバ〔正方形ノ一角ヨリ對角ニ至ル直線ヲ角線ト云フ〕$\frac{c}{d}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ナリ若シ正方形漸ク縮小シテ竟ニ消盡スルニ至レバcトdトハ俱ニ空數トナル故ニ此時ニ在テハ$\frac{0}{0}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ナリ

第百六十六條　前條ニ論ズル所ノ變形式ヲ今運動ト時日ト距離トノ三數相關係シタル問題ニ於テ見ルベシ

問題　甲乙二使同方ニ向テCヨリC′ノ方ニ向フ一條ノ路ヲ行クアリ甲使ハ每時a里ヲ行キ乙使ハ每時b里ヲ行ク今正午ニ於テ甲使ハPノ地ニ在リ乙使ハ更ニC′ノ方ヘd里ヲ進メリト云フ由テ問フ二使相會スルノ時及ヒ地如何

解　此題意實ニ寛廣ニシテ二使ノ相會スル午前ナルカ午後ナルカPノ上方ナルカ下方ナルカ得テ知ルベカラズ然レモ今此題ニ臨テ方程式ヲ立テンガタメ暫ク時ヲ午後ト定ム然ル時ハ午後ノ時ヲ正數トシ午前ノ時ヲ負數トセザルヲ得ズPヨリCノ方ニ算ヘタル距離ヲ正數トシPヨリC′ノ方ニ算ヘタル距離ヲ負數トセザルヲ得ズ此ニ由テ午後ノ時ヲtトシPヨリ二使相會スル所ニ至ル距離ヲxトス然ルトキハ甲使每時a里ヲ行キ乙使每時b里ヲ行クガ故ニ甲使午後ニ歩行セシ行程ハ $ta=x$ ニシテ乙使午後ニ歩行セシ行程ハtbナリ然ルニ二使正午ニ相距ルヽコトd里ナルガ故ニ $ta-tb=d$ ヲ得故ニ $t=\frac{d}{a-b}$ ∴ [I] $x=\frac{ad}{a-b}$ ∴ [II] ヲ得今左ニ二元ノ値ニ就テ此問題ヲ論ズ

第一　$a>b$ トス

此時ニ在テハ分母 $a-b$ 正數ナルガ故ニtモxモ倶ニ正數ナリtモ正數ナレバ二使相會スルノ時午後ナルヲ知ル又xモ正數ナレバ二使相會スルノ地Pノ上方ナルヲ知ル

此兩數ノ解義能ク相合テ矛盾セズ又題意ニモ適ヘリ其故何トナレバaハbヨリ大ナリト定ムルヲ以テ甲使ノ歩行乙使ヨリ速ナルヲ知ル故ニ甲使必ズ乙使ニ及バントス而シテ其時午後ニアリ其地Cノ方位ニアルベキガ故ナリ

第二　$a<b$ トス

此時ニ在テハ分母 $a-b$ 負數ナルガ故ニtモxモ倶ニ負數ナリtモ負數ナレバ二使相會スルノ時午前ナルヲ知ル又xモ負數ナレバ二使相會スルノ地Pノ下方ナルヲ知ル

此兩數ノ解義能ク相合テ矛盾セズ又題意ニモ適ヘリ其故何トナレバaヲbヨリ小ナリト定ムルヲ以テ

甲使ノ歩行乙使ヨリ遲キヲ知ル而ノ正午ニ於テ乙使既ニ甲使ヨリ前ミタルガ故ニ其前會テ甲使ト相會セシナルベシ故ニ二使相會スルノ時午前ニシテ其地C′ノ方位ニアルベキガ故ナリ

第三　$a=b$ トス

此時ニ在テハ $a-b=0$ トナリ $t=\frac{d}{0}=\infty$, $x=\frac{ad}{0}=\infty$ トナルナリ此ニ由テ二使相會スルノ時永遠ノ後ニアリ又相會スル所Pヨリ至遠ノ地ニアリ之ヲ約言セバ二使相會スルコトナシト云ヘルニ同ジ

此兩數ノ解義能ク合テ矛盾セズ又題意ニモ適ヘリ其故何トナレバ正午ニ於テ二使相距ルコトd里ナリ而シテ $a=b$ ナルヲ以テ二使ノ歩行遲速ナシ此ニ由テ二使相近ヅカズ又相遠ザカルコトナシ是故ニ二使曾テ止ラズPヨリ幾里ノ遠キニ至ルモ相會スルコトアルベカラザルガ故ナリ

第四　$d=0$ ニシテ $a>b$ 或ハ $a<b$ トス

此時ニ在テハ $t=\frac{0}{a-b}=0$, $x=\frac{a0}{a-b}=0$ トナルナリ是故ニ時ト距離ト倶ニ零數ナルヲ以テ二使正午ニ於テ相會シ他ノ時ト他ノ地ニ於テ相會スルコトナキヲ知ル

此兩數ノ解義能ク合テ矛盾セズ又題意ニモ適ヘリ其故何トナレバ $d=0$ ナルヲ以テ正午ニPニ於テ二使相會セリ而メ $a>b$ 或 $a<b$ ナルヲ以テ二使ノ歩行ノ遲速同ジカラズ遲速同ジカラザル時ハ起發ノ時ニアラザレバ彌ク沮離ス此ニ由テPノ外ニ二使相會スルノ地アルベカラザルガ故ナリ

第五　$d=0$, $a=b$ トス

此時ニ在テハ $t=\frac{0}{0}$, $x=\frac{a0}{0}$ トナルナリ是故ニ時ト距離ト倶ニ不定數ナルヲ以テ時ト距離トニ限ラズ相會スルナリ之ヲ約言セバ二使相離ルコトナシト云ヘルニ同ジ

此兩數ノ解義亦能ク題意ニ適ヘリ其故何トナレバ $d=0$ ナルヲ以テ正午ニPニ於テ二使相會スルコト

明ナリ而メ $c=d$ ナルヲ以テ二使ノ歩行里速ヲ同メス由テ二使相別ルヽヿアルベカラザルガ故ナリ

第百六十七條　請條ノ解義或ハ變形式 $\frac{0}{0}$ ニ合ハザルヿアリ是レ變形式ニアラザル分數ノ分母子ニ通乘子アツテ其値空數トナルガ為メニ類ル變形ヲナスヿアレバナリ設令バ分數式 $u=\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$ ……[一]

ニ於テ $a=b$ ナレバ $a^3-b^3=0, a^2-b^2=0$ ナルガ故ニ $u=\frac{0}{0}$ トナリ恰モ變形ナルガ如シ然レ圧[一]式ノ分母子ヨリ通乘子 $a-b$ ヲ省ケバ $u=\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$ ……[二] トナル此式ニ於テ $a=b$ トセバ $u=\frac{3a}{2}$ ヲ得ルナリ是故ニ確定ノ數値ヲ已知元ニ關スル件揆メ分母子ヨリ公約數ヲ去テ最簡式ニ化スベシ

變形式解義ノ熟練ヲ學者ニ得セシメンガタメ左ニ問題ヲ載ス

變形式解義問題

第一　$u=\frac{a^2-b^2}{a^3-ab^2+a^2b-b^3}$ 上ノ式ニ於テ $a=b$ トセバ u ノ値如何

第二　兩工アリ工價各同ジカラズ甲ハ每日五圓ヲ得乙ハ每日三圓ヲ得由テ問フ此兩工同日ノ間作工シテ等シキ工價ヲ得シトセバ幾日ノ間作工シテ可ナルヤ

第三　星學家アリ或人彗星ノ一周ノ年數ヲ問ヘバ此人答ヘテ一周ノ年數三倍ヨリ十年ヲ減ゼバ所得ノ餘數恰モ一周ノ年數四倍ニ八年ヲ加ヘタル總數四分之三ニ等シト云フ由テ問フ彗星一周ノ年數幾何

第四　傭夫二人アリ其月給ヲ同クス然レ圧甲ハ一年ノ間ニ九月ノ業アリ而メ一年ノ費用四百五十圓ヲ要ス乙ハ一年ノ間ニ六月ノ業アリ而メ一年ノ費用三百圓ヲ要ス故ニ甲二年間ニ貯蓄スル所ノ金錢ハ乙三年間ニ貯蓄スル所ノ金錢ニ等シト云フ由テ問フ二人ノ月給各幾何

第五　三工夫アリ力各同ジカラズ若シ甲乙二人ニテ一事ヲ治ムル件ハ三日ニテ落成ス若シ又乙丙二人ニテ一事ヲ治ムル件ハ二日ニテ落成ス若シ又甲丙二人ニテ一事ヲ治ムル件ハ六日ニテ落成スト云フ由テ問フ各一人ニテ一事ヲ治ムル件ハ幾日ニテ落成スベキヤ

第百六十八條　第百六十六條ノ公式ヲ循環スル運動ニ應用スル法

第百六十六條ノ設題ノ解ニテ求メ得タル公式 $t=\frac{d}{a-b}$ ニ於テ a b ハ運行ノ速度ニシテ d ハ進テ及バントスル所ノ距離ナリ又 t ハ二使相會スル迄ノ時間ナリ而メ此三數ノ干係ハ運行ノ道曲線ナルモ變ズベカラズ此ニ由テ此公式ヲ以テ時辰儀ノ盤面ヲ運ル兩針ノ運動ニ應用スベク又黄道ヲ運ル宿星ノ運行ニ應用スベシ是故ニ此公式ニテ直ニ左ノ問題ヲ解スルヿヲ得

第一　時辰儀アリ時針ト分針ト十二時ニ於テ相合セリ由テ問フ次ニ兩針相合スル時如何

解　時辰儀ノ盤面ハ其周ヲ十二ニ平分セリ而メ分針其十二ヲ運ルヰ時針ハ其一ヲ運ルナリ又分針進テ時針ニ及バントスル距離ハ盤面一周ナリ今此十二平分ノ一分ヲ以テ距離ヲ測ル數基トシ一時ヲ以テ時ヲ測ル數基トセバ $a=12, b=1, d=12$ ナリ之ヲ以テ公式ノ a b d ニ代用セバ $t=\frac{12}{12-1}=\frac{12}{11}=1^{時}5^{分}27\frac{3}{11}^{秒}$ ヲ得ルナリ

第二　二時ト三時トノ間ニテ分針時針相合スルヿアリ此時ノ分秒如何

解　此題ニ在テハ分針進テ時針ニ及バントスル距離ハ盤面二周ナリ此ニ由テ $d=24$ トス故ニ公式ヨリ $t=\frac{24}{11}=2^{時}10^{分}54\frac{6}{11}^{秒}$ ヲ得

第三　二時ト三時トノ間ニテ兩針互ニ直角ヲ作ルヿアリ此時ノ分秒如何

解　此題ニ在テハ分針進テ時針ニ及バントスル距離ハ盤面二周四分周之一ナリ此ニ由テ

$d=12\times2\frac{1}{4}=27$ トス故ニ公式ヨリ $t=\frac{27}{11}=2^{時}27^{分}16\frac{4}{11}^{秒}$ ヲ得

第四　五時ト六時トノ間ニテ兩針一線ヲナスヿアリ此時ノ分秒如何

解　此題ニ在テハ分針進テ時針ニ及ハントスル距離ハ盤面五周半ナリ此ニ由テ

$d=12\times5.5=66$ トス故ニ公式ヨリ $t=\frac{66}{11}=6^{時}$ ヲ得

今又此公式ヲ天象ノ運行ニ應用スルノ法ヲ左ニ示サントス

太陰ハ大地ヲ西ヨリ東ニ運リ大陽ハ大地其周ヲ運ルガ故ニ亦倶モ同ジ方向ニ運ルガ如ク見ユルナリ

又太陰若シ大陽ト大地トノ間ニ來レバ日ニ向フ面ハ明ニシテ地ニ向フ面ハ暗シ之ヲ朔ト云フ

第五　太陰ハ蒼穹ヲ運行スルヿ平均一日ニ十三度一七六四ニシテ大陽ハ同ジ方向ニ運行スルヿ一日ニ零度九八五六五ナルガ如ク見ユ由テ問フ朔ヨリ朔ニ至ル時日如何

解　公式ヲ用ヒンガタメ　$d=360°$,　$a=13°.1764$,　$b=0°.98565$　トス但シ數字ノ右肩ニ記スル記號(°)ハ度數ヲ顯スナリ若シ分ナレバ(′)此ノ如ク記シ秒ナレバ(″)此ノ如ク記ス故ニ

$a-b=12°.19075$　ナリ此ニ由テ　$t=\frac{360}{12.19075}=29^{日}\ 12^{時}\ 44^{分}\ 33^{秒}$　ヲ得

第六　大陽ヨリ見ルトキハ金星一日ニ一度三十六分ノ弧ヲ運行シ大地ハ一日ニ五十九分ノ弧ヲ運行ス由テ問フ此兩行星大陽ノ一方ニ來テ三天象一直線上ニ列スルヿハ幾日ニテ循環スベキ

解　此題ニ在テハ　$d=360°=21600′$,　$a=1°\ 36′$,　$b=59′$　ナリ故ニ　$a-b=37′$　トナル此ニ由テ　$t=\frac{21600}{37}=$ 凡 $583^{日}.8$　ヲ得

此題ノ已知數ハ略數ナリ盖シ其唯方法ヲ示サントスルニアレバナリ若シ眞ニ精密ナル已知數ヲ用フルトキハ所得ノ日數五百八十三日九二ナルベシ

循環運動問題

第一　十二時前ニテ兩針相合スル最後ノ時ヲ問フ

第二　四時ト五時トノ間ニテ兩針互ニ直角ヲ作ル時ノ分秒ヲ問フ

第三　一時ト二時トノ間ニテ長針ノ所在短針ヨリ一分前ナル時ノ分秒ヲ問フ

第四　一小池アリ其周ハ a 尺ナリ今兩童此池周ヲ同方向ニ廻テ歩ヲ學フ甲童ハ一分時ニ m 尺ヲ走リ乙童ハ一分時ニ n 尺ヲ走ル而メ初メ甲童ハ乙童ノ前 b 尺ノ地ニ立ツト云フ由テ問フ此兩童初テ同所ニ會スル時及ヒ第二次第三次等ノ會時如何但シ m ハ n ヨリ大トス

不等式

第百六十九條　不等式ハ此數彼數ヨリ大ナルヿヲ顯シ或ハ此數彼數ヨリ小ナルヿヲ顯ス所ノ代數式ナリ設令バ　$a>b$　或ハ　$a<b$　此ノ如シ

不等式ノ不等號ノ左方ナル式ヲ前端ト云ヒ右方ナル式ヲ後端ト云フヿ猶ホ方程式ノゴトシ

第百七十條　不等式ヲ論スルニ當テ大小ノ字義ハ代數學科ノ意義ニテ解スベシ今左ニ大小ノ字義ヲ示サントス

兩數 a b ヲ比較スルトキ $a-b$ 若シ正數ナレバ a ハ b ヨリ大ナリト云ヒ $a-b$ 若シ負數ナレバ a ハ b ヨリ小ナリト云フ

第百七十一條　前條ノ釋義ニ由テ左ノ定理アルヲ知ル

負數ハ空數ヨリ小ナリ又兩負數ニテハ其數値小ナルモノ大ナリ

設令バ $-2<0$ ナリ其故何トナレバ $-2-0=-2$ ニシテ負數ナル餘數ヲ得ルガ故ナリ又 $-3>-5$ ナリ其故何トナレバ $-3-(-5)=+2$ ニシテ正數ナル餘數ヲ得ルガ故ナリ

第百七十二條　兩不等式俱ニ前節後節ヨリ大ナルカ或ハ俱ニ前節後節ヨリ小ナルトキ同意ノ式ト云フ

設令バ $a>b,\ c>d$ 此ノ如ク或ハ $m<n,\ p<q$ 此ノ如キ不等式ハ同意ノ式ナリ又 $m>n,\ p<q$ 此ノ如キ不等式ヲ反意ノ式ト云フ

第百七十三條　數理ノ考究ニ於テ不等式ヲ用フル事甚ダ少カラズ故ニ不等式ノ用法ヲ簡捷ナラシメンガタメ左ノ定理ヲ論ズ

第一　不等式ノ兩節ニ同數ヲ加ヘ或ハ不等式ノ兩節ヨリ同數ヲ減ズレバ原式ト同意ノ式ヲ得ベシ

論　不等式ヲ $a>b$ トセバ第百七十條ニ由テ $a-b$ ハ正數ナリ故ニ又 $(a\pm c)-(b\pm c)$ ハ正數ナリ此ニ由テ $a\pm c>b\pm c$ ナリ

此定理ヲ推シテ左ノ兩定理ヲ知ル

推理一　不等式ノ一項ノ正負ヲ變換シテ此節ヨリ彼節ニ轉スル事ヲ得

推理二　方程式ノ兩節ヲ不等式ノ兩節ニ加ヘ或ハ方程式ノ兩節ヲ不等式ノ兩節ヨリ減スレバ原式ト同意ノ式ヲ得ベシ

第二　不等式ノ兩節ヲ方程式ノ兩節ヨリ減ゼバ不等變轉倒ス

論　$c=d,\ a>b$ トセバ $(c-a)-(d-b)=b-a$ トナル此式ノ値負數ナリ第百七十條ヲ觀ヨ之ニ由テ $c-a<d-b$ ナリ

第三　不等式ノ諸項ノ正負ヲ盡ク變換セバ不等變轉倒ス

論　諸項ノ正負ヲ盡ク變換スルモノハ兩節ヲ $(=0)$ ヨリ減スルニ同ジ此ニ由テ不等式ノ諸項ノ正負ヲ盡ク變換セバ不等變轉倒スルナリ〔定理二ヲ視ヨ〕

第四　同意ナル衆不等式ノ前節ヲ相加ヘ又後節ヲ相加フレバ原式ト同意ナル不等式ヲ得ベシ

論　若シ $a>b,\ a'>b',\ a''>b''$ 等トセバ第百七十條ニ由テ $a-b,\ a'-b',\ a''-b''$ 等ハ何レモ正數ナルヲ知ル故ニ此諸式ノ和 $a-b+a'-b'+a''-b''+\cdots$ 即チ $(a+a'+a''+\cdots)-(b+b'+b''+\cdots)$ 亦正數ナルヲ知ル此ニ由テ $a+a'+a''+\cdots>b+b'+b''+\cdots$ ナリ

同意ナル兩不等式ノ一式ヲ他ノ式ヨリ減セバ所得ノ式原式ト同意ナリト云フ事ヲ得ズ設令バ $a>b,\ a'>b'$ ニ於テ $a-a'$ ハ $b-b'$ ヨリ大ナルカ小ナルカ又等シキカ知ル能ハザルガ故ナリ

第五　不等式ノ兩節ヨリ之ト反意ナル不等式ノ兩節ヲ減セバ原式ト同意ナル不等式ヲ得

論　$a>b$ …〔一〕 $a'<b'$ …〔二〕 ニ於テ $a-b$ ハ正數ニシテ $a'-b'$ ハ負數ナリ故ニ $a-b-(a'-b')$ 即チ $(a-a')-(b-b')$ ハ亦正數ナルベシ此ニ由テ $a-a'>b-b'$ トナル此式〔一〕式ト同意ナリ

若シ又〔一〕式ヲ〔二〕式ヨリ減ズルモ前同法ニテ $a'-a<b'-b$ ナルヲ知ルベシ

第六　不等式ノ兩節ニ同ジ正數ヲ乘ジ或ハ不等式ノ兩節ヲ同ジ正數ニテ除スレバ原式ト同意ナル不等式ヲ得ベシ

論　正數ヲ m トシ不等式ヲ $a>b$ トセバ $a-b$ ハ正數ナルガ故ニ $m(a-b)$ 及ヒ $\frac{1}{m}(a-b)$ ハ何レモ正數ナリ此ニ由テ $ma>mb$ 又 $\frac{a}{m}>\frac{b}{m}$ ヲ得ルナリ

第七　不等式ノ兩節ニ同ジ負數ヲ乘ジ或ハ不等式ノ兩節ヲ同ジ負數ニテ除スレバ不等變轉倒ス

論　負數ヲ乘スル時ハ其ノ正負變換スル此ニ由テ不等號轉倒スルナリ〔定理第三ヲ觀ヨ〕

第八　同意ナル兩不等式ノ前節ト前節ト相乘シ後節ト後節ト相乘セバ正節ノ數二ニ超ルトキ原式ト同意ナル不等式ヲ得ベシ負節ノ數二ニ超ルトキ原式ト反意ナル不等式ヲ得ベシ

論　兩不等式 $a>b$ 及ヒ $a'>b'$ ヲ相乘セバ $aa'>bb'$ ヲ得是レ兩節倶ニ正數ナレバ大節多數ニシテ小節少數ナルガ故ナリ

又兩不等式 $-a>-b$ 及ヒ $-a'>-b'$ ヲ相乘セバ $aa'<bb'$ ヲ得是レ兩節倶ニ負數ナレバ大節少數ニシテ小節多數ナルガ故ナリ

又 $-a>-b$ ニ $a'>-b'$ ヲ乘ズレバ $-aa'<bb'$ ヲ得又 $a>b$ ニ $a'>-b'$ ヲ乘スレバ $aa'>-bb'$ ヲ得是レ負數ハ正數ヨリ小ナルガ故ナリ

又四節ノ中兩節正數ニシテ兩節負數ナレバ所得ノ乘積不定ナリ

不等式解法

第百七十四條　不等式ノ解法ハ不等式ヲ變化シテ未知元ヲ一節ニ置キ他ノ一節ヲ已知數トスルナリ然ルトキハ所得ノ不等式ニ由テ未知元ノ値ノ限界ヲ知ルベシ

第百七十五條　左ニ前ノ定理ニ由テ不等式ヲ解スルノ法ヲ示サントス

設令バ不等式 $\frac{x}{2}+\frac{2x}{5}>\frac{3x}{4}+\frac{9}{4}$ ヨリ x ノ値ノ限界ヲ發見セント欲セバ先ヅ各項ニ20ヲ乘ズベシ然ルトキハ $10x+8x>15x+45$ ヲ得是ニ於テ諸項ヲ合スレバ $3x>45$ ヲ得此式ノ兩邊ヲ三除セバ $x>15$ ヲ得ルナリ

一元不等式解法問題

左ノ不等式ヨリ x ノ値ノ限界ヲ發見スベシ

第一　$5x>\frac{3x}{2}+14$,　　第二　$\frac{2x}{5}-\frac{2x}{3}>\frac{3x}{5}-2$,

第三　$\frac{5x}{3}+\frac{5}{4}<\frac{11}{6}+\frac{7}{12}x$,　　第四　$\frac{3x}{4}-\frac{x-1}{3}<6x-\frac{20x+13}{4}$.

第五　$ax-b>cx+d$,　　第六　$\frac{x-a}{b}<1-\frac{x}{a}$.

第七　$(a-x)(m-n)-a(m-c)<n^2-\frac{c^2n}{m}$

第八　兩不等式 $2x-5>31$, $3x-7<2x+13$ ヨリ整數ナル x ノ値ヲ發見スベシ

解　兩不等式ヲ解スレバ $x>18$, $x<20$ ヲ得ベシ故ニ x ノ値ハ十九ナルヲ知ル

第九　兩不等式 $7x-15>4x+30$, $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}x<3$ ヨリ整數ナル x ノ値ヲ發見スベシ

第十　$\frac{x+2}{4}+\frac{x}{3}$ ハ $\frac{x-4}{2}+3$ ヨリ小ニシテ $\frac{x+1}{2}+\frac{1}{3}$ ヨリ大ナレバ整數ナル x ノ値如何

第百七十六條　二元ヲ有スル不等式ト方程式トニ消去法ヲ施シテ各元ノ値ノ限界ヲ發見スルノ法ヲ左ニ示サントス

設令バ兩式 $2x+5y>16$, $2x+y=12$ ヨリ x 及 y ノ値ノ限界ヲ發見スルノ法左ノ如シ

解法　$2x+5y>16$‥(一)　$2x+y=12$‥(二)　(一)式ヨリ(二)式ヲ減ズレバ　$4y>4$　ヲ得第百七十三條定理第二ヲ親ニ由テ　$y>1$　ナリ是故ニ　(二)式ノyニ1ヲ代用セバ　$2x+1<12$　ヲ得故ニ　$x<5\frac{1}{2}$　ナリ

又一法　(二)式ヨリ　$y=12-2x$　ヲ作リ之ヲ以テ(一)式ノyニ代用セバ$2x+60-10x>16$ヲ得此ニ由テ　$-8x>-44$　トナル故ニ又　$x<5\frac{1}{2}$　ヲ得ルナリ

二元不等式解法問題

第一　$2x+4y>30$, $3x+2y=31$.　上ノ兩式ヨリx yノ値ノ限界ヲ發見スベシ

第二　$4x-3y<15$, $8x+2y=46$.　上ノ兩式ヨリx yノ値ノ限界ヲ發見スベシ

第三　$7x-10y<59$, $4x+5y=63$.　上ノ兩式ヨリx yノ値ノ限界ヲ發見スベシ

第四　$5x+3y>131$, $7x+4y=168$.　上ノ兩式ヨリx yノ値ノ限界ヲ發見スベシ

第五　$\frac{x-4}{8}-\frac{y-10}{6}>1$, $\frac{3x-24}{4}+\frac{x-y}{2}=13$.　上ノ兩式ヨリ$x$ yノ値ノ限界ヲ發見スベシ

雜問三

第一　$\frac{1}{ab-ax}+\frac{1}{bc-bx}=\frac{1}{ac-ax}$.　上ノ方程式ヨリ$x$ノ値ヲ發見スベシ

第二　$\frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{3}=8$, $\frac{x+y}{3}+\frac{x-y}{4}=11$.　上ノ兩方程式ヲ解スベシ

第三　$\frac{m}{x}+\frac{n}{y}=a$, $\frac{n}{x}+\frac{m}{y}=b$.　上ノ兩方程式ヲ解スベシ

第四　$a(x+y)+b(x-y)=c(x+y)+d(x-y)=1$.　上ノ方程式ヲ解スベシ

第五　$x+\frac{1}{2}(y+z)=102$, $y+\frac{1}{3}(x+z)=78$, $z+\frac{1}{4}(x+y)=61$.　上ノ方程式ヲ解スベシ

第六　$4x-5y+mz=7x-11y+nz=x+y+pz=3$.　上ノ方程式ヲ解スベシ

第七　$x+\frac{1}{2}(y+z)=y+\frac{2}{3}(x+z)=z+\frac{3}{4}(x+y)=x+y+z-4$.　上ノ方程式ヲ解スベシ

第八　$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{z}$, $\frac{3}{x}-\frac{2}{y}=2$, $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{4}{3}$.　上ノ三方程式ヲ解スベシ

第九　$\frac{3}{x}-\frac{4}{5y}+\frac{1}{z}=7\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3x}+\frac{1}{2y}+\frac{2}{z}=10\frac{1}{12}$, $\frac{4}{5x}-\frac{1}{2y}+\frac{4}{z}=16\frac{1}{3}$.　上ノ方程式ヲ解スベシ

第十　$x+2y+3z+4u=27$, $5x+8y+10z-2u=65$, $3x+5y+7z+u=48$, $7x+6y+5z+4u=53$.

上ノ方程式ヲ解スベシ

第十一　$\frac{2}{x}-\frac{5}{3y}+\frac{1}{z}=3\frac{4}{15}$, $\frac{1}{4x}+\frac{1}{y}+\frac{2}{z}=6\frac{11}{12}$, $\frac{5}{6x}-\frac{1}{y}+\frac{4}{z}=12\frac{1}{3}$.　上ノ方程式ヲ解スベシ

第十二　$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x+4\right)-\frac{7y-x}{3}=\frac{x}{2}\left(\frac{6}{x}-1\right)$.　上ノ方程式ヲ解スベシ

第十三 $3\frac{3}{4}\times\left\{\frac{2x}{3}-\left(\frac{x}{8}+\frac{x}{24}\right)\right\}=3\frac{1}{4}\times\left\{\frac{2x}{5}+\frac{x}{4}\right\}$。上ノ方程式ヲ解スベシ

第十四 $\frac{x-c}{a+b}+\frac{x-b}{a+c}+\frac{x-a}{b+c}=3$。上ノ方程式ヲ解スベシ

第十五 $\frac{x-b}{c}+\frac{y-c}{a}=\frac{x-c}{b}+\frac{z-b}{a}=\frac{y-a}{c}+\frac{z-a}{b}=2$。上ノ方程式ヲ解クベシ

第十六 $l=\frac{2}{m-l},\ m=\frac{2}{n-m},\ n=\frac{2}{p-n},\ p=\frac{2}{q-p}$ 五元 l m n p q ノ関係上ノ方程式ノ如クナレバ l ト q トノ関係ヲ顕ス所ノ方程式如何

第十七 $\frac{a-b}{1+ab}+\frac{c-d}{1+cd}=0$ 此ノ如クナレバ $\frac{a-d}{1+ad}=\frac{b-c}{1+bc}$ 或ハ $\frac{a+c}{1-ac}=\frac{b+d}{1-bd}$ ヲ得ベシ此作法ヲ問フ

第十八 $2\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x>3,\ 3\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}x<5$ 上ノ両式ヨリ整数ナル x ノ値ヲ発見スベシ

第十九 $ax+by=\frac{1}{2}ab,\ x^2+y^2=ab$ ナレバ $(a+x)^2+(b+y)^2=(a+b)^2$ ヲ得ベシ此作法ヲ問フ

第二十 $y+z=\frac{1}{x}-x,\ z+x=\frac{1}{y}-y,\ x+y=\frac{1}{z}-z$ 此ノ如クナレバ $xy=yz=zx=\frac{1}{3}$ ナリ此証ヲ問フ

第二十一 $\frac{y+z}{1-x}=\frac{z+x}{1-y}=\frac{x+y}{1-z}$ 此ノ如クナルトキハ $x+y+z=1$ ナリ此証ヲ問フ

第二十二 原数百ヲ分テ四分トナシ第一分ニ四箇ヲ加ヘ第二分ヨリ四箇ヲ減シ第三分ヲ四倍シ第四分ヲ四除シテ所得ノ四数ヲ皆等クセント欲ス由テ問フ四分各如何

第二十三 前題ニ得ル第三分ヲ又前題ノ分法ニテ四分セバ所得ノ各分如何

第二十四 二位ノ数アリ其数値ナルヲ知ラズ唯單位ノ数字ハ十位ノ数字ノ半ナルヲ知リ又此数ヨリ二十七箇ヲ減スレバ所得ノ餘数恰モ原数ノ両数字ノ次序ヲ顛倒スルモノニ同ジキヲ知レリト云フ由テ問フ此原数幾何

第二十五 或人ニ年ヲ問ヘバ其人答テ已ニ二十一歳ヲ過テ未タ二十九歳ニ満タズト云ヒ又本年ヨリ十八年ノ後ハ本年ノ年齢ヲ逆ニ讀ミタルガ如シト云フ由テ問フ此人本年ノ年齢幾何

第二十六 或人ニ年ヲ問ヘバ其人答テ已ニ四十歳ヲ過テ未タ五十歳ニ満タズト云ヒ又本年ヨリ十八年前ハ本年ノ齢ヲ逆ニ讀ミタルガ如シト云フ由テ問フ此人本年ノ年齢幾何

第二十七 $x=\frac{m^2-2m+1}{m^2-3m+2}$ ニ於テ $m=1$ ナレバ x ノ値如何

第二十八 物アリ其價ヲ知ラズ唯其價四倍ニ六十圓ヲ加フレバ二百五十六圓ニ過ギ若シ又其價三倍ヨリ四十圓ヲ減セバ一百十三圓ニ下ルヲ知ル由テ問フ物ノ價幾何但シ物價圓ニ止テ奇零ナシ

第二十九 一商賈アリ物ヲ賣ルニ原價ヨリ二割ヲ増テ定價トス然レドモ盛ニ賣ランガタメ定價ヨリ一割ヲ減シテ賣捌スト雖モ尚ホ八圓ノ益アリト云フ由テ問フ此原價幾何

第三十 銀行アリ若干ヲ貸出シテ年利五分ノ息錢ヲ收ムルコ年々ナリ本年ニ至リ貸出ノ母錢六百圓ヲ減シ又息率四分ニ下レリ由テ收入スル息錢前年ヨリ三分之一ヲ減スト云フ由テ問フ前年貸

出ノ乗數幾何

第三十一　兩乗子五十二箇四十五箇ノ乗積ト他ノ兩乗子六十六箇三十七箇ノ乗積トノ較數アリ今此各乗子ヨリ同數ヲ減シテ兩乗積ヲ等クセント欲ス由テ問フ此減數幾何

第三十二　碁子ヲ排列シテ算法ヲ學ブ者アリ今方陣ヲ作ラントセバ二十五箇不足ス由テ一邊ノ列子二箇ヲ減シテ之ヲ試ムルニ三十一箇剰レリト云フ由テ問フ碁子ノ總數幾何

第三十三　東西兩府ノ間ニ三驛アリ東府ヨリ東驛ニ至ル行程十九里東驛ヨリ中驛ニ至ル行程三里中驛ヨリ西驛ニ至ル行程五里ニシテ西驛ヨリ西府ニ至ル行程ヲ知ラズ今爰ニ貨車アリ兩府ノ間ヲ往來シテ旅人ヲ乘セ乘車ノ里程ニ準シテ賃錢ヲ收ム若シ此貨車ニ乘テ東府ヨリ西府ニ至ル者ハ償フ所ノ賃錢恰モ此貨車ニ乘テ各驛ヨリ西府ニ至ル三旅人ノ賃錢ニ等シキヲ知レリト云フ由テ問フ西驛ヨリ西府ニ至ル行程幾何

第三十四　水桶アリ其容量ヲ知ラズ今之ニ一管ヲ具ヘテ定時間ニ水ヲ滿テントス若シ毎三分時ニ二十升ヲ入ルヘキ小管ヲ用フレバ四十升不足ナリ若シ又毎五分時ニ五十二升ヲ入ルベキ大管ヲ用フレバ七十二升剰レルヲ知ルト云フ由テ問フ毎一分時ニ幾何ノ水ヲ入ルベキ管ヲ用ヒテ可ナランヤ又問フ此水桶ノ容量幾何

第三十五　既數ル箇アリ分テ大小兩分トナシ其小分ヲ以テ大分ヲ除シテ商ダ箇ヲ得餘數ダ箇ヲ得ルト欲ス由テ問フ大小兩分各幾何又問フ所得ノ各分ヲ前ノ如ク兩分セバ所得ノ各分幾何

第三十六　販羊商アリ羊ル頭ヲ甲國ニ買ヒ得テ一割ノ利ヲ收メントス然ルニ牝羊ハ貴ク牡羊ハ賤シ今牡羊ル頭ヲ五分ノ利ヲ收テ賣レリ由テ問フ殘ル所ノ牝羊毎一頭ノ價ヲ幾何ニ定メテ可ナランヤ

第三十七　時辰儀アリ三時ト四時トノ間ニテ兩針ノ距離五分ナル時アリ此分秒ヲ問フ

第三十八　時辰儀アリム時ノ後チ兩針ノ距離ヰ分ナル時アリ此分秒ヲ問フ

第三十九　井アリ其淺深ヲ知ラズ今之ヲ測ラント欲シ一條ノ縄ヲ三折シテ之ニ下セバ縄端四尺ヲ剰シ又之ヲ四折シテ下セバ縄端一尺ヲ剰スト云フ由テ問フ井ノ淺深及ヒ縄ノ尺度幾何

第四十　兩府ノ間ニ一條ノ鐵路アリ今一列ノ汽車之ヲ往來ス其半途ニ於テ汽罐ヲ損ス乃チ速力ヲ減シテ前ノル分之一トナス由テ先府ニ達スルヿ定時ヨリα時間後レタリ然レモ若シ此事ナクシテ更ニル里ヲ進ミタル後チ起ラシメバ到達ノ時定時ヨリβ時間後レタルベシト云フ由テ問フ始メ程ヲ起スマテノ速力ハ毎時幾何里ナルヤ

第四十一　四輪車アリ前輪ハ小ニシテ後輪ハ大ナリ而メ此四輪車ニテ一百二十尺ノ路ヲ行クバ前車ノ回轉ハ後車ノ回轉ヨリ六轉多シト云ヒ若シ前車ノ周ヲ四分之一後車ノ周ヲ五分之一大ナラシメバ同ジ行程ヲ行クトキ前車ノ回轉ハ後車ノ回轉ヨリ四轉多シト云フ由テ問フ前後兩輪周各幾何

第四十二　兩府ノ間ニ鐵路アリ汽車之ヲ往來ス今正午ニ貨車ヲ發シ一時ニ客車ヲ發ス然ルニ貨車全程ノ三分之二ヲ行テ汽罐ヲ損フ由テ速力ヲ減ジテ四分之三トシテ前ニ運行セシニ二時後四十分ニ先府ヨリ十里ノ處ニテ客車其後ニ追ヒ及ヒ客車ノ速力ハ貨車ノ後速力ニ二倍スト云フ由テ問フ兩府ノ距離及ヒ兩種ノ汽車等時運行ノ速力幾何

第四十三　一工事アリ兩工ヲシテ之ヲ治メシム若シ兩工偕ニ作工セバ三十日間ニ修成シ工銭共ニ一百六十圓ヲ給スベシト云フ然ルニ此工事三分之一ヲ治メ得テ甲四日乙八日休工ス是ニ由テ修成ノ期五日半後レタリト云フ由テ問フ兩工ノ工錢各幾何

第四十四　分數アリ其母子ノ數何ナルヲ知ラズ若シ其分子ヲ三倍シ分母ニ分子二倍ヲ加ヘテ之ヲ約セバ五分之四ヲ得ルト云フ由テ問フ原分數如何

第四十五　甲乙兩府アリ海陸二路ヨリ通達スベシ海路ハ遠ク陸路ハ近シ其差一百二十里ナリ今甲府ヨリ同時ニ兩使ヲ出シテ乙府ニ至ルアリ其一人ハ陸行シ他ハ海路ニ從フ陸行ノ人每時二里ヲ步シテ全路ノ三分之一ヲ行キ其餘ハ乘車シテ每時五里ヲ行キ又航行ノ人ハ每時十里ノ速力ニテ全路ノ二分之一ヲ航過セシ時風ニ逢ヒ大檣ヲ損フ由テ速力五分之二ヲ減シテ其餘ヲ航行ス然レドモ此人陸行ノ人ヨリ五十四時間早ク乙府ニ達セリト云フ由テ問フ海陸兩路ノ里程各幾何

第四十六　一婦人ニ一兒アリ人其年ヲ問ヘバ婦人答ヘテ妾ガ兒ノ年九倍ニ十三ヲ加フレバ四年後ノ年三倍ニ等シト云フ由テ問フ此兒ノ年幾何

第四十七　一隊ノ兵士アリ其人數ヲ知ラズ人其數ヲ問ヘバ一人答テ曰ク二隊ノ人數ニ一ヲ加フルトキハ其半五十人ニ過グベシ若シ又一隊ノ人數ヨリ一ヲ減ゼバ其半五十人ニ滿タズト由テ問フ一隊ノ人數幾何

第四十八　兩軍相距ルヿ十里ナリ今双方ニ使者ヲ出メ交戰ヲ議スルアリ東使ハ每時四里ヲ行キ西使ハ每時六里ヲ行ク然レドモ西使ノ出發ハ東使ヨリ二時半後レタリト云フ由テ問フ兩使相會スル所如何

第四十九　一富人アリ或人其所有金ヲ問ヘバ答ヘテ我所有金ノ二分之一ト三分之二トヲ合セテ內一百圓ヲ減ズレバ所得ノ餘數七分之一ハ恰モ我所有金ノ六分之一ニ等シト曰フ由テ問フ此人ノ所有金幾何

第五十　兩隊一圍周ヲ運ルアリ其速力同ジカラズ若シ兩隊同方ニ運ルヰハ每七分時ニ速隊遲隊ヲ越テ運ルベシ若シ又反對ニ運ルヰハ每三分時ニ兩隊相逢フベシ今若シ速隊ノ速力ヲ二分之一トナシ遲隊ノ速力ヲ五分之一トナシ同方ニ運ラスヰハ幾分時毎ニ速隊遲隊ヲ越ルヤ

第五十一　騏馬二頭アリ競テ一千七百六十尺ノ路ヲ走ラシム其始メ甲ハ乙ニ四十四尺ノ猶豫ヲ與ヘ猶ホ五十一秒勝チタリ次ニ一分十五秒ノ猶豫ヲ與ヘテ競走ヲ試ルニ今回ハ八十八尺後レタリト云フ由テ問フ二馬各此全行程ヲ走ル時間幾何

第五十二　外國紙三種ノ割ヲ精察シテ內國紙ニ費ランコトシテ其價ヲ議スルアリ唯和蘭紙ヨリ英吉利紙ハ金貨百圓ニ十六圓騰タ英吉利紙ヨリ佛蘭西紙ハ金貨百圓ニ三十四圓騰レト云ヒ又百錢ノ價ヲ比較セバ荷蘭紙ヨリ英吉利紙ハ紙幣ニテ二十六圓騰タ英吉利紙ヨリ佛蘭西紙ハ紙幣ニテ三十四圓騰レト云ヘルヲ聞タ由テ問フ金貨百圓ハ紙幣幾何ニ交換スベキヤ

○乘方幷開方ヲ論ズ

乘方

第百七十七條　一式ノ冪數トハ本式ト同ジ乘子幾項ノ連乘積ヲ云フナリ而ノ斯ル冪數ヲ求ムルヲ冪乘スト云フ

第百七十八條　乘方トハ一式ヲ其冪ニ昇騰スルノ法ヲ云フナリ

第百七十九條　冪數ヲ區スニ乘指數ヲ用フ但シ乘指數ハ冪數ノ次數ヲ顯スナリ

設令バ a ノ一乘冪ハ $a=a^1$。又 a ノ二乘冪ハ $aa=a^2$。又 a ノ三乘冪ハ $aaa=a^3$。又 a ノ四乘冪ハ $aaaa=a^4$。又 a ノ n 乘冪ハ $aaa\cdots a=a^n$ ナリ

第百八十條　一式ノ二乘冪ヲ本式ノ平方ト云フヿアリ又一式ノ三乘冪ヲ本式ノ立方ト云フヿアリ

一項式乗方

第百八十一條　元乗子ヲ某冪ニ自乗スルノ法ハ連乗ノ次數ヲ乗指數トシテ元乗子ニ記スルニアリ然レハ諸乗子ノ乗積ヲ某冪ニ自乗セバ本式ノ各乗子皆同次ノ冪數トナル了明ナリ

設令バ $(ab)^2=ab\times ab=aa\times bb=a^2b^2$ 此ノ如シ又同理ヲ推シテ諸乗子ノ連乗積ヲ $abc\cdots k$ トシ連乗ノ次數ヲnトセバ $(abc\cdots k)^n=a^nb^nc^n\cdots k^n$ ヲ得是故ニ元乗子ノ連乗積ノn乗冪ハ各乗子ノn乗冪ノ連乗積ニ等シ

第百八十二條　冪數ヲ更ニ幾乗冪ニ乗スルノ法ハ本式ノ乗指數ニ所要ノ乗指數ヲ乗スルナリ

設令バ $(a^3)^2=a^3\times a^3=a^{3+3}=a^6$ ナリ又 $(a^3)^4=a^3\times a^3\times a^3\times a^3=a^{12}$ ナリ此理ヲ推シテ a^m ノn乗冪ハ $(a^m)^n=a^{mn}$ ナルヲ知ル是故ニ一式ノm乗冪ヲn乗冪ニ乗スレバ原式ノmn乗冪トナルナリ

第百八十三條　正數ハ之ヲ自乗シテ幾次ニ至ルモ得數亦正數ナル了明ナリ然レトモ若シ負數ヲ自乗セバ偶次ノ冪數正數トナリ奇次ノ冪數負數トナルベシ其故何トナレバ負數乗子ノ數偶數ナレバ所得ノ乗積正數ニシテ負數乗子ノ數奇數ナレバ所得ノ乗積負數ナルヲ以テナリ（第六十條ヲ觀ヨ）今又此正負ノ法則ヲ定メンガタメ $-a$ ヲ屢乗シテ所得ノ冪數ノ正負ヲ檢スル了左ノ如シ

乗法ノ理ニ由テ $(-a)^2=(-a)(-a)=+a^2$, $(-a)^3=(+a^2)(-a)=-a^3$, $(-a)^4=(-a^3)(-a)=+a^4$, $(-a)^5=(+a^4)(-a)=-a^5$ ヲ得此理ヲ推シテ $(-a)^n=\pm a^n$ トス但シnハ偶數ナレバ複號ハ正號トナリnハ奇數ナレバ複號ハ負號トナル此ニ由テ左ノ定理アリ

第一　正數ノ冪數ハ亦正數ナリ

第二　負數ノ奇次ノ冪數ハ負數ニシテ偶次ノ冪數ハ正數ナリ

第百八十四條　前ニ論スル所ノ一項式乗方ノ理ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　係數ヲ所要ノ冪數ニ自乗スベシ

法則二　所要ノ冪數ノ次數ヲ以テ各乗子ノ乗指數ニ乗ズベシ

法則三　本式若シ負數ナレバ奇次ノ冪數ヲ負數トナスベシ

一項式乗方問題一

第一　x^2 ノ四乗冪ヲ問フ

第二　y^3 ノ三乗冪ヲ問フ

第三　x^4 ノ六乗冪ヲ問フ

第四　x^m ノn乗冪ヲ問フ

第五　ax^2 ノ三乗冪ヲ問フ

第六　$a^2b^3c^4$ ノ二乗冪ヲ問フ

第七　$2a^2b^3$ ノ三乗冪ヲ問フ

第八　$8a^2b^3c$ ノ二乗冪ヲ問フ

第九　$-4a$ ノ四乗冪ヲ問フ

第十　$+4a^2$ ノ三乗冪ヲ問フ

第十一　$-a^2b^3$ ノ七乗冪ヲ問フ

第十二　$+3a^2x^2$ ノ四乗冪ヲ問フ

第十三　$-a$ ノmn乗冪ヲ問フ

第十四　$-a^n$ ノ$2n$乗冪ヲ問フ但シnハ整數ヲ擬スナリ

第十五　a^2 ノ$2n$乗冪ヲ問フ

第十六　$-ab^2$ ノ$2n+1$乗冪ヲ問フ但シnハ整數ヲ擬スナリ

第十七　$-ab^2$ ノ$2n-1$乗冪ヲ問フ但シnハ整數ヲ擬スナリ

第十八　ab^2 ノ$2n+1$乗冪ヲ問フ

第十九　ab^2 ノ$2n-1$乗冪ヲ問フ

左ノ各式ノ値ヲ問フ

第二十　$(6ab^2)^3$.　　第二十一　$(-5a^2b^3)^3$.

第二十二　$(a^mb^n)^4$.　　第二十三　$(-a^n)^5$.

第二十四　$(-3a^n)^4$.　　第二十五　$(-3a^2b^3y)^3$.

第二十六　$(-2a^mx^ny)^3$.　　第二十七　$(-abc)^m$.

第二十八　$(m^pn^r)^{p-r}$.　　第二十九　$(p^2q)^{m+1}$.

第三十　$\{a^2(x+y)^2\}^m$.　　第三十一　$\{a^2b^2(x+y)^3\}^{m+1}$.

左ノ諸式ニ於テ m n p q ノ値皆雙數ナルキハ各式ノ値如何

第三十二　$(-a^2)^{m+1}$.　　第三十三　$(-abc)^{m+1}$.

第三十四　$(-x^2y^2)^m$.　　第三十五　$(-a^2x^2)^{m+1}$.

第三十六　$\{-x(a+b)\}^{m-1}$.　　第三十七　$\{-x^2(a-y)^2\}^n$.

第三十八　$\{-(a+b)^2(a-y)\}^n$.　　第三十九　$\{-(x+y)^2(2a+b^2)\}^{2m+1}$.

第四十　$\{-ab^2c^2\}^{m+n-1}$.

第百八十五條　冪數 a^n ノ m 乗冪ハ $(a^n)^m=a^{n\times m}=a^{nm}$ ナリ是レ m n ヲ乗指數トセシ a ノ冪數ヲ顯スナリ若シ $m=3$ トセバ $a^{n3}=a^{3n}$ ナリ

一項式乗方問題二

左ノ各式ノ値ヲ問フ

第一　$(a^my^n)^2$.　　第二　$(a^my^n)^3$.

第三　$(a^n)^m$.　　第四　$(a^ny^m)^p$.

第五　$(a^{n-1}y)^{n+1}$.　　第六　$(-ab^2c^3d^2x)^4$.

第七　$(a^{m-1}y^2)^{m+1}$.　　第八　$\{(a^2+b^2)^{m-1}x^m\}^{m+1}$.

左ノ諸式ニ於テ m n p ノ値皆隻數ナルキハ各式ノ値如何

第九　$(-a^{n-1})^{n+1}$.　　第十　$(-a^mb^ny)^{2m}$.

第十一　$\{-a^2(a^2+y^2)^m\}^{2n+1}$.　　第十二　$\{-(a^2+y^2)^{m+1}\}^{2m-1}$.

第十三　$\{-(a^2+b^2)^{m-1}\}^{2m}$.

分數式乗方

第百八十六條　分數式ヲ主冪數ニ累乗セバ分母子倶ニ同シ冪數トナル

設題　$\frac{a}{b}$ ノ三乗冪ヲ問フ

運算　$\left(\frac{a}{b}\right)^3=\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}=\frac{a^3}{b^3}$　答

此ニ由テ分數式ノ冪數ヲ求ルノ法左ノ如シ

法則　分母幷分子ヲ所望ノ冪數ニ累乗スベシ

分數式乗方問題

第一　$\frac{3a}{5b^2}$ ノ二乗冪ヲ問フ　　第二　$\frac{a^2}{3b^4}$ ノ三乗冪ヲ問フ

第三　$-\frac{4a^2b}{7x}$ ノ五乘冪ヲ問フ　　第四　$-\frac{a^2b}{3x^3}$ ノ四乘冪ヲ問フ

第五　$\frac{a}{a^2b^2}$ ノ六乘冪ヲ問フ　　第六　$\frac{2a^2}{3a^3b^2}$ ノ五乘冪ヲ問フ

第七　$-\frac{a^mb^n}{x^py^q}$ ノn乘冪ヲ問フ

左ノ各式ノ値ヲ問フ

第八　$\left(\frac{a^p}{b^q}\right)^{mn}$.　　第九　$\left(\frac{a^n}{b^m}\right)^n$.　　第十　$\left(-\frac{a^m}{b^nc^p}\right)^q$.

第十一　$\left(-\frac{a^p}{(a+b)^q}\right)^{mn}$.　　第十二　$\left\{\frac{a^p}{m(a^q+b^r)}\right\}^{mn}$.

第十三　$\left\{\frac{a^m}{(a^p+b^q)^r}\right\}^p$.　　第十四　$\left\{-\frac{(a+b^m)^p}{(a+b)^q}\right\}^{mn}$.

第十五　$\left\{-\frac{a^{mn}}{a^p(a-b)^q}\right\}^{p+q}$.

左ノ諸式ニ於テmトnトpノ値ヲ整數トセバ各式ノ値如何

負指數之論

第百八十七條　前既ニ指數正ノ整數ナレバ $a^m\times a^n=a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ 又 $(a^m)^n=a^{mn}$ ナルコトヲ言セリ今又冪ニ兩指數ノ一若シクハ倶ニ負數ナルモ同ホ此理アルコトヲ證明セントス第八十條定理第

二ニ由テ負指數ヲ具有スル量ハ同數ナル正指數ヲ具有スル同量ノ個數ニ等シキヲ知レリ此ニ由テ左ノ定理アリ

第一　指數mトn倶ニ整數ナレバ其正負ヲ論ゼズ恆ニ $a^m\times a^n=a^{m+n}$ ナリ

論一　指數ノ一ヲ負數トス即チ $n=-n'$ トシテ論ズ

$a^m\times a^n=a^m\times a^{-n'}=\frac{a^m}{a^{n'}}=a^{m-n'}=a^{m+n}$ ナリ

論二　兩指數倶ニ負數トス即チ $m=-m'$, $n=-n'$ トシテ論ズ

$a^m\times a^n=a^{-m'}\times a^{-n'}=\frac{1}{a^{m'}}\times\frac{1}{a^{n'}}=\frac{1}{a^{m'+n'}}=a^{-m'-n'}=a^{m+n}$ ナリ

第二　指數mトn倶ニ整數ナレバ其正負ヲ論ゼズ恆ニ $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ ナリ

論一　分子ノ指數ヲ負數トス即チ $m=-m'$ トシテ論ズ

$\frac{a^m}{a^n}=\frac{a^{-m'}}{a^n}=\frac{1}{a^{m'+n}}=a^{-m'-n}=a^{m-n}$ ナリ

論二　分母ノ指數ヲ負數トス即チ $n=-n'$ トシテ論ズ

$\frac{a^m}{a^n}=\frac{a^m}{a^{-n'}}=a^m\times a^{n'}=a^{m+n'}=a^{m-n}$ ナリ

論三　兩指數ヲ俱ニ負數トス卽チ $m=-m'$, $n=-n'$ トシテ論ズ

$$\frac{a^m}{a^n}=\frac{a^{-m'}}{a^{-n'}}=\frac{a^{n'}}{a^{m'}}=a^{n'-m'}=a^{m-n}$$ ナリ

第三　指數 m, n 俱ニ整數ナレバ其正負ヲ論セズ恆ニ $(a^m)^n=a^{mn}$ ナリ

論一　外指數ヲ負數トス卽チ $n=-n'$ トシテ論ズ

$$(a^m)^n=(a^m)^{-n'}=\frac{1}{(a^m)^{n'}}=\frac{1}{a^{mn'}}=a^{-mn'}=a^{mn}$$ ナリ

論二　內指數ヲ負數トス卽チ $m=-m'$ トシテ論ズ

$$(a^m)^n=(a^{-m'})^n=\left(\frac{1}{a^{m'}}\right)^n=\frac{1}{a^{m'n}}=a^{-m'n}=a^{mn}$$ ナリ

論三　內外兩指數ヲ俱ニ負數トス卽チ $m=-m'$, $n=-n'$ トシテ論ズ

$$(a^m)^n=(a^{-m'})^{-n'}=\left(\frac{1}{a^{m'}}\right)^{-n'}=\frac{1}{\left(\frac{1}{a^{m'}}\right)^{n'}}=\frac{1}{\frac{1}{a^{m'n'}}}=a^{m'n'}=a^{mn}$$ ナリ

此ニ由テ代數學ノ算法ニテ負指數ノ法則ハ猶ホ正指數ノ法則ノゴトクナルヲ知ル

負指數問題

左ノ諸式ノ値ヲ開ケ

第一　$(a^{-7}b)^2$.　第二　$(b^{-2}c^{3})^{-2}$.　第三　$(2a^{2}y^{-m})^{-3}$.

第四　$(4a^{-2}b^{-1})^2$.　第五　$(-2a^{-2}x^{3})^{3}$.　第六　$(-3a^{-1}by^{-2})^{-4}$.

第七　$(-a^{-2}y^{-3})^{3}$.　第八　$(a^{-m}y^{n})^{2}$.　第九　$(ax^{-m}y)^{-3n}$.

第十　$(-ay^{-3})^{-3}$.　第十一　$\{-a^{n}(x+y)^{p}\}^{-m}$.

第十二　$\{-bx^{2}\{(x+y)^{-p}\}^{-q}\}$. 但シ p ハ整數ヲ表スナリ

第十三　$(4a^{2}x^{-2})^{2}\times(a^{-2}x^{3})$.　第十四　$(a^{-m}b^{-n}y^{p})\times(-a^{-m}b^{-n}y)^{-2}$.

第十五　$(a^{-m}x^{-n}y^{p})^{-m}\times(a^{m}x^{n}y^{-p})^{m}$.　第十六　$(a^{-p}b^{-q}c^{-r})^{-2}\div(-a^{p}b^{q}c)^{3}$.

第十七　$(-a^{m+n}y^{m-n})^{p}\div(-a^{n}y^{m})^{-p}$.

第十八　$(a^{m+n}y^{m+n})^{m-n}\div(-a^{m-n}y^{m-n})^{-m}$.

多項式乘方

第百八十八節　多項式ヲ累數冪ニ舉乘スルノ法ハ實ニ乘法ヲ施スニアリ設令バ同式ヲ相乘セバ二乘冪ヲ得二乘冪ニ本式ヲ乘セバ三乘冪ヲ得皆テ此ノ如シ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則　本式ヲ所要冪ノ次數ノ如ク連乘シテ所要ノ冪數トス

備考　乘方ノ算法ハ順次ニ本式ヲ乘セザルモ乘子ノ數所要冪ノ指數ニ同ジケレバ所得ノ冪數同一ナリ設令バ $a^6=a^3\times a^3=a^4\times a^2=(a^3)^2=(a^2)^3$ 此ノ如シ

多項式乘方問題

左ノ諸式ノ冪式ヲ開ケ

第一　$(2x^2+3y)^2$.　第二　$(3x-y)^3$.　第三　$(1+2x-3x^2)^2$.

第四　$(3x+2b+c)^2$.　第五　$(a+b)^3$.　第六　$(x-y)^3$.

第七 $(a^2b^{-2}+a^{-2}b^2)^2$. 第八 $(a^2+1+a^{-2})^2$. 第九 $(a^2+a)^2$.

第十 $(1+a+a^2+a^3)^2$. 第十一 $(a^2-b^2)^2$. 第十二 $(a^2+2a+2)^2$.

多項式二乘方

第百八十九條　二項式ハ眞乘法ヲ施サズシテ其平方詳式ヲ求ムルノ法アリ已ニ第六十三條ニ載ス若シ二項式ノ兩項ヲ x y トセバ $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ ナリ此公式ヨリ多項式ノ平方ヲ求ムル捷法ヲ得ベシ

今其法ヲ得ンガタメ先ヅ多項式 $a+b+c+d+e+\cdots\cdots$ ヲ自乘セント欲ス若シ $x=a$ トシ $y=b+c+d+e+\cdots\cdots$ トセバ $x+y$ ノ平方ハ即チ前ノ多項式ノ平方ナルベシ由テ $x^2+2xy+y^2=(a+b+c+d+e+\cdots\cdots)^2$ ニシテ $x^2=a^2\cdots\cdots$[一], $2xy=2ab+2ac+2ad+2ae+\cdots\cdots$[二] $y^2=(b+c+d+e+\cdots\cdots)^2\cdots$ ナリ然ルニ y ハ未ダ多項式ナルガ故ニ又前ノ如ク同法ヲ下ス即チ $x'=b$, $y'=c+d+e+\cdots\cdots$ トセバ $x'+y'$ ハ $b+c+d+e+\cdots\cdots$ ト等シ由テ $x'^2=b^2\cdots\cdots$[三] $2x'y'=2bc+2bd+2be+\cdots\cdots$[四], $y'^2=(c+d+e+\cdots\cdots)^2$ ナリ又 y^2 ニ施シタル法ト同法ヲ y'^2 ニ施ス迄テ此ノ如クセバ遂ニ所要ノ平方詳式ノ列項ヲ盡ク發見スベシ今[一][二][三][四]ノ四式ヲ見テ所要ノ平方詳式左ノ如クナルヲ知ル

$$(a+b+c+d+e+\cdots\cdots)^2=a^2+2a(b+c+d+e+\cdots\cdots)+b^2+2b(c+d+e+\cdots\cdots)+c^2+2c(d+e+\cdots\cdots)+d^2+\cdots\cdots$$

此ニ由テ多項式ノ平方詳式ヲ求ムルノ法則左ノ如シ

法則　各項ノ平方ヲ求メ又其各項ニ倍ト其次ノ項ヨリ尾項ニ至ル各項トノ相乘積ヲ求メ之ヲ合シテ

所要ノ平方詳式トスベシ若シ此得式ニ類項アレバ之ヲ合シテ最簡式ニ改作スベシ

多項式二乘方問題

左ノ諸式ノ平方詳式各如何

第一 $a+b+c$. 第二 $a+b+c+d$. 第三 $a+b+c+d+e$.

第四 $x-y+z$. 第五 $a-2b+3ab-c$. 第六 $1-a+a^2-a^3$.

第七 $3ax+2a^2-4a^3-5$. 第八 $1-2x-y^2+xy-x^2$. 第九 $1-x+x^2-x^3+x^4$.

第十 $a^3-a^2x+ax^2-x^3$. 第十一 $x^3y-x^2y^2-xy^3+y^4$.

第十二 $1-2x-3x^2-4x^3-5x^4$. 第十三 $1+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x^2$.

第十四 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}-1$. 第十五 $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+1+x$.

第十六 $a^{-1}+a^{-\frac{1}{2}}+2+a$.

開方

第百九十條　一式ノ根數或ハ略シテ根ト云フトハ本式ヲ分開シタル幾箇ノ同乘子ノ一ナリ故ニ分開次數ノ如ク之ヲ幾乘セバ則チ本式ヲ得ルナリ

第百九十一條　根數ノ次數ハ本式ヲ分開セシ同乘子ノ數ニ同ジ是故ニ a ノ二乘根トハ同シ兩乘子ノ一ニシテ其相乘積 a トナルベキモノ是レナリ又 a ノ三乘根トハ同シ三乘子ノ一ニシテ其連乘積 a トナルベキモノ是レナリ又 a ノ四乘根トハ同シ四乘子ノ一ニシテ其連乘積 a トナルベキモノ是レナリ

此餘此例ニ傚テ知ルベシ

又二乘根ハ通例平方根ト云ヒ三乘根ハ通例立方根ト云フ

第百九十二條　開方トハ根數ヲ求ルノ法ニシテ乘方ノ還原ナリ

第百九十三條　根數ヲ顯スノ法二アリ第一法ハ根數號($\sqrt{\ }$)ヲ羃數ノ前ニ置キ此號ノ左肩ニ根數ノ次數ヲ顯ス所ノ數字ヲ置クナリ此數字ヲ開指數ト云フ設令ヘハ$\sqrt[3]{a}$ハaノ立方根ヲ顯シ$\sqrt[4]{a}$ハaノ四乘根ヲ顯ス平方根ハ通例開指數ヲ省略ス設令ハ$\sqrt{a}$ハaノ平方根ヲ顯ス式ニシテ$\sqrt[2]{a}$ト意義ヲ同クス又第二法ハ分指數ヲ羃數ニ附スルナリ凡ソ羃數ヲ求ルノ法ハ根數ノ乘指數ニ所要羃ノ次數ヲ乘スルナリ故ニ此法ヲ還原シテ根數ヲ求ルノ法ハ所要根ノ次數ヲ以テ本式ノ乘指數ヲ除スベキヲ知ル故ニa即チa^1ノ立方根ハ$a^{\frac{1}{3}}$ト記スベクa^2ノ立方根ハ$a^{\frac{2}{3}}$ト記スベシ此ニ由テ分指數ノ母子ノ意義左ノ如シ

分子ハ乘指數ニシテ分母ハ開指數ナリ

第百九十四條　左ニ同意義ナル兩式ヲ比較シテ根數ノ兩記法ヲ明ニス$\sqrt{a}$或ハ$a^{\frac{1}{2}}$ハaノ平方根ヲ顯スナリ又$\sqrt[3]{a}$或ハ$a^{\frac{1}{3}}$ハaノ立方根ヲ顯スナリ又$\sqrt[n]{a}$或ハ$a^{\frac{1}{n}}$ハaノn乘根ヲ顯スナリ若シaノ某羃數ヲa^mトセハ$\sqrt{a^m}$或ハ$a^{\frac{m}{2}}$ハa^mノ平方根ヲ顯スナリ又$\sqrt[3]{a^m}$或ハ$a^{\frac{m}{3}}$ハa^mノ立方根ヲ顯スナリ又$\sqrt[n]{a^m}$或ハ$a^{\frac{m}{n}}$ハa^mノn乘根ヲ顯スナリ

第百九十五條　無竅根數トハ羃數ニ相當セザル數ノ根數ナリ設令ハ$\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{a^2}$, $\sqrt{(a^2-2ab)}$此ノ如シ而シテ無竅根數ニ對シテ整數及ヒ分數ヲ通シテ常數ト名ヅク

羃數ニ相當セザル數ノ根數ヲ求ルトキハ常ニ略近數ヲ得ベシ設令ハ$\sqrt{6}$ハ無竅根數ナリ而シテ略近ノ値$\sqrt{6}=2.4494+$ヲ得略近トハ2.4494ヲ自乘スルトキ5.99956ヲ得ルガ故ナリ

第百九十六條　虛數トハ一種ノ根數式ニシテ本量ノ性質ノタメニ之ヲ得ルノ理アラサルモノ是レナリ設令ハ$-a^2$ノ平方根$\sqrt{(-a^2)}$ハ虛數ナリ其故何トナレハ自乘シテ$-a^2$トナルベキ度量アラザルガ故ナリ

又虛數ニ對シテ整數分數根數ヲ通シテ實數ト云フ但シ從ニ云ヘル根數ハ無竅根數ヲ指スナリ下條往々無竅根數ヲ根數ト云フヿ鮮カラズ學者熟考シテ其意義ヲ解スベシ

一項式開方

第百九十七條　一元ニテ顯ス一項式ノ根數ヲ求ルノ法ハ所要根ノ次數ヲ以テ本式ノ乘指數ヲ除スルナリ是レ已ニ第百九十三條ニ見ヘタリ若シ本量ノ指數所要根ノ次數ノ倍數ニ當ラザルトキハ無竅根數トナルベキハ疑フ所ナシ

第百九十八條　衆乘子ノ乘積ヲ某羃數ニ騰乘スルノ法ハ其各乘子ヲ所要ノ羃數ニ騰乘スルナリ是レ已ニ第百八十一條ニ見ヘタリ今此法ヲ還原シテ衆乘子ノ乘積ノ根數ヲ求ルノ法ハ其各乘子ノ根數ヲ求ムベキヲ知ル設令ハ$\sqrt[n]{(abc\cdots l)}=\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}\sqrt[n]{c}\cdots\sqrt[n]{l}$ナリ若シ又分指數ニテ之ヲ顯セバ$(abc\cdots l)^{\frac{1}{n}}=a^{\frac{1}{n}}b^{\frac{1}{n}}c^{\frac{1}{n}}\cdots l^{\frac{1}{n}}$此ノ如シ

是故ニ衆乘子ノ連乘積ノn乘根ハ其各乘子ノn乘根ノ連乘積ニ等シ

第百九十九條　根數ニ一定ノ性質アリテ乘方ノ正負ノ法ト相關ス今之ヲ左ニ示サントス

第一　奇次ノ根數ハ總テ實數ニシテ本量ト同號ナリ

論　第百八十三條ニ於テ正數ノ奇次ノ羃數ハ正數ニシテ負數ノ奇次ノ羃數ハ負數ナルヿヲ論ズ此ニ由テ此定質ヲ證明ス

第二　正數ノ偶次ノ根數ハ實數ニシテ正負兩號ヲ帶ブ

論　第八十二條ニ於テ本式ノ正負ヲ論セズ偶次ノ羃數ハ恒ニ正數ナルヿヲ論ズ此ニ由テ此定質ヲ

證明ス

第三 負數ノ偶次ノ根數ハ虚數ナリ

論 本式ノ正負ヲ論セズ偶次ノ羃ニ負數ナシ此ニ由テ此定質ヲ證明ス

第二習熟 前ニ論スル所ニ由テ一項式ノ根數ヲ求ムルノ法則ヲ定ム乃左ノ如シ

法則一 本式ノ指數ノ所要根ヲ求メテ所要根ノ指數トス

法則二 所要根ノ次數ヲ以テ本式ノ各因子ノ乘冪數ヲ除スベシ

法則三 偶次ノ根數ニ正負雙號ヲ記スベシ又負數ノ奇次ノ根數ニ負號ヲ記スベシ

備考一 一因子ノ所要根若シ無窮根數トナレバ分指數ヲ以テ之ヲ顯スベシ或ハ根數號ヲ以テ之ヲ顯スモ可ナリ

備考二 分數式ノ根數ヲ求ムルノ法ハ分母子ノ根數ヲ求ムナリ

一項式開方問題

第一 $49a^2x^4$ ノ平方根ヲ開ケ　第二 $25c^{10}b^2$ ノ平方根ヲ開ケ

第三 $144c^2a^4x^2y^2$ ノ平方根ヲ開ケ　第四 $125a^3$ ノ立方根ヲ開ケ

第五 $-64x^3$ ノ立方根ヲ開ケ　第六 $-216a^3y^3$ ノ立方根ヲ開ケ

第七 $729a^6x^{12}$ ノ立方根ヲ開ケ　第八 $256a^4x^8$ ノ四乘根ヲ開ケ

第九 $16a$ ノ四乘根ヲ開ケ　第十 $27a^3x$ ノ立方根ヲ開ケ

第十一 $-32x^{10}y^5$ ノ五乘根ヲ開ケ　第十二 $a^{3n}b^m$ ノ n 乘根ヲ開ケ

第十三 $81a^{-2}b^2$ ノ平方根ヲ開ケ　第十四 $-216a^{-6}b^{-3}$ ノ立方根ヲ開ケ

第十五 $243a^{-5}b^{-10}$ ノ五乘根ヲ開ケ　第十六 $a^{mn}y^{m^2}$ ノ m 乘根ヲ開ケ

第十七 $x^{n^2}y^{n^3}z^{n^4}$ ノ n 乘根ヲ開ケ　第十八 $\frac{4a^2x^4}{9a^2}$ ノ平方根ヲ開ケ

第十九 $\frac{125a^3b^6}{8x^6y^{12}}$ ノ立方根ヲ開ケ　第二十 $\frac{200a^7}{128a}$ ノ平方根ヲ開ケ

第二十一 $\frac{a^nx^{2n}}{c^{3n}y^n}$ ノ n 乘根ヲ開ケ　第二十二 $\frac{a^3}{bc}$ ノ n 乘根ヲ開ケ

第二十三 a^{3m^2} ノ $3m$ 乘根ヲ開ケ

第二十四 $-a^{4n+2}$ ノ $2n+1$ 乘根ヲ開ケ但シ n ハ整數ヲ顯ス

第二十五 a^{1-n^2} ノ $n+1$ 乘根ヲ開ケ

第二十六 $-a^{4m^2-1}b^{2m-1}$ ノ $2m-1$ 乘根ヲ開ケ但シ m ハ整數ヲ顯ス

第二十七 $\frac{a^{4p+2q}}{a^{4p^2-q^2}}$ ノ $2p+q$ 乘根ヲ開ケ

第二十八 $-\frac{z^{4m^2-9}}{x^{2m+3}y^{4m+6}}$ ノ $2m+3$ 乘根ヲ開ケ但シ m ハ整數ヲ顯ス

第二十九 $(a-x)^2y^4$ ノ平方根ヲ開ケ　第三十 $(x-1)^6(x+1)^3$ ノ立方根ヲ開ケ

第三十一 $x^2y^4(x-y)^2$ ノ平方根ヲ開ケ　第三十二 $(a^2+1)^{-3m}(x-1)^{6m}$ ノ $3m$ 乘根ヲ開ケ

第三十三 $(x^n+y^n)^{3n^2}$ ノ n 乘根ヲ開ケ　第三十四 $\frac{(a+b)^{-2mn^2}}{(a^2+b^2)^{n^2m}}$ ノ mn 乘根ヲ開ケ

第三十五　$\dfrac{a^{m+1}(a+b)^{m-1}}{(x+y)^{m+1}}$ ノ $m+1$ 乗根ヲ開ケ

多項式開平方

第二百一條　多項式ノ平方根ヲ求ルノ法ヲ定メンガタメニ二項式 $a+b$ ノ平方ノ形状ヲ考フ二項式 $a+b$ ノ平方詳式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ニ於テ末ノ二項ヲ括レバ $(2a+b)b$ ヲ得當ニ於テ乗方ノ法ヲ還顧シテ此平方式ヨリ根數 $a+b$ ヲ求メ得ベキ法ヲ考フ

$$
\begin{array}{lll}
\text{商} & & a+b \\
\text{實} & a^2+2ab+b^2 & \\
 & a^2 & \\
\text{方}\quad 2a+b & 2ab+b^2 & \\
 & 2ab+b^2 &
\end{array}
$$

先ヅ商實方ノ三行ヲ設ケ冪數ヲ實ノ行ニ置キ根數ヲ商ノ行ニ置ク初メ實ノ首項 a^2 ヲ平方ニ開キ根數ノ首項 a ヲ求メ之ヲ初商トス然ル後チ a^2 ヲ實ヨリ減シ餘數 $2ab+b^2$ 即チ $(2a+b)b$ ヲ得今 $2a$ ヲ泛方法トシテ方ノ行ニ置キ之ヲ以テ實ノ餘數ヲ除スレバ除商 b ヲ得之ヲ次商トシ又之ヲ泛方法ノ後ニ置テ $2a+b$ トシ之ヲ方法トス次商 b ヲ以テ方法ニ乗シ所得ノ乗積ヲ實ノ餘數ヨリ減ズレバ即チ實盡テ空トナル此法ヲ重ヌル片ハ二乗篇ニ相當スル多項式ノ根ヲ發見スルコヲ得

今又多項式開平方ノ法ヲ公法ヲ以テ定メンガタメ多項式ヲ $a+b+c+\dots$ トセバ前百八十九條ニ由テ此式ノ平方ハ各項ノ平方ニ其各項ト次ノ諸項トノ相乗積ニ倍ヲ加ヘタル總數ナルヲ知ル此ニ由テ此多項式ノ平方詳式ハ $a^2+2ab+2ac+2ad+\dots+b^2+2bc+2bd+\dots+c^2+2cd+\dots+d^2+\dots$ ナリ根數 $a+b+c+d+\dots$ 若シ一元ノ昇降冪ノ順次ニ排列セバ其平方詳式亦同元ノ昇降冪ノ順次ニ排列スルコ明ナリ

$$
\begin{array}{ll}
\text{商} & a+b+c+d+\dots\dots\text{要者} \\
\text{實} & a^2+2ab+2ac+2ad+\dots\dots+b^2+2bc+2bd+\dots\dots+c^2+2cd+\dots\dots+d^2+\dots\dots \\
 & a^2 \\
\text{方}\quad 2a+b & 2ab+2ac+2ad+\dots\dots+b^2+2bc+2bd+\dots\dots+c^2+2cd+\dots\dots+d^2+\dots\dots \\
 & 2ab \qquad\qquad\qquad\quad +b^2 \\
2a+2b+c & 2ac+2ad+\dots\dots+2bc+2bd+\dots\dots+c^2+2cd+\dots\dots+d^2+\dots\dots \\
 & 2ac \qquad\qquad\qquad\quad +2bc \qquad\qquad +c^2 \\
2a+2b+2c+d & 2ad+\dots\dots+2bd+\dots\dots+2cd+\dots\dots+d^2+\dots\dots \\
 & 2ad \qquad\qquad +2bd \qquad\qquad +2cd \qquad\qquad +d^2 \\
 & \dots\dots \qquad \dots\dots \qquad \dots\dots \qquad \dots\dots
\end{array}
$$

前例ノ如ク商實方ノ三行ヲ設ケ冪數ヲ實ノ行ニ並ブベシ先ヅ初商 a ヲ發見シ其平方 a^2 ヲ實ヨリ減ズ然ル後チ $2a$ ヲ泛方法トシ之ヲ以テ實ノ餘數ノ首項ヲ除シテ除商 b ヲ得之ヲ次商トシ又之ヲ泛方法ノ第二項トナシ所得ノ式ヲ方法トス又 b ヲ以テ方法ニ乗シ所得ノ乗積ヲ實ノ餘數ヨリ減ズ然ル後チ $2a+2b$ ヲ泛方法トシテ曾ニ b ヲ發見セシガ如ク同法ヲ施シテ c ヲ發見ス以下此ノ如シ今此運算ニ於テ每次減スル所ノ式ヲ列スレバ斜ニ a^2 $2ab$ $2ac$ $2ad$ 等アリ又 b^2 $2bc$ $2bd$ 等アリ又 c^2 $2cd$ 等アリ

又 c^2 等アリ是故ニ此減式ヲ乗ズレバ根数ノ各項ノ平方ト其各項ニ次ノ諸項ヲ乗シタル乗積二倍トノ和トナル是故ニ多項式ノ二乗冪ヲ還原スルコヲ得タリ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　箇實方ノ三行ヲ設ケ冪数ヲ一元ノ昇降冪ノ順ニ排列シテ實ノ行ニ置キ其首項ノ平方根ヲ求メテ之ヲ初商トス

法則二　初商ノ平方ヲ實ヨリ減ジ所得ノ餘数ヲ第二實トナス

法則三　初商二倍ヲ泛方法トシテ方ノ行ニ置キ之ヲ以テ實ノ首項ヲ除シ得商ヲ次商トシ之ヲ泛方法ニ加ヘテ所得ノ和ヲ方法トス

法則四　次商ヲ以テ方法ニ乗ジ所得ノ乗積ヲ第二實ヨリ減ジ所得ノ餘数ヲ第三實トシテ前回法ヲ循ス

備考　開方ノ正負ノ法則ニ從ヘバ平方根ノ各項ノ正負一變スルモ猶ホ根数タルベシ

多項式開平方問題

左ノ諸式ノ平方根ヲ開ケ

第一　$a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2$.

第二　$a^4-6a^2b+4a^2+9b^2-12b+4$.

第三　$x^6+4x^5+2x^4-2x^3+5x^2-2x+1$.

第四　$1-2a+3a^2-4a^3+3a^4-2a^5+a^6$.

第五　$4a^6b^2-12a^5b^3+8a^4b^4+9a^4b^4-12a^3b^5+4a^2b^6$.

第六　$9x^6-30x^5y+x^4y^2+76x^3y^3-44x^2y^4-48xy^5+36y^6$.

第七　$a^4-6a^2bc+4a^2cd-2a^2d^2+9b^2c^2-12bc^2d+6bcd^2+4c^2d^2-4cd^3+d^4$.

第八　$a^4-a^3b+\frac{3a^2b^2}{4}-\frac{ab^3}{4}+\frac{b^4}{16}$.

第九　$x^2+\frac{a^2}{9}+\frac{b^2}{4}+\frac{2}{3}ax-\frac{1}{3}ab-bx$.

第十　$\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+\frac{2a}{b}+\frac{2b}{a}+3$.

第十一　$\frac{x^2}{y^2}\left(\frac{x^2}{4y^2}+1\right)+\frac{4y^2}{x^2}\left(\frac{y^2}{x^2}+1\right)+3$.

第十二　$x^4-x^3+\frac{x^2}{4}+4x-2+\frac{4}{x^2}$.

第十三　$\frac{a^4}{4}+\frac{a^3}{x}+\frac{a^2}{x^2}-ax-2+\frac{x^2}{a^2}$.

第十四　$x^8-6x^5+11x^2-6x^{-1}+x^{-4}$.

第十五　$a^2b^{-2}-10ab^{-1}+27-10a^{-1}b+a^{-2}b^2$.

第十六　$(x+x^{-1})^2-4(x-x^{-1})$.

第十七　$a^{4m}+6a^{3m}c^n+11a^{2m}c^{2n}+6a^mc^{3n}+c^{4n}$.

第十八　$9a^{2m}+6a^{3m+1}+25c^{2n-4}-30a^mc^{n-2}+a^{4m+2}-10a^{2m+1}c^{n-2}$.

多項式開立方

第二百一條　二項式立方冪式ノ各項ノ關係ヲ考究シテ開平方ノ算法ト相類スル算法ニテ多項式ノ立方根ヲ求ル法則ヲ定ルコヲ得

二項式 $a+b$ ノ三乗冪ハ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ ナリ由テ乗方ヲ還原シテ此冪数ヨリ此根数ヲ求ムルノ法ヲ考究セントス

第一　根数ノ首項ヲ求ルノ法ハ此冪数ノ首項ノ立方根ヲ求ルニアリ即チ $\sqrt[3]{(a^3)}=a$ 此ノ如シ

第二　根数ノ第二項ヲ求ルノ法ハ根数ノ首項ノ平方三倍ヲ以テ此冪数ノ第二項ヲ除スルニアリ即チ $3a^2b\div3a^2=b$ 此ノ如シ

第三　羃數ノ第二項以下三項ヲ括テ $(3a^2+3ab+b^2)b$ 即チ $\{3a^2+(3a+b)b\}b$ トナスコトヲ得ベシ $3a^2$ ヲ從方法トシ之ニ $3ab+b^2$ 即チ $(3a+b)b$ ヲ加フレバ方法ヲ得ベキナリ之ニ b ヲ乘ズレバ羃數ノ末ノ三項ヲ得ルナリ

是故ニ立方羃 $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ ヨリ根數 $a+b$ ヲ求ルノ法左ノ如シ

廉	方	實	商
		$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	$a+b$
	$3a^2$	a^3	
$3a+b$	$3ab+b^2$	$3a^2b+3ab^2+b^3$	
	$3a^2+3ab+b^2$	$3a^2b+3ab^2+b^3$	

解　先ヅ商實方廉ノ四行ヲ設ケ羃數ヲ實ノ行ニ置テ一元ノ昇降羃ノ順ニ諸項ヲ排列シ根數ノ首項 a ヲ求メ之ヲ初商トシ其立方羃ヲ實ヨリ減シテ餘數 $3a^2b+3ab^2+b^3$ ヲ得 $3a^2$ ヲ從方法トシ之ヲ以テ餘數ノ首項ヲ除シテ根數第二項 b ヲ得之ヲ次商トス又 $3a+b$ ヲ作テ之ヲ廉法トシテ廉ノ行ニ置キ之ニ次商 b ヲ乘ジテ $3ab+b^2$ ヲ得之ヲ從方法ニ加ヘテ $3a^2+3ab+b^2$ ヲ得之ヲ方法トス之ニ次商 b ヲ乘ジテ所得ノ乘積ヲ實ヨリ減ズレバ實適ナ空トナル

第二百二節　前ノ開法ニ用フル所ノ各種ノ式ヲ得ルコト左ニ揭グ

從方法　$3a^2$
廉法　$3a+b$
從方法ノ補數　$3ab+b^2$　(a)
方法　$3a^2+3ab+b^2$

第二百三節　又根數ヲ $a+b+c$ トシ $a+b=a'$ トセバ $a+b+c=a'+c$ ニシテ $(a'+c)^3=a'^3+3a'^2c+3a'c^2+c^3$ ナリ若シ前例ノ如ク開法ヲ施セバ $a+b$ 即チ a' ヲ得ベシ然ル後チ此立方ヲ羃數ヨリ減ゼバ $3a'^2c+3a'c^2+c^3$ ヲ得此式括テ $(3a'^2+3a'c+c^2)c$ 即チ $\{3a'^2+(3a'+c)c\}c$ トナスベシ此ニ由テ $3a'^2$ ハ c ヲ求ルトキノ從方法ニシテ $(3a'+c)c$ ハ補數ナルヲ知ル

又 $3a'^2$ 即チ $3(a+b)^2$ ハ乘法ニ依テ求メ得ベシト雖ドモ開方中既ニ用フル所ノ三式ヲ合セテ之ヲ求ルトキハ更ニ便ナリ其故左ノ如シ

前求ノ方法　$3a^2+3ab+b^2$
補數　$3ab+b^2$　(b)
次商羃　b^2

$$3a'^2=3(a+b)^2=3a^2+6ab+3b^2$$

設令バ $a^6+3a^5-3a^4-11a^3+6a^2+12a-8$ ノ立方根ヲ求ルノ法左ノ如シ

廉	方	實	商
	$3x^4$	$x^6+3x^5-3x^4-11x^3+6x^2+12x-8$	x^2+x-2
$3x^2+x$	$3x^3+x^2$	x^6	
	$\underbrace{3x^4+3x^3+x^2}$	$3x^5-3x^4-11x^3+6x^2+12x-8$	
	x^2	$3x^5+3x^4+x^3$	
	$3x^4+6x^3+3x^2$	$-6x^4-12x^3+6x^2+12x-8$	
$3x^2+3x-2$	$-6x^2-6x+4$	$-6x^4-12x^3+6x^2+12x-8$	
	$3x^4+6x^3-3x^2-6x+4$		

得　先ヅ商實方廉ノ四行ヲ設ケ冪數ヲ實ノ行ニ置テ其ノ降冪ノ順ニ諸項ヲ排列スルヿ前例ノ如シ初商x^2ト第一次ノ餘數 $3x^5-3x^4-11x^3+6x^2+12x-8$ ト從方法$3x^4$ト次商xトヲ求ムル迄ニ於テ(a)號ノ式ニ由テ初商三段ニ次商ヲ加ヘテ廉法 $3x^2+x$ ヲ求ム此ニ由テ稍數 $(3x^2+x)x$ 即チ $3x^3+x^2$ ヲ得又方法 $3x^4+3x^3+x^2$ ヲ得又實ヨリ減ズベキ乘積 $(3x^4+3x^3+x^2)x$ 即チ $3x^5+3x^4+x^3$ ヲ得由テ餘數 $-6x^4-12x^3+6x^2+12x-8$ ヲ得次ニ又(b)號ノ式ニ由テ第二次ノ從方法ヲ求レバ $(3x^4+3x^3+x^2)+(3x^3+x^2)+x^2$ 即チ $3x^4+6x^3+3x^2$ ヲ得之ヲ以テ實ヲ除シテ第三商-2ヲ得又第二次ノ廉法ヲ求レバ $3x^2+3x-2$ ヲ得其法前次ノ廉法 $3x^2+x$ ノ第二項ヲ三倍シ其末ニ-2ヲ配附スルナリ然ル後チ又前ノ如ク稍數ト方法トヲ求メテ方法ト第三商トノ乘積ヲ求メ之ヲ實ヨリ減スレバ實盡テ空トナル假令ヒ根數三項以上ナルモ前數項ノ其次項ニ於ル關係ハ猶ホ首項ノ次項ニ於ルガ如ク遂ハ首次兩項ノ第三項ニ於ルガ如ク皆同一ナリ

第二百四條　前ノ論ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　商實方廉ノ四行ヲ設ケ冪數ヲ實ノ行ニ置キ一元ノ昇降冪ノ順ニ諸項ヲ排列シ其首項ノ立方根ヲ求メテ初商トス初商ノ三乘冪ヲ實ヨリ減ジ所得ノ餘數ヲ第二實トナス

法則二　初商ノ平方三段ヲ從方法トシテ方ノ行ニ置キ之ヲ以テ第二實ノ首項ヲ除シテ第二商トナス

法則三　初商三段ノ末ニ第二商ヲ加ヘテ廉法トシ之ヲ廉ノ行ニ置キ之ニ第二商ヲ乘ジテ稍數トシ之ヲ從方法ニ加ヘテ方法トナス

法則四　第二商ヲ方法ニ乘ジ所得ノ乘積ヲ第二實ヨリ減ジ所得ノ餘數ヲ第三實トナス

法則五　方法ト稍數ト第二商ノ平方ト共ニ三式ヲ合シテ第二從方法トナス之ヲ以テ實ヲ除シテ第三商トナス

法則六　廉法ノ尾項ヲ三倍シ其末ニ第三商ヲ加ヘテ第二廉法トシ前ノ如ク同法ヲ行フ

多項式開立方問題

左ノ諸式ノ立方根ヲ開ケ

第一　$27a^3+108a^2+144a+64$.

第二　$x^6+6x^5-40x^3+96x-64$.

第三　$8x^6-36x^5+66x^4-63x^3+33x^2-9x+1$.

第四　$a^6+9a^5b+24a^4b^2+9a^3b^3-24a^2b^4+9ab^5-b^6$.

第五　$8a^6+48a^5c+60a^4c^2-80a^3c^3-90a^2c^4+108ac^5-27c^6$.

第六　$a^9-6a^8+27a^7-74a^6+159a^5-234a^4+257a^3-174a^2+60a-8$.

第七　$x^9-3x^8+6x^7-10x^6+12x^5-12x^4+10x^3-6x^2+3x-1$.

第八　$x^9+6x^8-64x^6-96x^5+192x^4+512x^3-768x-512$.

第九　$8a^3-12a^2b+36a^2bc+6ab^2-36ab^2c-b^3+54ab^2c^2+9b^3c-27b^3c^2+27b^3c^3$.

第十　$x^6-12x^5+\frac{195}{4}x^4-70x^3+\frac{195}{16}x^2-\frac{3}{4}x+\frac{1}{64}$.

○根數式ヲ論ス

第二百五條　根數式トハ根數號或ハ分指數ヲ以テ顯ス所ノ根數ヲ云フナリ設令バ　$3\sqrt{a}$, $\sqrt[3]{(a-b)}$, $(a+b)^{\frac{1}{2}}$, $m\sqrt[4]{(x^2-y^2)}$ 此ノ如シ但シ根數式ノ值ハ無窮根數ナルコアリ或ハ常數ナルコアリト知ルベシ

根數式ノ根數分ノ前ニ在ル常數ヲ段數ト云フ設令バ前例ニテ3　1　m　等ハ皆段數ナリ

第二百六條　根數式ノ次數ハ開指數ヲ以テ顯シ或ハ分指數ノ分母ヲ以テ顯スベシ設令バ　$\sqrt{a}$, $(a-b)^{\frac{1}{2}}$ 此ノ如キ根數式ハ二次ナリ又　$\sqrt[3]{(a^2-y^2)}$, $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}$ 此ノ如キ根數式ハ三次ナリ又　$\sqrt[n]{(ax)}$, $(a+y)^{\frac{1}{n}}$ 此ノ如キ根數式ハ n 次ナリ

第二百七條　同類根數式トハ同次數ニシテ根數號ノ內ナル量同一ナル根數式ヲ云フナリ設令バ　$4\sqrt[3]{(a^2+b^2)}$, $-\sqrt[3]{(a^2+b^2)}$, $7(a^2+b^2)^{\frac{1}{3}}$ 此ノ如シ

根數式化法

第二百八條　根數式化法一

根數式ヲ最簡式ニ化スル法

根數式ノ次數ニ適合セシ羃數ヲ根數號ノ內ナル量ノ乘子ニ有セザルトキ最簡式ト云フ

設題一　$\sqrt{(48a^2x^3)}$, 上ノ根數式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

演算　第百九十八條ニ於テ一數ノ n 乘根ハ其各乘子ノ n 乘根ノ連乘積ニ等シキヲ見ル此ニ由テ左ノ如ク化ス

$\sqrt{(48a^2x^3)}=\sqrt{(16a^2x^2)}\times\sqrt{(3x)}=4ax\sqrt{(3x)}$.　答

然ルニ先ヅ根數號ノ內ナル量ヲ兩乘子ニ分チ其一乘子ヲ二乘羃トナシ然ル後チ前ニ論ズル所ノ開方ノ理ニ由テ兩根數式ノ相乘積トナスベシ然ルトキハ其一乘子 $\sqrt{(16a^2b^2)}$ ハ常數ニシテ他ノ一乘子 $\sqrt{(3a)}$ ハ無窮根數ナリ故ニ於テ常數分ヲ根數分ノ因數トナセバ最簡式ヲ得ルナリ

設題二　$3\sqrt[3]{(8x^4y^3-8x^3y^4)}$. 上ノ根數式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

演算　$3\sqrt[3]{(8x^4y^3-8x^3y^4)}=3\times\sqrt[3]{(8x^3y^3)}\times\sqrt[3]{(x-y)}=3\times2xy\times\sqrt[3]{(x-y)}=6xy\sqrt[3]{(x-y)}$. 答

此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　根數號ノ內ナル量ヲ兩乘子ニ分開シ其一乘子ヲ根數式ノ次數ニ適合スル羃數ニ作ルベシ

法則二　常數分ヲ原式ノ因數ニ乘シ所得ノ乘積ヲ根數分ノ因數トナスベシ

根數式化法一問題一

左ノ根數式ヲ最簡式ニ化スベシ

第一　$\sqrt{(75)}$.　第二　$\sqrt{(98a^3)}$.　第三　$\sqrt{(12x^3y)}$.

第四　$\sqrt[3]{(-54a^4)}$.　第五　$4\sqrt[3]{(108)}$.　第六　$\sqrt{(a^3-a^2x^2)}$.

第七　$-6\sqrt[3]{(-32a^5)}$.　第八　$3\sqrt{(28a^3x^5)}$.　第九　$\sqrt[3]{(a^4+a^3b^3)}$.

第十　$(a-y)\sqrt{(2x^3-4x^2y+2xy^2)}$.

第十一　$(a-b)\sqrt{(2a^3b+4a^2b^2+2ab^3)}$.

第十二　$5b(b^3-b^2)^{\frac{1}{2}}$.

第十三　$(2a^3b^2-3a^2b^3)^{\frac{1}{2}}$.

第十四　$\frac{a}{b}(a^3b^5+a^2b^3)^{\frac{1}{2}}$

第十五　$\sqrt[3]{(-a^4-a^3)}$.

第十六　$\frac{1}{n}(-a^3n^3-n^3)^{\frac{1}{3}}$.

第十七　$\sqrt{(8a^{2n}x^{4n})}$.

第十八　$-\sqrt[3]{(-a^{3m}c^{3n})}$.

第十九　$(2a^{m}y^{n}-3a^{2m}y^{2n})^{\frac{1}{m}}$.

第二十　$a^{-n}x(a^{2m}y^{2n}-a^{2m}y^{n})^{\frac{1}{n}}$.

第二十一　$a^{-n}\{a^{2m-1}(m^{2}-1)^{m+n}\}^{\frac{1}{m+n}}$.

第二十二　$\{(x+y)^{m}x^{p}(x-y)^{m+p}\}^{\frac{1}{m}}$.

第二十三　$-\{-(x^2-1)^{2n}(y^2-1)^{2n-1}\}^{\frac{1}{2n-1}}$. 但シ m ハ整數ヲ顯スモノトス

第二十四　$x^{n+1}\sqrt[n]{\{(1-x)^{2n-1}(x^2-1)\}}$. 但シ n ハ整數ヲ顯スモノトス

第二十五　$-x^{p+1}\sqrt[p]{\{(a-b)^{p-1}(b-a)^{2}\}}$. 但シ p ハ整數ヲ顯スモノトス

第二百九條　根數號ノ下ナル量若シ分數ナレバ之ヲ變換シテ其分母ヲ根數ノ次數ニ適合シタル羃數ニ化シ然ル後チ最簡式ニ化スレバ根數號ノ內ニ留リタル量整數ナリ然レドモ若シ初メ分數ヲ兩乘子ニ分開シ其一ヲ根數ノ次數ニ適合セシ羃數トナシ然ル後チ無窮根數ニノミ此化法ヲ下セバ更ニ便ナリ

根數式化法一問題二

第一　$\sqrt{\left(\frac{44}{75}\right)}$. 上ノ根數式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

演算　$\sqrt{\left(\frac{44}{75}\right)}=\sqrt{\left(\frac{4}{25}\times\frac{11}{3}\right)}=\sqrt{\left(\frac{4}{25}\times\frac{33}{9}\right)}=\sqrt{\left(\frac{4}{25}\times\frac{1}{9}\times33\right)}=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\sqrt{33}=\frac{2}{15}\sqrt{33}$. 答

第二 $\sqrt[3]{\frac{5}{72}}$. 上ノ根数式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

詳解 $\sqrt[3]{\frac{5}{72}}=\sqrt[3]{\left(\frac{15}{216}\right)}=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{216}\times15\right)}=\frac{1}{6}\sqrt[3]{15}$. 答

此二個ノ例ニ倣テ左ノ各式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第三 $\sqrt[3]{\left(\frac{135}{32}\right)}$. 第四 $\sqrt{\frac{25}{9}}$ 第五 $\sqrt{\frac{50}{147}}$. 第六 $2\sqrt{\frac{2a}{3}}$.

第七 $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{72}{245}}$ 第八 $\frac{a}{b}\sqrt{\left(\frac{a^2b}{bx^2}\right)}$ 第九 $\sqrt[n]{\left(-\frac{a^nb}{c^n}\right)}$. 第十 $\sqrt[n]{\left(\frac{x^n}{a^{n-1}}\right)}$.

第十一 $\sqrt{\left(\frac{a+1}{a^2x^2-a^2}\right)}$. 第十二 $b\sqrt{\left(\frac{a^2x^2+a^2b^2}{a^2b-a^2b^2}\right)}$.

第十三 $(a-y)\sqrt[n]{\left(\frac{x^{n+1}}{(a-y)^{n-1}}\right)}$. 第十四 $\sqrt[n+1]{\left(\frac{x^{n-1}}{(a^n+b^n)^n}\right)}$.

第十五 $\left(\frac{b^{m+n}}{a^m}\right)^{\frac{1}{m+n}}$. 第十六 $(a-b)\left(\frac{1}{a^2-a^2b}\right)^{\frac{1}{2}}$.

根数式化法二

第二百十條 常数ヲ化シテ根数式トナシ或ハ根数式ノ段数ヲ根数號ノ内ニ容ル丶法

乗方ト開方トハ對換ノ法ナルガ故ニ $a=\sqrt{(a^2)}=\sqrt[3]{(a^3)}=\sqrt[4]{(a^4)}$ トナスコヲ得此ニ由テ又

$a\sqrt{b}=\sqrt{(a^2)}\times\sqrt{b}=\sqrt{(a^2b)}$ ヲ得ルナリ是故ニ左ノ法則ヲ定ム

法則一 常数ヲ根数式ニ化スルノ法

所要根ノ次數ノ如ク常数ヲ累乗シ所得ノ冪數ヲ所要根ノ根數號ノ内ニ置クベシ

法則二 根数式ノ段数ヲ根数號ノ内ニ容ル丶法

根数式ノ次數ノ如ク段数ヲ累乗シ所得ノ冪数ト根数號ノ内ナル量ト相乗スベシ

根数式化法二問題

第一 ab^2. 上式ヲ二次ノ根数式ニ化スベシ

第二 $5x^2y^3$. 上式ヲ三次ノ根数式ニ化スベシ

第三 $a-x$. 上式ヲ四次ノ根数式ニ化スベシ

左ノ各式ノ段数ヲ根数號ノ内ニ容ル丶ハ如何

第四 $4x\sqrt{(2xy)}$. 第五 $3x^2y^2\sqrt{(x-y)}$.

第六 $(a-2b)\sqrt{(2a)}$. 第七 $\frac{a}{c}\left(\frac{c}{a}-\frac{a}{c}\right)^{\frac{1}{2}}$.

第八 $x\left(\frac{1}{x}-\frac{a}{x^2}+\frac{a^2}{x^3}-\frac{a^3}{x^4}\right)^{\frac{1}{2}}$. 第九 $(a-b)\sqrt[m]{\left(\frac{a+b}{(a-b)^m}\right)}$.

第十 $a^2\sqrt{(a^{n-1})}$. 第十一 $ab\sqrt[3]{(a^{-3}b^{-3})}$.

第十二 $(x+a)^n\sqrt[m]{\{(x-a)^{-m}(x+a)^{-n}\}}$. 第十三 $(x^2-1)^{-\frac{1}{2}}\sqrt{\{(x^2-1)^{p+1}\}}$.

第十四 $(x+a)^p\{(x-a)^{p-q}(x+a)^{q-p}\}^{\frac{1}{q}}$.

第十五　$\frac{1}{2}(a-1)^{\frac{1}{2}}-(a+1)(a-1)^{-\frac{1}{2}}$，但シ$n$ハ整數ヲ顯スモノトス

根數式化法二

第二百十一條　不同次號ナル根數式ヲ同次號ニ化スル法

整數pナトセバ$a^{\frac{m}{n}}=a^{\frac{mp}{np}}$ナルコヲ左ニ証明セントス

論　$a^{\frac{m}{n}}=x$......[一]トシ之ヲn乗セバ$a^m=x^n$......[二]トナル之ヲp乗セバ$a^{mp}=x^{np}$......[三]トナル之ヲnp乗方ニ開ケバ$a^{\frac{mp}{np}}=x$......[四]トナル此ニ於テ[一][四]兩式ノxノ値ヲ比較セバ$a^{\frac{m}{n}}=a^{\frac{mp}{np}}$ヲ得此ニ由テ左ノ定理アリ

第一　分指數ノ母子ニ同數ヲ乗ズルモ根數式ノ値變ズルコナシ

又第百九十四條ニ由テ$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$ヲ得故ニ$a^{\frac{mp}{np}}=\sqrt[np]{(a^{mp})}$トナル此ニ由テ左ノ定理アリ

第二　根數式ノ開指數ト根數號ノ内ナル量ノ羃指數トニ同數ヲ乗ズルモ根數式ノ値變ズルコナシ又根數式ノ開指數ト根數號ノ内ナル量ノ羃指數トヲ同數ニテ除スルモ根數式ノ値變ズルコナシ

設題一　$(ab)^{\frac{1}{2}}$，$(a^2b)^{\frac{1}{3}}$，上ノ兩式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

運算

$$\left.\begin{array}{l}(ab)^{\frac{1}{2}}=(ab)^{\frac{3}{6}}=(a^3b^3)^{\frac{1}{6}},\\(a^2b)^{\frac{1}{3}}=(a^2b)^{\frac{2}{6}}=(a^4b^2)^{\frac{1}{6}}.\end{array}\right\}\text{答}$$

設題二　$\sqrt[4]{(a^2b)}$，$\sqrt[6]{(a^3b^2)}$，上ノ兩式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

運算

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt[4]{(a^2b)}=\sqrt[12]{(a^6b^3)},\\\sqrt[6]{(a^3b^2)}=\sqrt[12]{(a^6b^4)}.\end{array}\right\}\text{答}$$

此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　分指數ヲ具スル根數式ヲ化スル法

分指數ヲ最小通分母ヲ具スル分數トナシ然ル後チ新指數ノ分子ニ從テ各式ヲ羃乗シ所得ノ羃數ニ適分母ノ個數ヲ指數トシテ附帶スベシ

法則二　根數號ヲ具スル根數式ヲ化スル法

開指數ノ最小公倍數ヲ所要ノ通指數トナシ各式ノ原指數ニテ此新指數ヲ除シ所得ノ商ヲ羃方ノ次數トシテ根數號ノ内ナル量ヲ各々羃乗スベシ

根數式化法三問題

第一　$a^{\frac{1}{2}}$，$(2a)^{\frac{1}{3}}$，$(a^2c)^{\frac{1}{4}}$，上ノ三式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第二　$(3a^2x)^{\frac{1}{2}}$，$(2ax)^{\frac{1}{3}}$，$(5a^3x^2)^{\frac{1}{4}}$，上ノ三式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第三　$(a-b)^{\frac{1}{2}}$，$(a+b)^{\frac{1}{3}}$，上ノ兩式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第四　$a^{\frac{1}{2}}\sqrt{(ax)}$，$\sqrt[3]{(ax^2)}$，$\sqrt[4]{(3ax^3)}$，上ノ四式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第五　$\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{3}$，$\sqrt[4]{2}$，上ノ三式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第六　$a^{\frac{1}{2}}$，$\sqrt{(ax)}$，$\sqrt[3]{(2ax^2)}$，$\sqrt[4]{(4a^2x^3)}$，上ノ四式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第七　$\sqrt{(a-y)}$，$\sqrt[3]{(a+y)}$，$\sqrt[4]{(a^2-y^2)}$，上ノ三式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第八　$\sqrt{(ax)}$，$\sqrt[3]{(a^2x)}$，$\sqrt[4]{(ax^3)}$，上ノ三式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第九　$\sqrt[3]{(ab^{-1})}$，$\sqrt{(a^{-1}b)}$，$\sqrt[4]{(a^{-1}b^{-1})}$，上ノ三式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第十　$\sqrt[3]{(a^{-1})},\ \sqrt[4]{(b^{-2})},\ \sqrt[n]{(c^{n-1})}$.　上ノ三式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第十一　$(ax)^{\frac{1}{n-1}},\ (by)^{\frac{1}{n+1}},\ (cz)^{\frac{1}{n^2-1}}$.　上ノ三式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第十二　$(a+b)^{\frac{1}{m+n}},\ (a-b)^{\frac{1}{m-n}},\ (a^2+b^2)^{\frac{1}{m^2-n^2}}$.　上ノ三式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

第十三　$\left(\frac{x^n}{a^m}\right)^{\frac{1}{n}},\ \left(\frac{a^m}{b^n}\right)^{\frac{1}{m}},\ \left(\frac{x^n}{a^n}\right)^{\frac{1}{mn}}$.　上ノ三式ヲ同次號ナル根數式ニ化スレバ如何

根數式加法

第二百十二條　合計セント欲スル根數式若シ皆同類ナレバ通有ナル根數分ヲ加法ノ數基トナシ得ベシ由テ所得ノ合計亦一箇ノ根數式ニシテ其係數ハ原根數式ノ係數ノ和ナリ

根數式同類ナラザルガ如ク見ユルト雖モ之ヲ最簡式ニ化スル片或ハ同類ノ式トナルコトアリ

設題一　$7\sqrt{(ac)},\ 3\sqrt{(ac)},\ 5\sqrt{(ac)}$.　上三式ノ和ヲ問フ

運算　$7\sqrt{(ac)}+3\sqrt{(ac)}+5\sqrt{(ac)}=(7+3+5)\sqrt{(ac)}=15\sqrt{(ac)}$.　答

設題二　$\sqrt[3]{(8a^5c)},\ \sqrt[3]{(27a^5c)},\ \sqrt[3]{(64a^5c)}$.　上三式ノ和ヲ問フ

運算　$\sqrt[3]{(8a^5c)}+\sqrt[3]{(27a^5c)}+\sqrt[3]{(64a^5c)}=2a\sqrt[3]{(a^2c)}+3a\sqrt[3]{(a^2c)}+4a\sqrt[3]{(a^2c)}=$

$(2a+3a+4a)\sqrt[3]{(a^2c)}=9a\sqrt[3]{(a^2c)}$.　答

根數式同類ナラザレバ只其符號ヲ以テ所得ノ和ヲ顯スニ過ギズ故ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　各根數式ヲ最簡式ニ化スベシ

法則二　所得ノ根數式若シ同類ナレバ其係數ヲ合計シ所得ノ和ニ通有ナル根數分ヲ添附スベシ若シ

又所得ノ根數式同類ナラザル片ハ相當ナル符號ヲ以テ兩式ヲ連合スベシ

根數式加法問題

第一　$\sqrt{(16a^2x)},\ \sqrt{(4a^2x)}$.　上兩式ノ和ヲ問フ

第二　$\sqrt{(32)},\ \sqrt{(72)},\ \sqrt{(128)}$.　上三式ノ和ヲ問フ

第三　$\sqrt[3]{(40)},\ \sqrt[3]{(135)},\ \sqrt[3]{(625)}$.　上三式ノ和ヲ問フ

第四　$\sqrt[3]{(108)},\ 9\sqrt[3]{4},\ \sqrt[3]{(1372)}$.　上三式ノ和ヲ問フ

第五　$\sqrt{\frac{1}{2}},\ \sqrt{\frac{2}{9}},\ \sqrt{\frac{1}{18}}$.　上三式ノ和ヲ問フ

第六　$\sqrt[3]{\frac{81}{8}},\ \sqrt[3]{\frac{81}{64}},\ \sqrt[3]{\frac{375}{216}}$.　上三式ノ和ヲ問フ

第七　$\frac{3}{5}\sqrt{\frac{2}{3}},\ \frac{3}{4}\sqrt{\frac{25}{6}},\ \frac{7}{8}\sqrt{\frac{96}{25}}$.　上三式ノ和ヲ問フ

第八　$3\sqrt{(a^2bx^3)},\ ax\sqrt{(4bx)},\ \sqrt{(25a^2bx^3)}$.　上三式ノ和ヲ問フ

第九　$2a\sqrt{(c^2x-c^2y)},\ 3c\sqrt{(a^2x-a^2y)},\ 5\sqrt{(a^2c^2x-a^2c^2y)}$.　上三式ノ和ヲ問フ

第十　$\sqrt[3]{(a^{3n+1})},\ a\sqrt[3]{(a^{3n+1})},\ a^n\sqrt[3]{a}$.　上三式ノ和ヲ問フ

第十一　$2b\sqrt[3]{(a^{-2}b)},\ a^2\sqrt[3]{(a^{-5}b^4)},\ \frac{a}{b}\sqrt[3]{(a^{-5}b^4)},\ \frac{a^2}{b}\sqrt[3]{(a^{-8}b^7)}$.　上四式ノ和ヲ問フ

第十二　$\sqrt{(20a^2m-20acm+5c^2m)},\ \sqrt{(20a^2m-60acm+45c^2m)}$.　上兩式ノ和ヲ問フ

第十三 $3\sqrt[3]{(a^{-7})},\ \sqrt[3]{(ax^3)},\ 2\sqrt[3]{(ax^3)}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第十四 $\sqrt[n]{(2a^{-n})},\ \sqrt[n]{(2^{n+1}x^{n+1})},\ \sqrt[n]{(2^{n+1}x^{n+1})}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第十五 $c\sqrt[3]{a^3},\ \sqrt[3]{(a^3c^n)},\ 2\sqrt[3]{(a^{n+3})},\ \sqrt[3]{(a^{3n})}$. 上四式ノ和ヲ問フ

第十六 $5a(a^2-d^2)^{\frac{1}{2}},\ 2d(a^2d-a^2c)^{\frac{1}{2}}$. 上兩式ノ和ヲ問フ

第十七 $\sqrt{\left\{\frac{a(a-b)}{a+b}\right\}},\ \sqrt{\left\{\frac{b^2(a+b)}{a-b}\right\}},\ (a^2-3b^2)\sqrt{\left\{\frac{1}{a^2-b^2}\right\}}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第十八 $\sqrt{\{(1+a)^{-1}\}},\ \sqrt{\{a(1+a)^{-1}\}},\ a\sqrt{\{(1+a)(1-a)^{-1}\}}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第十九 $\sqrt[n]{\{(a-1)(a+1)^{1-n}\}},\ \sqrt[n]{\{(a+1)(a-1)^{1-n}\}},\ \sqrt[n]{\{-2^n(1-a)^{1-n}\}}$. 上三式ノ和ヲ問フ

第二十 $\frac{1}{a+1}\sqrt[n]{\{a^n(a-1)\}},\ 2(a-a)\sqrt[n]{\{(a-1)^{1-n}(a+1)^{-n}\}},\ \sqrt[n]{\{(a-1)^{1-n}\}}$. 上三式ノ和ヲ問フ

根數式減法

第二百十三條 同類根數式ハ通有ナル根數分ヲ減法ノ數基トナスコヲ得此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一 諸根數式ヲ最簡式ニ化スベシ

法則二 所得ノ兩式若シ同類ナレバ係數ノ差ヲ求テ之ニ兩式通有ナル根數分ヲ記附スベシ若シ又所得ノ兩式同類ナラザレバ減式ノ正負ヲ變換シテ他ノ式ト連合スベシ

根數式減法問題

第一 $4\sqrt{(135)}$ ヨリ $3\sqrt{(40)}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第二 $\sqrt{75}$ ヨリ $\sqrt{50}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第三 $3\sqrt{(16a^3b)}$ ヨリ $3\sqrt{(a^3b)}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第四 $\frac{1}{2}\sqrt[3]{\left(\frac{297}{8}\right)}$ ヨリ $\frac{1}{4}\sqrt[3]{\left(\frac{3773}{125}\right)}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第五 $\frac{2}{3}\sqrt{\left(\frac{490a^2}{3.8}\right)}$ ヨリ $\frac{a}{15}\sqrt{\left(\frac{361}{5}\right)}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第六 $2a\sqrt[n]{(a^{n+1})}$ ヨリ $\sqrt[n]{(a^{n+1})}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第七 $\sqrt[n]{(x^{n+1}y^{1-n})}$ ヨリ $\sqrt[n]{\left(\frac{x}{y^{n-1}}\right)}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第八 $(a^2c^3-3c^2x)^{\frac{1}{m}}$ ヨリ $2(a^2c^3-3c^3x)^{\frac{1}{m}}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第九 $(a^3-ab^2+a^2b-b^3)^{\frac{1}{2}}$ ヨリ $(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)^{\frac{1}{2}}$ ヲ減ズレバ所得ノ餘數如何

第十 $a\sqrt{\left\{\frac{bx+b^2}{x-1}\right\}}$ ヨリ $b\sqrt{\left\{\frac{ax^2-a^2}{x+1}\right\}}$ ヲ減スレバ所得ノ餘數如何

第十一 $\sqrt[n]{\{(a+b)^{n+1}(a-b)^{1-n}\}}$ ヨリ $\sqrt[n]{\{(a-b)^{1+n}(a+b)^{1-n}\}}$ ヲ減スレバ所得ノ餘數如何

第十二 $\left\{\frac{x^{2m+2}}{a^{2m}}\right\}^{\frac{1}{2m+2}}$ ヨリ $\left\{\frac{a^{2m+2}}{x^{2m}}\right\}^{\frac{1}{2m+2}}$ ヲ減スレバ所得ノ餘數如何

根數式乘法

第二百十四條 第百九十八條ニ於テ凡乘子ノ連乘積ノ n 乘根ハ各乘子ノ n 乘根ノ連乘積ニ等シキ

コフヲ省セテ由テ此理ヲ證明シテ $\sqrt[n]{a}\times\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{(ab)}$ ナリト云フコトヲ得若シ根數式ニ係數アレバ其相乘積ヲ得ルニ求ムベシ設令バ $\sqrt[n]{a}\times c\sqrt[n]{b}=c\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=c\sqrt[n]{(ab)}$ ナリ

所根數式若シ不同次數ナレバ先ヅ之ヲ同次數ナル式ニ化スベシ

設題　$a\sqrt{x}$ ト $b\sqrt[3]{(x^2y)}$ トノ相乘積ヲ問フ

運算　$a\sqrt{x}\times b\sqrt[3]{(x^2y)}=a\sqrt[6]{x^3}\times b\sqrt[6]{(x^4y^2)}=ab\sqrt[6]{(x^7y^2)}=abx\sqrt[6]{(xy^2)}$．答

此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　諸乘子不同次數ナレバ化シテ同次數ナル式トナスベシ

法則二　根數號ノ内ナル量ヲ相乘シ所得ノ乘積ヲ諸乘子通有ナル根數號ノ内ニ置クベシ諸乘子若シ係數ヲ帶ルトキハ係數ノ相乘積ヲ根數號ノ外ニ置クベシ然ル後チ所得ノ式ヲ最簡式ニ化スベシ

根數式乘法問題

第一　$5\sqrt{5}, 3\sqrt{8}$．上兩式ノ相乘積ヲ問フ

第二　$4\sqrt{12}, 3\sqrt{2}$．上兩式ノ相乘積ヲ問フ

第三　$3\sqrt[3]{2}, 2\sqrt[3]{8}$．上兩式ノ相乘積ヲ問フ

第四　$2\sqrt{5}, 2\sqrt{10}, 3\sqrt{6}$．上三式ノ連乘積ヲ問フ

第五　$2\sqrt[3]{14}, 3\sqrt[3]{4}$．上兩式ノ相乘積ヲ問フ

第六　$5a\sqrt{(ax^2)}, c\sqrt[3]{x^2}, \sqrt[4]{(ax^3)}$．上三式ノ連乘積ヲ問フ

第七　$(xy)^{\frac{1}{2}}, (xz)^{\frac{1}{3}}, (yz)^{\frac{1}{4}}$．上三式ノ連乘積ヲ問フ

第八　$(a-y)^{\frac{1}{2}}, (a+y)^{\frac{1}{2}}$．上兩式ノ相乘積ヲ問フ

第九　$\sqrt[3]{15}, \sqrt{10}$．上兩式ノ相乘積ヲ問フ

第十　$3\sqrt{a}, 2\sqrt[3]{a}, \sqrt[6]{4a}$．上三式ノ連乘積ヲ問フ

第十一　$5\sqrt[3]{x^2}, 3\sqrt{x^3}, \sqrt[6]{x}$．上三式ノ連乘積ヲ問フ

第十二　$\frac{1}{2}\sqrt{(xy)}, \frac{3}{4}\sqrt[3]{\left(\frac{x^2}{y}\right)}, \frac{2}{3}\sqrt[6]{(xy^5)}$．上三式ノ連乘積ヲ問フ

第十三　$\sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)}, \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)}$．上兩式ノ相乘積ヲ問フ

第十四　$a(a^2b)^{\frac{1}{3}}, b(ab^2)^{\frac{1}{2}}, ab(a^2b)^{\frac{1}{6}}$．上三式ノ連乘積ヲ問フ

第十五　$\frac{a}{b}\sqrt{\frac{a}{b}}, \frac{b}{a}\sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}}, c\sqrt[6]{\left(\frac{b^5}{a^5}\right)}$．上三式ノ連乘積ヲ問フ

第十六　$\sqrt[n]{(a^{m-n}b^{n+p}c^{n})}, \sqrt[n]{(a^{n}b^{n-p}c^{n-m})}$．上兩式ノ相乘積ヲ問フ

第十七　$\sqrt[p]{x}, \sqrt[q]{x^2}, \sqrt[pq]{x^3}$．上三式ノ連乘積ヲ問フ

第十八　$2\sqrt[4]{(3x)}, \sqrt[6]{(2xy)}, \sqrt[n]{(x^{n-1}y^{n-1})}$．上三式ノ連乘積ヲ問フ

第十九　$\sqrt{\left(\frac{ax^2}{a+x}\right)}, \sqrt{\left(\frac{a^2-x^2}{x^2}\right)}, \sqrt[3]{\left(\frac{a^2x}{a-x}\right)}$．上三式ノ連乘積ヲ問フ

第二十　$\left(\frac{a+1}{a-1}\right)^{\frac{1}{m}}, \left(\frac{a-1}{a+1}\right)^{\frac{1}{m}}$．上兩式ノ相乘積ヲ問フ

第二十一　$\sqrt[3]{a^2}+2\sqrt{a}-\sqrt[3]{a}, \sqrt{a}-3\sqrt[3]{a}+2$．上兩式ノ相乘積ヲ問フ

演算

$\sqrt[3]{a^2}+2\sqrt{a}-\sqrt[6]{a^5}$
$\sqrt{a}-3\sqrt[3]{a}+2$
$a\sqrt[6]{a}+2a-a\sqrt[3]{a}$
$-3a-6\sqrt[6]{a^5}+3\sqrt{a}$
$+2\sqrt[3]{a^2}+4\sqrt{a}-2\sqrt[6]{a^5}$
$a\sqrt[3]{a}-a-5\sqrt[6]{a^5}+7\sqrt{a}-2\sqrt[3]{a^2}$ 答

第二十二 $\sqrt{4}+\sqrt{12}+12$ ト $\sqrt{2}$ トノ相乘積ヲ問フ

第二十三 $\sqrt{(a+b)}-\sqrt{(a-b)}$ ト $\sqrt{(a+b)}$ トノ相乘積ヲ問フ

第二十四 $7+2\sqrt{6}$ ト $9-5\sqrt{6}$ トノ相乘積ヲ問フ

第二十五 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ト $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ トノ相乘積ヲ問フ

第二十六 $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$ ト $\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}$ トノ相乘積ヲ問フ

第二十七 $a\sqrt{a}+d\sqrt{b}$ ト $a\sqrt{a}-d\sqrt{b}$ トノ相乘積ヲ問フ

第二十八 $-5-\sqrt{\frac{3}{4}}$ ト $-5+\sqrt{\frac{3}{4}}$ トノ相乘積ヲ問フ

第二十九 $4\sqrt{\frac{7}{3}}+5\sqrt{\frac{1}{2}}$ ト $\sqrt{\frac{7}{3}}+2\sqrt{\frac{1}{2}}$ トノ相乘積ヲ問フ

第三十 $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}$ ト $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{a}{b}}-\sqrt{\frac{b}{a}}$ トノ相乘積ヲ問フ

第三十一 $\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{(ax)}+\sqrt[3]{x^2}$ ト $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{x}$ トノ相乘積ヲ問フ

第三十二 $\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{48}$ ト $\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{3}$ トノ相乘積ヲ問フ

根數式除法

第二百十五條 分數式ノ冪乘根ヲ求ムルノ法ハ分母子ヲ各々冪乘根ニ開クニアリ由テ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ヲ得此理ヲ逆解シテ $\sqrt[n]{a}\div\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ トナス

是故ニ一數ノn乘根ヲ以テ他ノ數ノn乘根ヲ除シタル商ハ前ノ數ヲ以テ後ノ數ヲ除シタル商ノn乘根ニ等シ

根數式除法ノ諸則ハ此理ヨリ出ヅ

設題一 $6x^2\sqrt{(bc)}$ ヲ $3x\sqrt{a}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

演算 $\frac{6x^2\sqrt{(bc)}}{3x\sqrt{a}}=\frac{6x^2}{3x}\sqrt{\left(\frac{bc}{a}\right)}=2x\sqrt{\frac{bc}{a}}$ 答

設題二 $\sqrt[4]{(x^2y)}$ ヲ $\sqrt{(xy)}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

演算 $\frac{\sqrt[4]{(x^2y)}}{\sqrt{(xy)}}=\frac{\sqrt[4]{(x^2y)}}{\sqrt[4]{(x^2y^2)}}=\sqrt[4]{\left(\frac{x^2y}{x^2y^2}\right)}=\sqrt[4]{\frac{1}{y}}$ 答

此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一 所設根式若シ不同次數ナレバ先ヅ之ヲ同次數ナル式ニ化スベシ

法則二 實ノ乘數ヲ法ノ乘數ニテ除シ得數ヲ商ノ乘數トス又實ノ根數號ノ内ナル量ヲ法ノ根數號ノ内ナル量ニテ除シ得數ヲ兩式通有ナル根數號ノ内ニ置テ商ノ根數分トシ前ノ乘數ナ根數號ノ外ニ置

ト然ル後チ所得ノ式ヲ最簡式ニ化スベシ

根数式除法問題

第一 $4\sqrt{(30)}$ ヲ $2\sqrt{5}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二 $5\sqrt[3]{(100)}$ ヲ $3\sqrt[3]{5}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第三 $\sqrt[6]{(20x^2y^3)}$ ヲ $\sqrt[4]{(15xy)}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第四 $(a^2b^3c^4)^{\frac{1}{6}}$ ヲ $a^{\frac{1}{2}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第五 $(16a^3-12a^2x)^{\frac{1}{2}}$ ヲ $2a$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第六 45 ヲ $3\sqrt{5}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第七 $(ab^2c^3)^{\frac{1}{4}}$ ヲ $(a^2b^3c^4)^{\frac{1}{5}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第八 $12x^2(a-x)^{\frac{3}{4}}$ ヲ $4x(a-x)^{\frac{1}{2}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第九 $(a^2c)^{\frac{1}{n}}$ ヲ $(ac)^{\frac{1}{2n}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十 $\sqrt[n]{(x^ny^{n+1})}$ ヲ $\sqrt[n]{(y^{n-1}x)}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十一 $\sqrt[n]{(a^2-b^2)}$ ヲ $\sqrt[n]{(a+b)}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十二 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}$ ヲ $\dfrac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[4]{a^3}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十三 $\sqrt[4]{(a^3b^2-a^2b^3)}$ ヲ $\sqrt{(ab)}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十四 $(x+y)\sqrt[n]{\{(x+y)(x-y)^n\}}$ ヲ $\sqrt[n]{\{(x+y)(x-y)^{n+1}\}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十五 $a^2-2\sqrt[4]{(a^7b)}-a^2\sqrt[4]{(a^3b^3)}+2b\sqrt[4]{b}$ ヲ $\sqrt{a}-\sqrt[4]{b}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

運算

$$
\begin{array}{l|l}
a^2-2\sqrt[4]{(a^7b)}-a^2\sqrt[4]{(a^3b^3)}+2b\sqrt[4]{b} & \sqrt{a}-\sqrt[4]{b}. \\
\underline{a^2-a^2\sqrt[4]{(a^3b^3)}} & \overline{a\sqrt{a}-2\sqrt[4]{b^3}}. \\
-2\sqrt[4]{(a^7b)}+2b\sqrt[4]{b} & \\
\underline{-2\sqrt[4]{(a^7b)}+2b\sqrt[4]{b}} &
\end{array}
$$

答

第十六 $4a+8\sqrt{(ax)}-9b+13\sqrt{(bx)}$ ヲ $2\sqrt{a}-3\sqrt{b}+4\sqrt{x}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十七 $\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b^2}$ ヲ $\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十八 $\sqrt[4]{a^2}-\sqrt[4]{b^2}$ ヲ $\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十九 $2x^3+2x^2-3x-3$ ヲ $\sqrt{2}x-\sqrt{3}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十 $\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{a}-\sqrt{a}+\sqrt[6]{a}$ ヲ $\sqrt[3]{a}-1$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十一 $8a-b$ ヲ $2\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十二 $\sqrt[4]{(a^3b^3)}-c\sqrt[4]{(a^2c^2b^2)}-\frac{3}{2}a\sqrt[4]{b^2}+\frac{3}{2}abc\sqrt[4]{\left(\frac{1}{a^2b^2}\right)}$ ヲ $\sqrt{(ab)}-\frac{3}{2}\sqrt[4]{(a^2b^2)}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

根数式乗方并開方

第二百十六條 根数式乗法ノ法則ニ由テ $a^{\frac{1}{n}}$ 即チ $\sqrt[n]{a}$ ノ m 乗冪ハ a ヲ m 次連乗シ所得ノ乗数ヲ原式ト同一ナル根数號ノ内ニ置カバ則チ得ベキヲ知ル即チ $(a^{\frac{1}{n}})^m=(a^m)^{\frac{1}{n}}=a^{\frac{m}{n}}$ 又 $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$ 此ノ如レ是故ニ一数ノ n 乗根ノ m 乗冪ハ其数ノ m 乗冪ノ n 乗根ニ等シ

第二百十七條　根數式 $a^{\frac{1}{n}}$ 即チ $\sqrt[n]{a}$ ノ m 乘根ヲ求ムルノ法ヲ論ズ

$x=(a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}}$ 或 $x=\sqrt[m]{(\sqrt[n]{a})}$……(一) トシ此式ノ兩箇ヲ m 乘セバ $x^m=a^{\frac{1}{n}}$ 或 $x^m=\sqrt[n]{a}$……(二) ヲ得此式ノ兩箇ヲ n 乘セバ $x^{mn}=a$……(三) ヲ得此式ノ兩箇ヲ mn 乘方ニ開ケバ $x=a^{\frac{1}{mn}}$ 或 $x=\sqrt[mn]{a}$……(四) ヲ得

此ニ由テ(一)(四)兩式ナル x ノ値ヲ比較シテ $(a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}}=a^{\frac{1}{mn}}$ 或 $\sqrt[m]{(\sqrt[n]{a})}=\sqrt[mn]{a}$ ヲ得

是故ニ一數ノ n 乘根ノ m 乘根ハ本數ノ mn 乘根ニ等シ

第二百十八條　前條ノ論ニ由テ $\sqrt[m]{(\sqrt[n]{a})}=\sqrt[mn]{a}$ 又 $\sqrt[n]{(\sqrt[m]{a})}=\sqrt[mn]{a}$ ナルヲ知ル由テ $\sqrt[m]{(\sqrt[n]{a})}=\sqrt[n]{(\sqrt[m]{a})}$ ナリ

是故ニ一數ノ n 乘根ノ m 乘根ハ本數ノ m 乘根ノ n 乘根ニ等シ

第二百十九條

根數式乘方

設題一　$(ab)^{\frac{1}{3}}$ 上式ノ二乘冪ヲ問フ

運算　第二百十六條ニ由テ $\{(ab)^{\frac{1}{3}}\}^2=(ab)^{\frac{2}{3}}=(ab)^{\frac{2}{3}}$ 答

設題二　$\sqrt[6]{(2ax)}$ 上式ノ四乘冪ヲ問フ

運算　第二百十六條ニ由テ $\{\sqrt[6]{(2ax)}\}^4=\sqrt[6]{(16a^4x^4)}$ トナス然ルニ $6=2\times3$ ナルガ故ニ
第二百十七條ニ由テ $\sqrt[6]{(16a^4x^4)}=\sqrt[3]{\{\sqrt{(16a^4x^4)}\}}=\sqrt[3]{(4a^2x^2)}$ トシテ問ニ答フ

實算ニ臨テ乘冪式ニ化スルノ法ハ開指數ヨリ一乘子ヲ去レバ根數號ノ內ナル量ヲ此乘子ニ適合セシ根數ニ開クナリ設令バ $\sqrt[mn]{a^m}=\sqrt[n]{a}$ 此ノ如シ此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　分指數ヲ具スル根數式ハ所要冪ノ次數ヲ分子ニ乘ズベシ

法則二　根數號ヲ具スル根數式ハ所要冪ノ次數ノ如ク根數號ノ內ナル量ヲ冪乘スベシ術得ノ乘數常シ開指數ノ一乘子ニ適合シタル乘數ナレバ之ヲ開キ開指數ヨリ此乘子ヲ去ルベシ

備考　設數ハ別ニ冪乘スベシ

根數式乘方問題

第一　$\sqrt[3]{(2ax^2)}$　上式ノ三乘冪ヲ問フ

第二　$\sqrt[5]{(a^2y)}$　上式ノ二乘冪ヲ問フ

第三　$-\frac{1}{2}\sqrt[4]{(4a^2c)}$　上式ノ四乘冪ヲ問フ

第四　$(a-b)^{\frac{1}{3}}$　上式ノ二乘冪ヲ問フ

第五　$-\sqrt[5]{(12a^2b^3)}$　上式ノ五乘冪ヲ問フ

第六　$\sqrt[8]{\{2(a-b)^3\}}$　上式ノ八乘冪ヲ問フ

第七　$4xy\sqrt{(ax)}$　上式ノ四乘冪ヲ問フ

第八　$-\sqrt[m]{(m^2n^3)}$　上式ノ m 乘冪ヲ問フ

第九　$\sqrt[3]{(a^2y^2-x^2y^2)}$　上式ノ二乘冪ヲ問フ

第十　$\left(\frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}\right)^{\frac{1}{m+1}}$　上式ノ $m+1$ 乘冪ヲ問フ

第十一　$-(a+x)^{\frac{1}{6}}$　上式ノ六乘冪ヲ問フ

第十二　$\frac{a}{x}\sqrt[3]{(36a^2x^3)}$　上式ノ二乘冪ヲ問フ

第十三　$\{a^{m+n}(a+b)^{m-n}\}^{\frac{1}{m-n}}$　上式ノ $m-n$ 乘冪ヲ問フ

第十四　$a^n\sqrt[n]{(b^n(b-1)^{n})}$. 上式ノ2n乗冪ヲ開ケ

第十五　$\left\{(a-b)^{\frac{1}{n}}\right\}^{\frac{1}{n+1}}$. 上式ノn+1乗冪ヲ開ケ

第十六　$-\sqrt[p]{(x^{?}y^{?})}$. 上式ノ2p乗冪ヲ開ケ但シpハ整數ヲ顯スナリ

第十七　$\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$. 上式ノ三乗冪ノ詳式ヲ開ケ

第十八　$\left(\frac{1\pm\sqrt{-3}}{2}\right)^3$. 上式ノ詳式ヲ開ケ

第十九　$\frac{b}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{(a^2-b^2)}$. 上式ノ二乗冪ノ詳式ヲ開ケ

第二百二十條　根數式開方

設題一　$4\sqrt{(9a^2b^4)}$. 上式ノ平方根ヲ開ケ

演算　所題ノ式ノ係數4ハ二乗冪ニ適スルガ故ニ
$\pm\sqrt{(4\sqrt{(9a^2b^4)})}=\pm2\sqrt{(\sqrt{(9a^2b^4)})}$ トナル之ヲ變化シテ
$\pm2\sqrt{(\sqrt{(9a^2b^4)})}=\pm2\sqrt[4]{(9a^2b^4)}=\pm2\sqrt{(3ab^2)}$. トナシ第二百十八條ヲ視ヨ以テ問ニ答フ

設題二　$5cd^2\sqrt{(5c)}$. 上式ノ六乗根ヲ開ケ

演算　先ヅ係數ヲ根數號ノ内ニ容レテ　$5cd^2\sqrt{(5c)}=\sqrt{(125c^3d^4)}$　トナシ然ル後チ第二百十七條ニ由テ變化セバ　$\pm\sqrt[6]{(\sqrt{(125c^3d^4)})}=\pm\sqrt[12]{(125c^3d^4)}$ トナル今此式ノ根指數ヨリ一乗子3ヲ去テ根數號ノ内ナル量ヲ立方ニ開ケバ　$\pm\sqrt[4]{(125c^3d^4)}=\pm\sqrt[4]{(5cd^2)}$　トナル之

ヲ附要ノ根數トナス

設題三　$(ax)^{\frac{m}{n}}$. 上式ノ四乗根ヲ開ケ

演算　第二百十七條ニ由テ　$\pm\left\{(ax)^{\frac{m}{n}}\right\}^{\frac{1}{4}}=\pm(ax)^{\frac{m}{n}\times\frac{1}{4}}=\pm(ax)^{\frac{m}{4n}}$　トナシ以テ問ニ答フ

此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則一　分指數ヲ具スル根數式ハ所要根ノ次數ヲ以テ分指數ヲ除スベシ

法則二　根數號ヲ具スル根數式ハ所要根ノ次數ノ如ク根數號ノ内ナル量ヲ開クベシ若シ能ハザレバ所要根ノ次數ヲ根數式ノ根指數ニ乗ジ所得ノ式ヲ最簡式ニ化スベシ

法則三　根數式ニ係數アレバ別ニ之ヲ開ケ所要根ノ係數トナスベシ若シ能ハザレバ先ヅ根數號ノ内ニ容ルベシ

法則四　奇次ノ根數ハ乗數ト同號ナリ正數ノ偶次ノ根數ハ正負兩號ヲ帶ブ負數ノ偶次ノ根數ハ求ムベカラズ

根數式開方問題

第一　$2\sqrt{(ax)}$. 上式ノ立方根ヲ開ケ

第二　$-a\sqrt[3]{(a^2x^3)}$. 上式ノ立方根ヲ開ケ

第三　$2\sqrt{98}$. 上式ノ四乗根ヲ開ケ

第四　$\frac{2}{3}\sqrt[3]{(486)}$. 上式ノ平方根ヲ開ケ

第五　$49a^4\sqrt{(abx)}$. 上式ノ平方根ヲ開ケ

第六　$2\sqrt{5}$. 上式ノ立方根ヲ開ケ

第七 $\sqrt[p]{(a^{m-n})}$, 上式ノm乘根ヲ開ケ

第八 ay^{n+x}, $\sqrt[n]{y^x}$, 上式ノ$3n+1$乘根ヲ開ケ

第九 $\left(\frac{a^3b^6}{c^6y^3}\right)^{\frac{1}{2}}$, 上式ノ六乘根ヲ開ケ

第十 $\frac{4}{9}\sqrt[4]{\frac{3}{3}}$, 上式ノ四乘根ヲ開ケ

第十一 $(a^n-1)\sqrt{(a^n-1)^{p-1}}$, 上式ノ$p+1$乘根ヲ開ケ

第十二 $\left\{\frac{a^n+a}{a-1}\sqrt{(n+1)(a-1)^{2n}}\right\}^{\frac{1}{2n}}$, 上式ノ$2n+1$乘根ヲ開ケ但シ$n$ハ整數ヲ顯スナリ

第十三 $a^2-\frac{3a\sqrt{a}}{2}-\frac{3\sqrt{a}}{2}+\frac{41a}{16}+1$, 上式ノ平方根ヲ開ケ

識者 第二百一條ノ開法ニテ此多項式ノ平方根ヲ發見スルヿヲ得即チ左ノ如シ但シ答式ノ諸項ノ正負ハ一般スルヲ得故ニ此多項式ノ平方根タルヿヲ得

$$a^2-\frac{3a\sqrt{a}}{2}-\frac{3\sqrt{a}}{2}+\frac{41a}{16}+1 \;\Big|\; a-\frac{3}{4}\sqrt{a}+1,\ 答$$

$$a^2$$

$$2a-\frac{3}{4}\sqrt{a} \quad -\frac{3a\sqrt{a}}{2}-\frac{3\sqrt{a}}{2}+\frac{41a}{16}+1$$

$$-\frac{3a\sqrt{a}}{2}+\frac{9}{16}a$$

$$2a-\frac{3}{2}\sqrt{a}+1 \quad 2a-\frac{3\sqrt{a}}{2}+1$$

$$2a-\frac{3\sqrt{a}}{2}+1$$

第十四 $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}-\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)\sqrt{2}+2\frac{1}{2}$, 上式ノ平方根ヲ開ケ

第十五 $4a-12\sqrt[3]{(a^2b)}+9\sqrt[3]{b^2}+16\sqrt[3]{(a^2c)}-24\sqrt[3]{(bc^2)}+16\sqrt{c}$, 上式ノ平方根ヲ開ケ

高次開方簡法

第二百二十一條 四次以上高次根ナル根數ヲ求メントスル井根數次價若シ衆乘子ノ乘積ニ相當セバ第二百十七條ニ於テ論スル所ノ公式 $\sqrt[mn]{a}=\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$ ニ據テ簡開法ヲ得

高次開方簡法問題

第一 $a^4-8a^3b+24a^2b^2-32ab^3+16b^4$, 上式ノ四乘根ヲ開ケ

第二 $a^{12}+6a^{10}b+15a^8b^2+20a^6b^3+15a^4b^4+6a^2b^5+b^6$, 上式ノ六乘根ヲ開ケ

第三 $a^8-\frac{3ax^2}{x}a^6+\frac{27x^4}{8x^2}a^4-\frac{27x^6}{16x^3}a^2+\frac{81x^8}{256x^4}$, 上式ノ四乘根ヲ開ケ

第四 $a+\frac{1}{a}-6\left(\sqrt[3]{a^2}+\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}\right)+15\left(\sqrt[3]{a}+\frac{1}{\sqrt[3]{a}}\right)-20$, 上式ノ六乘根ヲ開ケ

指數論

第二百十二條　指數 m, n ノ値整數ナレバ其正負ヲ問ハズ $a^m\times a^n=a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$, $(a^m)^n=a^{mn}$ ナルコトヲ前セリ故ニ若シ m, n ノ値分數ナルモ猶ホ此理アルコトヲ證明セバ此三件ハ公理ナリト曰フコトヲ得ベシ由テ $m=\frac{p}{q}$, $n=\frac{r}{s}$ トシテ此三件ノ理ヲ論セントス但シ p, q, r, s ハ正ノ整數ヲ指スナリ

第一　$a^{\frac{p}{q}}\times a^{\frac{r}{s}}=a^{\frac{p}{q}+\frac{r}{s}}$ 上式ノ證ヲ論ズ

論　先ヅ指數ヲ通分母ナル分數ニ化スレバ $a^{\frac{p}{q}}\times a^{\frac{r}{s}}=a^{\frac{ps}{qs}}\times a^{\frac{qr}{qs}}$ トナル分指數ノ意義ニ由テ此方程式ノ後節ハ $(a^{ps})^{\frac{1}{qs}}\times(a^{qr})^{\frac{1}{qs}}$ ナルヲ知ル（第百九十三條ヲ視ヨ）而シテ兩乘子俱ニ同次積ナル根數式ナルガ故ニ $(a^{ps}\times a^{qr})^{\frac{1}{qs}}$ トナスベキヲ知ル（第二百十四條ヲ視ヨ）然ルニ ps ト qr トハ何レモ整數ナルヲ以テ $(a^{ps}\times a^{qr})^{\frac{1}{qs}}=(a^{ps+qr})^{\frac{1}{qs}}=a^{\frac{ps+qr}{qs}}=a^{\frac{p}{q}+\frac{r}{s}}$ ヲ得此ニ由テ $a^{\frac{p}{q}}\times a^{\frac{r}{s}}=a^{\frac{p}{q}+\frac{r}{s}}$ ナルコトヲ證明ス

第二　$a^{\frac{p}{q}}\div a^{\frac{r}{s}}=a^{\frac{p}{q}-\frac{r}{s}}$ 上式ノ證ヲ論ズ

論　前問題ニ由テ $\frac{a^{\frac{p}{q}}}{a^{\frac{r}{s}}}=\frac{a^{\frac{ps}{qs}}}{a^{\frac{qr}{qs}}}=\frac{(a^{ps})^{\frac{1}{qs}}}{(a^{qr})^{\frac{1}{qs}}}=(a^{ps-qr})^{\frac{1}{qs}}=a^{\frac{ps-qr}{qs}}=a^{\frac{p}{q}-\frac{r}{s}}$ ヲ得

第三　$\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{r}{s}}=a^{\frac{pr}{qs}}$ 上式ノ證ヲ論ズ

論　$u=\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{r}{s}}$ ……〔一〕ト命ジ此式ノ兩節ヲ s 乘セバ $u^s=\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^r$ ……〔二〕ヲ得第二百十六條ニ依テ此〔二〕式ヲ變化セバ $u^s=a^{\frac{pr}{q}}$ ……〔三〕ヲ得此式ノ兩節ヲ q 乘セバ $u^{qs}=a^{pr}$ ……〔四〕ヲ得此式ノ兩節ヲ qs 乘根ニ開ケバ $u=a^{\frac{pr}{qs}}$ ……〔五〕ヲ得故ニ〔一〕〔五〕兩式ノ u ノ値ヲ比較シテ $\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{r}{s}}=a^{\frac{pr}{qs}}$ ナルヲ知ル

是故ニ指數ノ値正數ナレバ整數ニテモ分數ニテモ乘法乘方及ヒ開方ノ法同一ナルヲ證明ス由テ又指數ノ値負ノ分數ナルモ乘法乘方及ヒ開方ノ法則ニ變ゼザルコトヲ證明セントス

第四　$a^{\frac{p}{q}}\times a^{-\frac{r}{s}}=a^{\frac{p}{q}-\frac{r}{s}}$ 上式ノ證ヲ論ズ

論　$a^{\frac{p}{q}}\times a^{-\frac{r}{s}}=a^{\frac{p}{q}}\times\frac{1}{a^{\frac{r}{s}}}=\frac{a^{\frac{p}{q}}}{a^{\frac{r}{s}}}=a^{\frac{p}{q}-\frac{r}{s}}$（第八十一條及ヒ前論ヲ視ヨ）

第五　$a^{-\frac{p}{q}}\times a^{-\frac{r}{s}}=a^{-\frac{p}{q}-\frac{r}{s}}$ 上式ノ證ヲ論ズ

論 $a^{-\frac{m}{n}}\times a^{-\frac{1}{r}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}\times\frac{1}{a^{\frac{1}{r}}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}\times a^{\frac{1}{r}}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}+\frac{1}{r}}}=a^{-\left(\frac{m}{n}+\frac{1}{r}\right)}=a^{-\frac{m}{n}-\frac{1}{r}}$.

第六 $a^{\frac{m}{n}}\div a^{-\frac{1}{r}}=a^{\frac{m}{n}+\frac{1}{r}}$、上式ノ証ヲ論ズ

論 $a^{\frac{m}{n}}\div a^{-\frac{1}{r}}=\frac{a^{\frac{m}{n}}}{a^{-\frac{1}{r}}}=\frac{a^{\frac{m}{n}}}{\frac{1}{a^{\frac{1}{r}}}}=a^{\frac{m}{n}}\times a^{\frac{1}{r}}=a^{\frac{m}{n}+\frac{1}{r}}$.

第七 $a^{-\frac{m}{n}}\div a^{\frac{1}{r}}=a^{-\frac{m}{n}-\frac{1}{r}}$、上式ノ証ヲ論ズ

論 $a^{-\frac{m}{n}}\div a^{\frac{1}{r}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}\div a^{\frac{1}{r}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}\times a^{\frac{1}{r}}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}+\frac{1}{r}}}=a^{-\left(\frac{m}{n}+\frac{1}{r}\right)}=a^{-\frac{m}{n}-\frac{1}{r}}$.

第八 $a^{-\frac{m}{n}}\div a^{-\frac{1}{r}}=a^{-\frac{m}{n}+\frac{1}{r}}$、上式ノ証ヲ論ズ

論 $a^{-\frac{m}{n}}\div a^{-\frac{1}{r}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}\div\frac{1}{a^{\frac{1}{r}}}=\frac{a^{\frac{1}{r}}}{a^{\frac{m}{n}}}=a^{\frac{1}{r}-\frac{m}{n}}=a^{-\frac{m}{n}+\frac{1}{r}}$.

第九 $\left(a^{-\frac{m}{n}}\right)^{\frac{1}{r}}=a^{-\frac{m}{nr}}$、上式ノ証ヲ論ズ

論 $\left(a^{-\frac{m}{n}}\right)^{\frac{1}{r}}=\frac{1}{\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{\frac{1}{r}}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{nr}}}=a^{-\frac{m}{nr}}$.

第十 $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{-\frac{1}{r}}=a^{-\frac{m}{nr}}$、上式ノ証ヲ論ズ

論 $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{-\frac{1}{r}}=\left\{\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}\right\}^{\frac{1}{r}}=\frac{1}{\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{\frac{1}{r}}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{nr}}}=a^{-\frac{m}{nr}}$.

第十一 $\left\{a^{-\frac{m}{n}}\right\}^{-\frac{1}{r}}=a^{\frac{m}{nr}}$、上式ノ証ヲ論ズ

論 $\left\{a^{-\frac{m}{n}}\right\}^{-\frac{1}{r}}=\frac{1}{\left\{a^{-\frac{m}{n}}\right\}^{\frac{1}{r}}}=\frac{1}{a^{-\frac{m}{nr}}}=\frac{1}{\frac{1}{a^{\frac{m}{nr}}}}=a^{\frac{m}{nr}}$.

是故ニ指數ハ正負整分ヲ論ゼズ皆同法ヲ以テ乘除乘方及ビ開方ノ法ヲ行フコトヲ得ベキヲ知ル

○指數論問題

第一 $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}}$, $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}}$、上列式ノ相乘積ヲ問フ

演算 $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}}\times a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}}=\left(a^{\frac{2}{3}}\times a^{\frac{2}{3}}\right)\times\left(b^{\frac{1}{2}}\times b^{\frac{1}{2}}\right)=a^{\frac{2}{3}+\frac{2}{3}}\times b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=a^{\frac{4}{3}}b=ab\sqrt[3]{a}$. 答

第二 $3a^{\frac{3}{2}}y^{\frac{3}{4}}$ ヲ $2a^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

運算　$3x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{3}{4}}\div 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{4}-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{5}{12}}=\frac{3}{2}\sqrt[12]{(x^2y^5)}$.　答

第三　$\left\{x^{\frac{2}{3}}\times x^{\frac{2}{5}}\right\}^{\frac{3}{4}}$．上式ヲ最簡式ニ化スベシ

運算　$\left\{x^{\frac{2}{3}}\times x^{\frac{2}{5}}\right\}^{\frac{3}{4}}=\left\{x^{\frac{16}{15}}\right\}^{\frac{3}{4}}=x^{\frac{16}{15}\times\frac{3}{4}}=x^{\frac{4}{5}}$.　答

第四　$x^{\frac{3}{4}}-3x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{4}}$ ニ $x^{\frac{1}{2}}-2x^{\frac{1}{4}}-3$ ヲ乗ズレバ所得ノ乗積如何

運算

$$
\begin{array}{r}
x^{\frac{3}{4}}-3x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{4}}\qquad\qquad\qquad\qquad\\
x^{\frac{1}{2}}-2x^{\frac{1}{4}}-3\qquad\qquad\qquad\qquad\\
\hline
x^{\frac{5}{4}}-3x+x^{\frac{3}{4}}\qquad\qquad\qquad\qquad\\
-2x+6x^{\frac{3}{4}}-2x^{\frac{1}{2}}\qquad\qquad\qquad\\
-3x^{\frac{3}{4}}+9x^{\frac{1}{2}}-3x^{\frac{1}{4}}\\
\hline
x^{\frac{5}{4}}-5x+4x^{\frac{3}{4}}+7x^{\frac{1}{2}}-3x^{\frac{1}{4}}.
\end{array}
$$

答

第五　$x-5x^{\frac{5}{6}}+7x^{\frac{2}{3}}-5x^{\frac{1}{2}}-6x^{\frac{1}{3}}$ ヲ $x^{\frac{1}{2}}-2x^{\frac{1}{3}}+3x^{\frac{1}{6}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

$$
\begin{array}{l|l}
x-5x^{\frac{5}{6}}+7x^{\frac{2}{3}}-5x^{\frac{1}{2}}-6x^{\frac{1}{3}} & x^{\frac{1}{2}}-2x^{\frac{1}{3}}+3x^{\frac{1}{6}}\quad\text{法}\\
\cline{2-2}
x-2x^{\frac{5}{6}}+3x^{\frac{2}{3}} & x^{\frac{1}{2}}-3x^{\frac{1}{3}}-2,\ \text{答商}\\
\hline
-3x^{\frac{5}{6}}+4x^{\frac{2}{3}}-5x^{\frac{1}{2}}-6x^{\frac{1}{3}} & \\
-3x^{\frac{5}{6}}+6x^{\frac{2}{3}}-9x^{\frac{1}{2}} & \\
\hline
\qquad -2x^{\frac{2}{3}}+4x^{\frac{1}{2}}-6x^{\frac{1}{3}} & \\
\qquad -2x^{\frac{2}{3}}+4x^{\frac{1}{2}}-6x^{\frac{1}{3}} & \\
\hline
\end{array}
$$

第六　$x^{\frac{1}{2}}$ ニ $x^{\frac{1}{4}}$ ヲ乗ズレバ所得ノ乗積如何

第七　$a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{4}}$ ヲ $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{1}{2}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第八　$a^{\frac{3}{4}},a^{\frac{1}{2}},a^{\frac{5}{6}},a^{-\frac{2}{3}}$．上四式ノ連乗積ヲ問フ

第九　$\left(x^{\frac{2}{3}}\times x^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{12}{17}}$．上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第十　$\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{4}}$ ヲ $\left(x^{\frac{5}{6}}\right)^{\frac{4}{5}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十一　$x^{-\frac{3}{4}},\sqrt[4]{x^{3}},x^{\frac{1}{12}},\sqrt[3]{x^{\frac{20}{3}}},\left(x^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{7}{8}},x^{\frac{5}{6}}$．上六式ノ連乗積ヲ問フ

第十二　$\left(\dfrac{ab^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{(ab)}}\right)^{\frac{3}{4}}$．上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第十三 $\left\{\left(\frac{a}{b}\right)^{[illegible]}\right\}^{[illegible]}$ 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第十四 $\frac{\left\{(a^{-1})^{\frac{1}{2}}\cdot(a^{-\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}\right\}^{2}}{\left\{\sqrt{a^{-1}}\sqrt{a^{-1}}\sqrt{a}\right\}^{2}}$ 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第十五 $\frac{\left\{(a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}\cdot(a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}\right\}^{2}}{[illegible]}\div\left\{\left(\frac{a}{b}\right)\right\}^{2}$ 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第十六 $a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}+1$ ヲ乗ズレバ所得ノ乗積如何

第十七 $a^{\frac{1}{2}}-2a^{\frac{1}{4}}+a^{\frac{1}{2}}$ ト $a^{\frac{1}{4}}-a^{-\frac{1}{4}}$ ヲ乗ズレバ所得ノ乗積如何

第十八 $a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}$ ト $a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}$ ヲ乗ズレバ所得ノ乗積如何

第十九 $a^{\frac{3}{2}}-2a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}$ ヲ $a^{\frac{1}{2}}-1$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十 $x^{\frac{3}{2}}-xy^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}y-y^{\frac{3}{2}}$ ヲ $x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十一 $a^{\frac{4}{3}}+a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{4}{3}}$ ヲ $a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第二十二 $\frac{a^{\frac{3}{2}}-ab^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{2}}b-b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{5}{2}}-a^{2}b^{\frac{1}{2}}+3a^{\frac{3}{2}}b-3ab^{\frac{3}{2}}+a^{\frac{1}{2}}b^{2}-b^{\frac{5}{2}}}$ 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第二十三 $a^{\frac{4}{3}}-2a+3a^{\frac{2}{3}}-2a^{\frac{1}{3}}+1$ 上式ノ平方根ヲ問フ

第二十四 $a-a^{\frac{1}{2}}-3\left(a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{6}}\right)$ 上式ノ立方根ヲ問フ

第二十五 $a^{2}+\frac{1}{4}\sqrt{\left\{b^{2}c^{2}\right\}}-\sqrt{b^{2}c^{2}}\sqrt{(a^{2}bc)}$ 上式ノ平方根ヲ問フ

虚數論

第二百二十三節 第百九十九節ニ於テ負數ノ偶次ノ根ハ虚數ニシテ解ル能ハザル者ナリト謂ヘリ今此ニ數個ノ例ヲ擧ゲ其ノ理ヲ明ニスベシ乃チ代數式a^{2}ニ負號ヲ冠スレバ所得ノ式ノ平方根ハ求ル能ハズ其故如何トナレバ $(+a)^{2}=a^{2}$、$(-a)^{2}=+a^{2}$ ナルガ故ナリ此ニ由テ根數式 $\sqrt{(-a^{2})}$ ハ實數ニアラズ然レドモ此ノ如キ式ハ解析ノ間ニ於テ數々顯ハレ、解ニシテ其用鮮カラズ此ニ由テ茲ニ虚數式ノ算法ヲ論セントス

第二百二十四節 若シ實數ト虚數トヲ聯合セシ式アレバ虚數アルノ故ヲ以テ其全式ヲ虚數ト云フ故ニ二項式 $4+\sqrt{(-3)}$ ハ虚數ナリ

第二百二十五節 第百九十八節ニ由テ $\sqrt{(-a)}=\sqrt{\{a(-1)\}}=\sqrt{a}\sqrt{(-1)}$ ニシテ又 $\sqrt{(-a^{2}-b^{2}+2ab)}=\sqrt{\{(a-b)^{2}(-1)\}}=(a-b)\sqrt{(-1)}$ ナリ此ニ由テ平方根ナル虚數式ニシテ $a\pm b\sqrt{(-1)}$ 此

ノ如キ形狀ニ化スル能ハザルモノナレ但シ此式中ノaハ實數分ヲ顯シbハ虛數分ノ係數ニシテ$\sqrt{(-1)}$ハ虛數乘子ナリ故ニ一箇ノ符號$\sqrt{(-1)}$ニテ各種ノ二次虛數ヲ顯スヿヲ得ベシ

第二百二十六條　虛數式ノ乘除法ヲ定メンガタメ茲ニ虛數$\sqrt{(-1)}$ヲ累乘シテ所得ノ累數ヲ考フ

$\{\sqrt{(-1)}\}^1=+\sqrt{(-1)}$，$\{\sqrt{(-1)}\}^2=\sqrt{(-1)}\times\sqrt{(-1)}=-1$，

$\{\sqrt{(-1)}\}^3=-1\times\sqrt{(-1)}=-\sqrt{(-1)}$，$\{\sqrt{(-1)}\}^4=-\sqrt{(-1)}\times\sqrt{(-1)}=+1$.

此四式ノ一ヲ以テ順次ニ四乘羃ニ乘スル時ハ五乘羃六乘羃及ヒ八乘羃ノ四式ヲ得ベシ而メ其得ル式亦前ノ四式ト異ナル所ナシ因テ此ノ如ク四式ヲ以テ循環ス

第二百二十七條　正負ノ法則ノ外ハ根數乘除法ノ法則ヲ以テ虛數式ニ施スヿヲ得

假令バ$\sqrt{(-a)}$ト$\sqrt{(-b)}$トヲ相乘セント欲セハ先ヅ各乘子ヨリ虛數乘子ヲ分開セザルヲ得ズ由テ$\sqrt{(-a)}\times\sqrt{(-b)}=\sqrt{a}.\sqrt{(-1)}\times\sqrt{b}.\sqrt{(-1)}=\sqrt{(ab)}\times\{\sqrt{(-1)}\}^2=\sqrt{(ab)}(-1)=-\sqrt{(ab)}$トナル是故ニ乘積實數ニシテ負數ナリ然レモ若シ通例ノ根數式乘法第二百十四條ヲ視ミテ施セバ$\sqrt{(-a)}\times\sqrt{(-b)}=\sqrt{\{(-a)(-b)\}}=\sqrt{(ab)}$トナル是故ニ乘積ノ正負合ハズ

又前同法ニテ$\{-\sqrt{(-a)}\}\times\{-\sqrt{(-b)}\}=+\sqrt{(ab)}(-1)=-\sqrt{(ab)}$，$\{+\sqrt{(-a)}\}\times\{-\sqrt{(-b)}\}=-\sqrt{(ab)}.(-1)=+\sqrt{(ab)}$ヲ得是故ニ同號ハ負號ヲ生シ異號ハ正號ヲ生ズ此ニ由テ左ノ定理アリ

第一　兩虛數ノ相乘積ハ實數ナリ但シ乘積ノ正負ヲ定ルノ法ハ實數ノ乘法ト相反ス

又前同法ニテ虛數ノ除法ヲ行フヿヲ得ベシ假令バ

$$\frac{+\sqrt{(-ab)}}{+\sqrt{(-a)}}=\frac{+\sqrt{(ab)}.\sqrt{(-1)}}{+\sqrt{a}.\sqrt{(-1)}}=+\sqrt{b},\quad \frac{-\sqrt{(-ab)}}{+\sqrt{(-a)}}=\frac{-\sqrt{(ab)}.\sqrt{(-1)}}{+\sqrt{a}.\sqrt{(-1)}}=-\sqrt{b},$$
トナリ

同號ハ正號ヲ生シ異號ハ負號ヲ生ズ此ニ由テ左ノ定理アリ

第二　虛數ヲ以テ虛數ヲ除スル時ハ所得ノ商實數ナリ而メ其商ノ正負ヲ定ルノ法ハ實數ノ除法ニ同シ

第二百二十八條　方程式$a+b\sqrt{(-1)}=a'+b'\sqrt{(-1)}$……[1]ニ於テ$a$，$a'$，$b$，$b'$皆實數ナレバ實數ヲ前邊ニ集メ虛數ヲ後邊ニ集ルトキ$a-a'=(b'-b)\sqrt{(-1)}$……[2]ヲ得此式ニ於テ$a$，$a'$ハ當等ナルベシ其故如何トナレハ若シ$a$，$a'$不等ナル時ハ[2]式ノ前邊空數ニアラズシテ實數トナリ然レモ後邊ハ虛數ナルニアラザレバ空數ナリ故ニ兩邊當等ナラズ由テ不合理ナリ是故ニa，a'ハ當等ナルベシ此ニ由テ[2]式變シテ$0=(b'-b)\sqrt{(-1)}$トナル是故ニb，b'亦當等ナルベシ若シ不等ナレバ此方程式ノ後邊空數ナル能ハズ此ニ由テ左ノ定理アリ兩虛數式等シケレバ兩式ノ實數分相等シク虛數分ノ係數亦相等シ

虛數論問題

第一　$a\sqrt{(-c)}$ニ$b\sqrt{(-d)}$ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第二　$3\sqrt{(-6)}$ニ$\sqrt{(-15)}$ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第三　$-\sqrt{(-ac)}$ニ$\sqrt{(-ad)}$ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第四　$3\sqrt{(-2)}$ニ$\sqrt{5}$ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第五　$3+\sqrt{(-5)}$ニ$7-\sqrt{(-5)}$ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第六　$\sqrt{a}+\sqrt{(-c)}$ニ$\sqrt{(-a)}+\sqrt{c}$ヲ乘ズレバ所得ノ乘積如何

第七　$3\sqrt{(-10)}$ヲ$3\sqrt{(-2)}$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第八　$a\sqrt{(-b)}$ヲ$c\sqrt{(-d)}$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第九　$\frac{\sqrt{(-1)}}{b\sqrt{(-3)}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第十　a^2+b^2ヲ$a+b\sqrt{(-1)}$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十一　$a^2+\sqrt{(-a)}$ヲ$a-\sqrt{(-a)}$ニテ除スレバ所得ノ商如何

第十二　$(a+\sqrt{(-b)})^4$. 上式ノ詳式ヲ開ケ

第十三　$\left(\frac{-1\pm\sqrt{(-3)}}{2}\right)^3$. 上式ノ詳式ヲ開ケ

第十四　$\left(\frac{1\pm\sqrt{(-3)}}{2}\right)^4$. 上式ノ詳式ヲ開ケ

第十五　$\frac{a^2}{b}-y^2+2ay\sqrt{\left(-\frac{1}{b}\right)}$. 上式ノ平方根ヲ開ケ

第十六　$a+y^2+b\sqrt{(-c)}=c+b+2y\sqrt{(-a)}$. 上ノ方程式ニ於テ$a$ cノ値正ノ實數ナレバ實數ナルガyノ値如何

無窮平方根之性質

第二百二十九條　無窮平方根ニ一定ノ性質アリ最深ノ算學ニ於テ必需トナス由テ左ニ順次ニ論セントス

左ノ論中用フル所ノ根數式ハ總テ最簡式ニ變化セシモノニシテ根數分ハ無窮根數ヲ謂フナリ

第一　兩無窮平方根ノ根數分不同ナレバ其相乘積亦無窮平方根ナリ

論　兩無窮平方根ヲ$a\sqrt{b}$, $c\sqrt{d}$トセバ此兩式ノ相乘積ハ$ac\sqrt{(bd)}$ナリ然ルニb d不同數ナルガ故ニ此兩數ニ必ズ不同素子アリ然ラバ此兩數ノ相乘積ノ平方根亦無窮根數ナラザルヲ得ズ若シ然ラザレバ前ノ兩根數式未ダ最簡式ニアラザルナリ是故ニ$ac\sqrt{(bd)}$ハ無窮根數ナルヲ知ル

第二　根數分不同ナル兩無窮平方根ノ和ト差トハ何レモ常數ニ等シカラズ

論　兩無窮平方根ヲ$\sqrt{a}$ $\sqrt{b}$トシ常數ヲcトシテ若シ$\sqrt{a}+\sqrt{b}=c$……(一)ヲ得ベシトセバ動式ノ兩端ヲ自乘シ$a+b$ヲ後端ニ轉ズレバ$2\sqrt{(ab)}=c^2-a-b$……(二)ヲ得是レ無窮根數ト常數ト等シキヿヲ顯ス所ノ方程式ニシテ不合理ナリ是故ニ方程式(一)ハ虚僞ノ式ナルヲ知ル又同法ヲ以テ根數分不同ナル兩無窮平方根ノ差ハ常數ニ等シカラザルヲ證明シ得ルヿヲ得

第三　根數分不同ナル兩無窮平方根ノ和ト差トハ何レモ他ノ無窮平方根ニ等シカラズ

論　常數ヲcトシ$\sqrt{a}$ $\sqrt{b}$ヲ無窮平方根トシ若シ$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{c}$ヲ得ベシトセバ此式ノ兩端ヲ自乘シテ常數ヲ後端ニ轉ズレバ$2\sqrt{(ab)}=c-a-b$ヲ得是レ無窮根數ト常數ト等シキヿヲ顯ス所ノ方程式ニシテ不合理ナリ是故ニ初メ假定スル所ノ方程式ハ虚僞ノ式ナルヲ知ル

第四　方程式ノ各端ニ常數ト無窮平方根トヲ具有セバ常數ハ常數ニ等シク根數ハ根數ニ等シ

論　$a+b\sqrt{c}=x+y\sqrt{z}$トセバ移項法ニ由テ$b\sqrt{c}-y\sqrt{z}=x-a$ヲ得此式ノ後端常數ナルガ故ニ第二論ニ由テ兩無窮平方根ノ根數分同一ナルニアラザレバ此方程式不合理ナリ是故ニ$\sqrt{c}=\sqrt{z}$ナラザルヲ得ズ既ニ由テ此式變シテ$(b-y)\sqrt{c}=x-a$トナル此式亦$b-y=0$, $x-a=0$ナルニアラザレバ不合理ナリ其故何トナレバ無窮根數ハ常數ニ等シカラズ又零數ニ等シカラザルガ故ナリ此ニ由テ初ノ方程式ニ於テ$a=x$, $b\sqrt{c}=y\sqrt{z}$ナルヲ知ル

根数二項式開平方

第二百三十節　二項式ノ一項若クハ両項倶ニ無窮根数ナルモノヲ根数二項式ト云フ設令バ $3+\sqrt{5}$, $\sqrt{7}-\sqrt{2}$ 此ノ如シ

註　茲ニ謂フ所ノ根数二項式ハ無窮平方根二項式ニ限ルト知ルベシ

第二百三十一節　根数二項式ノ形状 $a\pm\sqrt{b}$ 或ハ $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ 此ノ如クナレバ之ヲ自乗スル時再タビ根数二項式ヲ得ベシ設令バ $(3+\sqrt{5})^2=14+6\sqrt{5}$ ニシテ $(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2=9-2\sqrt{14}$ ナリ此ニ由テ $a\pm\sqrt{b}$ 此ノ如キ形状ナル無窮根数ハ二乗冪ニ適合スルコトアリ

第二百三十二節　根数二項式 $a\pm\sqrt{b}$ ノ平方根ヲ求ムルノ法ヲ定メンガタメ先ヅ $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{(a+\sqrt{b})}$ ……〔一〕トス但シ仮設無窮根数ナルガ故ニ前箇ナル一項若クハ両項倶ニ無窮根数ナラザルヲ得ズ今此式ノ両端ヲ自乗セバ $x+2\sqrt{(xy)}+y=a+\sqrt{b}$ ……〔二〕ヲ得第二百二十九節ニ由テ $x+y=a$ ……〔三〕, $2\sqrt{(xy)}=\sqrt{b}$ ……〔四〕ナルヲ知ル〔三〕式ヨリ〔四〕式ヲ減ジ所得ノ式ノ両端ヲ平方ニ開ケバ $\sqrt{x}-\sqrt{y}=\sqrt{(a-\sqrt{b})}$ ……〔五〕ヲ得此〔五〕式ト〔一〕式トヲ相乗セバ $x-y=\sqrt{(a^2-b)}$ ……〔六〕ヲ得此〔六〕式ト〔三〕式トヲ加減セバ $x=\frac{1}{2}\{a+\sqrt{(a^2-b)}\}$ ……〔七〕 $y=\frac{1}{2}\{a-\sqrt{(a^2-b)}\}$ ……〔八〕ヲ得

〔七〕〔八〕ノ両式ニ依テ a^2-b 若シ二乗冪ニ適フ時ハ x y ノ値常数ナルコト明ナリ且又〔七〕式ノ x〔八〕式ノ y ハ倶ニ〔一〕式ト〔五〕式ノト形状ニ合フ此ニ由テ根数二項式ノ平方根ヲ求ルノ法左ノ如シ

常数ヲ a トシ無窮根数ヲ $\sqrt{b}$ トシテ〔七〕式ヨリ x ノ値ヲ発見シ〔八〕式ヨリ y ノ値ヲ発見スベシ原式若シ $a+\sqrt{b}$ 此ノ如クナレバ所要ノ平方根ヲ $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ トシ原式若シ $a-\sqrt{b}$ 此ノ如クナレバ所要ノ

平方根ヲ $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ トナスベシ

根数二項式開平方問題

第一　$7+4\sqrt{3}$. 上式ノ平方根ヲ開ケ

演解　$a=7$, $\sqrt{b}=4\sqrt{3}$ ナリ故ニ $b=48$ ヲ得此ニ由テ $x=\frac{1}{2}\{7+\sqrt{(49-48)}\}=4$, $y=\frac{1}{2}\{7-\sqrt{(49-48)}\}=3$ ヲ得由テ $\sqrt{x}+\sqrt{y}=2+\sqrt{3}$ ヲ以テ所要ノ平方根トス

第二　$11-8\sqrt{(-5)}$. 上式ノ平方根ヲ開ケ

演解　$a=11$, $\sqrt{b}=8\sqrt{(-5)}$ ナリ故ニ $b=-320$ ヲ得此ニ由テ $x=\frac{1}{2}\{11+\sqrt{(121+320)}\}=16$, $y=\frac{1}{2}\{11-\sqrt{(121+320)}\}=-5$ ヲ得由テ $\sqrt{x}-\sqrt{y}=4-\sqrt{(-5)}$ ヲ以テ所要ノ平方根トス

第三　$5m^2-c+4m\sqrt{(m^2-c)}$. 上式ノ平方根ヲ開ケ

演解　$a=5m^2-c$, $b=16m^4-16m^2c$ ナリ由テ

$x=\frac{1}{2}\{5m^2-c+\sqrt{[(5m^2-c)^2-(16m^4-16m^2c)]}\}=4m^2$,

$y=\frac{1}{2}\{5m^2-c-\sqrt{[(5m^2-c)^2-(16m^4-16m^2c)]}\}=m^2-c$ 故ニ $\sqrt{x}+\sqrt{y}=2m+\sqrt{(m^2-c)}$ ヲ以テ問ニ答フ

左ノ各式ノ平方根ヲ開ケ

第四　$11+6\sqrt{2}$.　第五　$7-4\sqrt{3}$.　第六　$7-2\sqrt{10}$.　第七　$94+42\sqrt{5}$.

第八　$28+10\sqrt{3}$.　第九　$np+2m^2-2m\sqrt{(np+m^2)}$.

第十　$4a+2\sqrt{(a-1)}$．　第十一　$7+30\sqrt{(-2)}$．

左ノ各式ノ根ヲ開ケ

第十二　$\sqrt{\{16+30\sqrt{(-1)}\}}+\sqrt{\{16-30\sqrt{(-1)}\}}$．

第十三　$\sqrt{(11+6\sqrt{2})}+\sqrt{(7-2\sqrt{10})}$．

第十四　$\sqrt{(31+15\sqrt{(-5)})}+\sqrt{(-1+4\sqrt{(-5)})}$．

第十五　$\sqrt[4]{(17+12\sqrt{2})}$．

第十六　$\sqrt{27}+2\sqrt{6}$．上式ノ平方根ヲ開ケ

　　題解　$\sqrt{27}+2\sqrt{6}=(3+2\sqrt{2})\sqrt{3}$ ナリ因レテ　$\sqrt{(3+2\sqrt{2})}=\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{2}+1$　ナリ

　　故ニ　$\sqrt{(\sqrt{27}+2\sqrt{6})}=(\sqrt{2}+1)\sqrt[4]{3}=\sqrt[4]{12}+\sqrt[4]{3}$．答

第十七　$\sqrt{32}-\sqrt{24}$．上式ノ平方根ヲ開ケ

第十八　$3\sqrt{5}+\sqrt{40}$．上式ノ平方根ヲ開ケ

第十九　$\sqrt{27}+\sqrt{15}$．上式ノ平方根ヲ開ケ

第二十　$1+(1-a^2)^{-\frac{1}{2}}$．上式ノ平方根ヲ開ケ

完數法

第二百三十三條　分數式ノ分母若シ無竆根數ナレバ之ヲ化シテ常數トナスヲ要スルコトアリ此ノ如ク分數式ヲ變化セバ大概其値ヲ算スルノ法容易ナリ此化法唯分母子ニ同乘子ヲ乘スルニ過ギズ乘法ヲ以テ根數式ヲ常數式ニ化スルノ法ヲ完數法ト云フ今茲ニ緊要ナル題ニ臨テ無竆根數ヲ常數ニ化スベキ轉乘子ヲ發見スルノ法ヲ考究セントス

第二百三十四條　根數一項式ヲ常數ニ化スベキ轉乘子ヲ發見スルノ法

此題ニ在テハ轉乘子ハ根數式ト同元ニシテ原式ノ指數ト一ノ差ヲ指數ニ有スルナリ其故何トナレバ　$a^{\frac{1}{n}}\times a^{1-\frac{1}{n}}=a$　ヲ以テ各式トスルガ故ナリ

例一　$\sqrt{a}$ ヲ常數ニ化スベキ轉乘子ヲ問フ

　　題解　$\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$ ナリ故ニ $\sqrt{a}$ ヲ所要ノ轉乘子トシテ問ニ答フ

例二　$a^{\frac{2}{3}}$ ヲ常數ニ化スベキ轉乘子ヲ問フ

　　題解　$a^{\frac{2}{3}}\times a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{3}{3}}=a$ ナリ故ニ $a^{\frac{1}{3}}$ ヲ所要ノ轉乘子トシテ問ニ答フ

第二百三十五條　根數二項式 $a\pm\sqrt{b}$ 或ハ $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ ヲ化シテ常數トナスベキ轉乘子ヲ發見スルノ法固ヨリ然ルハ同シモ二ノ轉乘冪ニ相當スルモノトナス

　註　二ノ轉乘冪トハ四、八、十六等ノ如ク二ヲ轉乘セシ冪數ヲ云フナリ

兩數ノ和ト差トノ相乘積ハ兩數ノ自乘ノ差ニ等シ由テ此題ノ題ニ在テハ根數二項式ノ尾項ノ正負ヲ一變シタル二項式ヲ轉乘子トシテ原式ト相乘セバ所得ノ乘積ナル各項ノ指數ハ原指數ノ半ナラザルヲ得ズ故ニ若シ二ノ轉乘冪ニ相當セバ此法ヲ再三シテ兩項ヲ常數ニ化スルコトヲ得ベシ

例一　$a+\sqrt{c}$．上式ヲ常數ニ化スベキ轉乘子ヲ問フ

　　題解　$(a+\sqrt{c})(a-\sqrt{c})=a^2-c$ ナリ故ニ $a-\sqrt{c}$ ヲ以テ所要ノ轉乘子トシテ問ニ答フ

例二　$\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}$．上式ヲ常數ニ化スベキ轉乘子ヲ問フ

　　題解　$(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b})=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ ナリ又 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})=a-b$ ナリ此ニ由テ

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a+\sqrt{b})$ ヲ所要ノ轄乗子トシテ問ニ答フ

三項式若シ二次ノ根數ノミヲ有スルトキハ前同法ヲ以テ之ヲ常數ニ化スルヿヲ得ベシ

例三 $\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3}$. 上式ヲ常數ニ化スベキ轄乗子ヲ問フ

演算

$$\begin{array}{l}
\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3}\\
\underline{\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3}}\\
5+\sqrt{10}-\sqrt{15}\\
\quad\sqrt{10}+\quad 2-\sqrt{6}\\
\underline{\qquad\qquad\sqrt{15}+\sqrt{6}-3}\\
4+2\sqrt{10}\\
\underline{4-2\sqrt{10}}\\
16-40=-24
\end{array}$$

故ニ

$(\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3})(4-2\sqrt{10})$

ヲ所要ノ轄乗子トシテ問ニ答フ

是故ニ根數三項式ノ一項ノ正負ヲ變換シ所得ノ式ト原式ト相乗シ所得ノ乘積ヲ以テ再ヒ同法ヲ行ヘバ常數式ヲ得ベシ

第二百三十六條　根數二項式ヲ常數ニ化スル公法

根數二項式ヲ $a^{\frac{1}{p}}\pm b^{\frac{1}{q}}$ トシ $x=a^{\frac{1}{p}}$, $y=b^{\frac{1}{q}}$ トシテ p ト q トノ最小公倍數ヲ n トセバ x^n 及 y^n ハ必ズ常數ナリ然ルニ第八十一條ニ據レバ n ガ奇數ナルトキハ x^n+y^n ハ $x+y$ ヲ以テ約スベク n ガ偶數ナルトキハ x^n-y^n ハ $x+y$ ヲ以テ約スベク又 n ノ奇偶ニ係ハラズ x^n-y^n ハ $x-y$ ヲ以テ約スベシ故ニ此約商ハ各約數ヲ

化シテ常數トナスベキ轄乗子ナルベシ此ニ由テ左ノ三法ヲ定ム

第一　n ガ奇數ナレバ $a^{\frac{1}{p}}+b^{\frac{1}{q}}$ ノ轄乗子ハ $\dfrac{x^n+y^n}{x+y}$ ナリ

第二　n ガ偶數ナレバ $a^{\frac{1}{p}}\pm b^{\frac{1}{q}}$ ノ轄乗子ハ $\dfrac{x^n-y^n}{x\pm y}$ ナリ

第三　n ノ奇偶ニ係ラズ $a^{\frac{1}{p}}-b^{\frac{1}{q}}$ ノ轄乗子ハ $\dfrac{x^n-y^n}{x-y}$ ナリ

例　$a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{3}}$. 上式ヲ常數ニ化スベキ轄乗子ヲ問フ

演算　此根數式ニテハ $n=6$ ナリ故ニ第二法ニ由テ轄乗子ヲ求ム

$$\frac{x^6-y^6}{x+y}=\frac{a^3-b^2}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{3}}}=a^{\frac{5}{2}}-a^2b^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{2}{3}}-ab+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{4}{3}}-b^{\frac{5}{3}}.\quad 答$$

此答式ノ正否ヲ證スルヿ左ノ如シ

$(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{3}})\times(a^{\frac{5}{2}}-a^2b^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{2}{3}}-ab+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{4}{3}}-b^{\frac{5}{3}})=a^3-b^2$. 是故ニ常數ヲ得

完數法問題

左ノ分數式ヲ常數ナル分母ヲ有スルモノニ化スレバ如何

第一　$\frac{a}{\sqrt{a}}$.　第二　$\frac{\sqrt{10}-\sqrt{15}}{\sqrt{6}}$.　第三　$\frac{a}{\sqrt[3]{a}}$.　第四　$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}$.

第五　$\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}}$.　第六　$\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$.　第七　$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$.　第八　$\frac{\sqrt{11}+\sqrt{5}}{\sqrt{11}-\sqrt{5}}$.

左ノ分數式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第九　$\frac{8}{\sqrt{11}+\sqrt{3}}$.　第十　$\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{\sqrt{10}-\sqrt{6}}$.　第十一　$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{(-3)}}{\sqrt{5}+\sqrt{(-3)}}$.

第十二　$\frac{(3+\sqrt{3})(3+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)}{(5-\sqrt{5})(\sqrt{3}+1)}$.　第十三　$\frac{1+a+\sqrt{(1-a^2)}}{1+a-\sqrt{(1-a^2)}}$.

第十四　$\frac{\sqrt{(a^2+a)}+\sqrt{(a^2-a)}}{\sqrt{(a^2+a)}-\sqrt{(a^2-a)}}$.　第十五　$\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.

第十六　$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$.

第十七　$\sqrt{5}-\sqrt[3]{2}$.　上式ヲ常數ニ化スベキ轉乘子ヲ問フ

左ノ各式ノ值常數ナレバMノ值如何

第十八　$(\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{3})\times M$.　第十九　$(\sqrt[3]{9}+\sqrt{5})\times M$.

第二十　$(\sqrt{5}+\sqrt[3]{2})\times M$.

左ノ各式ノ分母ヲ常數ニ化スレバ如何

第二十一　$\frac{\sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{3}}$.　第二十二　$\frac{ab}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}$.

第二十三　$\frac{a}{a+\sqrt[3]{b}}$.　第二十四　$\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}$.

第二十五　$\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{(ab)}+\sqrt[3]{b^2}}$.

根數方程式

第二百三十七節　方程式ノ未知元若シ根數體ノ內ニ在レバ此方程式ヲ根數方程式ト云フ

第二百三十八節　根數方程式ヲ解スルノ法ハ未知元ノ根數ヲ帶ニ諸項ヲ常數ニ化スルナリ列項若シ分數ヲ帶ルモノニ遇ヘバ常法ノ如ク分母ヲ去ルベシ然レ共此際ニ大概乘方ノ法ニ外ナラズ

例一　$\sqrt{(x+11)}+\sqrt{(x-4)}=5$.　上ノ方程式ヨリxノ值ヲ發見スベシ

解法　先ヅ前節ノ尾項ヲ後節ニ轉スレバ　$\sqrt{(x+11)}=5-\sqrt{(x-4)}$　ヲ得此式ノ兩節ヲ自乘セバ　$x+11=x+21-10\sqrt{(x-4)}$　トナル常數ヲ後節ニ集メ根數ヲ前節ニ轉ズレバ　$10\sqrt{(x-4)}=10$　トナル兩節ヲ十約シテ自乘セバ　$x-4=1$　ヲ得由テ　$x=5$　ナリ

例二　$\frac{\sqrt{x}-\sqrt{(x-5)}}{\sqrt{x}+\sqrt{(x-5)}}=\frac{4x-35}{5}$.　上ノ方程式ヨリxノ值ヲ發見スベシ

解法　前節ナル分數ノ分子　$\sqrt{x}-\sqrt{(x-5)}$　ヲ前節ノ分母子ニ乘ズレバ　$\frac{2x-5-2\sqrt{(x^2-5x)}}{5}$

$=\frac{4x-35}{5}$ ヲ得(第二百三十五條ヲ觀ヨ)諸節ノ分母ヲ去テ類項ヲ同加異減セバ $-2\sqrt{(x^2-5x)}=2x-30$ ヲ得此式ノ兩節ヲ二約セバ $-\sqrt{(x^2-5x)}=x-15$ ヲ得此式ノ兩節ヲ自乘シ所得ノ式ノ類項ヲ同加異減セバ $25x=225$ ヲ得由テ $x=9$ ナリ

例三 $\frac{a}{\sqrt{x}+\sqrt{a}}+\frac{m\sqrt{a}}{x-a}=\frac{m}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}$ 上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法 諸分母ノ最小公倍數 $x-a$ 即チ $(\sqrt{x}+\sqrt{a})(\sqrt{x}-\sqrt{a})$ ヲ以テ皆ヲ諸項ニ乘ズレバ $a(\sqrt{x}-\sqrt{a})+m\sqrt{a}=m(\sqrt{x}+\sqrt{a})$ ヲ得之ヲ解テ兩節ヨリ $m\sqrt{a}$ ヲ去リ前節ナル $-a\sqrt{a}$ ヲ後節ニ轉シ後節ナル $m\sqrt{x}$ ヲ前節ニ轉シテ約節ヲ括レバ $(a-m)\sqrt{x}=a\sqrt{a}$ ヲ得此ニ由テ $\sqrt{x}=\frac{a\sqrt{a}}{a-m}$ ヲ得故ニ $x=\frac{a^3}{(a-m)^2}$ ナリ

根數方程式解法問題

左ノ方程式ヨリ未知元xノ値ヲ發見スベシ

第一 $\sqrt{(x+7)}+\sqrt{x}=7$.

第二 $x+3=\sqrt{(x^2-4x+59)}$.

第三 $\sqrt{\{\sqrt{(x+48)}-\sqrt{x}\}}=\sqrt[4]{x}$.

第四 $\sqrt[3]{\{x+2\sqrt{(a+x)}\}}=\sqrt[3]{\{a-\sqrt{(a+x)}\}}$.

第五 $\frac{a}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{a}=\sqrt{\frac{a}{x}}$

第六 $\frac{\sqrt{(1-x)}}{\sqrt{(1+x)}}+\frac{1+x}{\sqrt{(1-x^2)}}=\frac{3x}{\sqrt{(1-x^2)}}$.

第七 $\sqrt{(c+x)}=\frac{\sqrt{(a+x^2)}}{\sqrt{(c+x)}}$.

第八 $2\sqrt{x}-2\sqrt{(x-32)}=\sqrt{32}$.

第九 $\frac{a}{\sqrt{x}-2}-\frac{a+c}{x-4}=\frac{c}{\sqrt{x}+2}$.

第十 $\frac{\sqrt{(mx)}-\sqrt{m}}{\sqrt{(cx)}-\sqrt{c}}=\frac{\sqrt{x}+m}{\sqrt{x}+c}$

第十一 $a+x+\sqrt{(2ax+x^2)}=b$.

第十二 $a+x+\sqrt{(a^2+x^2)}=b$.

第十三 $\sqrt[3]{(a+x)}=\sqrt[6]{(x^2+8ax+b^2)}$.

第十四 $\frac{1}{x}+\frac{1}{5}=\sqrt{\left\{\frac{1}{25}+\frac{1}{x}\sqrt{\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{x^2}\right)}\right\}}$.

第十五 $\sqrt{(a-x)}=\sqrt[4]{(a+x^2)}$.

第十六 $\frac{\sqrt[3]{(1+x)}}{\sqrt{(2-\sqrt{x})}}=\frac{\sqrt{(2+\sqrt{x})}}{\sqrt[3]{(4+x)}}$.

第十七 $\sqrt{x}+\sqrt{(a+x)}=\frac{2a}{\sqrt{(a+x)}}$.

第十八 $\frac{\sqrt{(6x)}-2}{\sqrt{(6x)}+2}=\frac{4\sqrt{(6x)}-9}{\sqrt{(6x)}+6}$.

第十九 $\sqrt[3]{(64+x^2-8x)}=\frac{4+x}{\sqrt[3]{(4+x)}}$.

第二十 $\frac{ax-1}{\sqrt{(ax)}+1}=4+\frac{\sqrt{(ax)}-1}{2}$.

第二十一 $\frac{ax-b^2}{\sqrt{(ax)}+b}=\frac{\sqrt{(ax)}-b}{n}-c$.

第二十二 $\sqrt{(4a+x)}+\sqrt{(a+x)}=2\sqrt{(x-2a)}$.

第二十三 $\frac{\sqrt{(ax)}-b}{\sqrt{(ax)}+b}=\frac{3\sqrt{(ax)}-2b}{3\sqrt{(ax)}+3b}$.

第二十四 $\frac{\sqrt{(4x+1)}+\sqrt{(4x)}}{\sqrt{(4x+1)}-\sqrt{(4x)}}=9$.

第二十五 $\frac{3\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+2}=\frac{3\sqrt{x}+15}{\sqrt{x}+40}$.

難問四

第一 $\left(-\frac{x^2}{y^2}\right)^4$. 上式ノ値ヲ問フ

第二　$(2+3x+4x^2)^2+(2-3x+4x^2)^2$，上式ノ値ヲ問フ

第三　$x^4-2ax^3+(a^2+2b^2)x^2-2ab^2x+b^4$，上式ノ平方根ヲ問フ

第四　$\sqrt{\left\{\frac{9x^4-24x^2+16}{4x^2-12x+9}\right\}}$．上式ノ値ヲ問フ

第五　$\sqrt{(48ab^2)}+b\sqrt{(75a)}+\sqrt{\{3a(a-9b)^2\}}$．上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第六　$(-a)^{2n+1}$，nノ整數ナレバ上式ノ値如何

第七　$(-x^2y)^{2n+1}\times(-xy)^{2n-1}$，nノ整數ナレバ上式ノ値如何

第八　$a^6b^6-6a^4b^4+12a^2b^2-8$，上式ノ立方根ヲ問フ

第九　$(a-b)^4-2(a^2+b^2)(a-b)^2+2(a^4+b^4)$，上式ノ平方根ヲ問フ

第十　$(x^2+x^{-2})^2-4(x+x^{-1})^2+12$，上式ノ四乘根ヲ問フ

第十一　$(\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{128})\times(\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{250}-\sqrt[3]{128})$，上式ノ値ヲ問フ

第十二　$\frac{ab}{b-a}\pm\sqrt{\left\{\frac{a^2b^2}{(b-a)^2}-\frac{a^2b}{b-a}\right\}}$．上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第十三　$\sqrt{\left\{\frac{ab^3}{c^2}\right\}}+\frac{1}{2c}\sqrt{(a^3b-4a^2b^2+4ab^3)}$，上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第十四　$5\sqrt{2}\times3\sqrt{(4+6\sqrt{2})}$，上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第十五　$\{\sqrt[3]{(12+\sqrt{19})}\}\times\{\sqrt[3]{(12-\sqrt{19})}\}$，上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第十六　$\frac{3^5a^{-1}(a+b)^{\frac{5}{2}}(2+b)^{-\frac{5}{2}}}{32a^5b^{-5}}$．上式ノ五乘根ヲ問フ

第十七　$2^9a^9y^9\times\frac{(a+b)^{27}}{a^9}$．上式ノ九乘根ヲ問フ

第十八　$\left\{a+\frac{p}{2}+\sqrt{\left(q+\frac{p^2}{4}\right)}\right\}\times\left\{a+\frac{p}{2}-\sqrt{\left(q+\frac{p^2}{4}\right)}\right\}$．上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第十九　$\sqrt[3]{(29+4\sqrt{30})}\times\sqrt[3]{(29-4\sqrt{30})}$，上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第二十　$\left(\sqrt[m]{\frac{a}{b}}\cdot\sqrt[n]{\frac{b}{a}}\right)^{mn}$．上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第二十一　$\left\{\sqrt[3]{a}\,a^{-\frac{1}{3}}+\sqrt[3]{a}\sqrt{(a^{\frac{1}{3}}b)}\right\}\times\left\{\sqrt[3]{a}\,a^{-\frac{1}{3}}-\sqrt[3]{a}\sqrt{(a^{\frac{1}{3}}b)}\right\}$．上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第二十二　$\sqrt{\{a^2+\sqrt[3]{(a^4b^2)}\}}+\sqrt{\{b^2+\sqrt[3]{(a^2b^4)}\}}$ヲ變シテ$(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$トナスベシ

第二十三　$2\sqrt[3]{(24\sqrt[3]{18})}+\sqrt{(2\sqrt{12})}$，上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第二十四　$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^3$，上式ノ詳式ヲ問フ

第二十五　$\frac{b}{\sqrt[3]{a}}\cdot\sqrt[3]{(ac)}\cdot\frac{\sqrt[3]{c^2}}{\sqrt[3]{b}}$，上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第二十六　$\frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}+3\sqrt{\frac{1}{2}}}$，上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第二十七 $\left\{\frac{2\sqrt{3.2\sqrt[4]{(108)}}}{3\sqrt[6]{(72)}.3(3)^{\frac{1}{3}}}\right\}^{\frac{1}{2}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第二十八 $\left\{\frac{\frac{4}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}-2\sqrt{\frac{1}{5}}}{\frac{1}{2}\sqrt{5}+\frac{5}{4}\sqrt{\frac{1}{2}}}\right\}^{\frac{1}{2}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第二十九 $\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{(b)})\sqrt{(a-\sqrt{b})}}{(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b})}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第三十 $\left\{\frac{(\sqrt{5}+2\sqrt[3]{5}+\sqrt{(2)})(\sqrt[3]{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt[3]{13}+3\sqrt[3]{13}+\sqrt{3})(\sqrt[3]{13}-\sqrt{3})}\right\}^{\frac{1}{2}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第三十一 $\frac{\frac{1}{4}(\sqrt{5}\mp1)}{\frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{(5\pm\sqrt{5})}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スレバ如何

第三十二 $\frac{\frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{(5\mp\sqrt{5})}}{\frac{1}{4}(\sqrt{5}\pm1)}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第三十三 $\frac{1}{a+\sqrt{(a^2-1)}}+\frac{1}{a-\sqrt{(a^2-1)}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第三十四 $\frac{\sqrt{(18a^5b^3)}+\sqrt{(50a^3b^3)}}{\sqrt{(8a^3b^3)}+\sqrt{(2a^3b-8a^2b^2+8ab^3)}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第三十五 $\frac{a-b\sqrt{(-1)}}{a+b\sqrt{(-1)}}+\frac{a+b\sqrt{(-1)}}{a-b\sqrt{(-1)}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第三十六 $\{b+\sqrt{(2a-b^2)}\}^4+\{b-\sqrt{(2a-b^2)}\}^4$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第三十七 $\{b+\sqrt{(2a-b^2)}\}^4-\{b-\sqrt{(2a-b^2)}\}^4$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第三十八 $\{a+b\sqrt{(-1)}\}^4+\{a-b\sqrt{(-1)}\}^4$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第三十九 $\left(\frac{a}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{(b^2-4ac)}\right)\times\left(\frac{a}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{(b^2-4ac)}\right)$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第四十 $x+y+z+2\sqrt{(xy+yz)}$. 上式ノ平方根ヲ開ケ

第四十一 $\frac{\sqrt[3]{x^4}+\sqrt[3]{(x^2y^2)}-\sqrt[3]{(x^3y)}}{\sqrt[3]{x^4}+\sqrt[3]{(xy^3)}-\sqrt[3]{(x^3y)}-\sqrt[3]{y^4}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第四十二 $\sqrt{\{a^2-\sqrt{(a^4-x^4)}\}}\times\sqrt{\{a^2+\sqrt{(a^4-x^4)}\}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第四十三 $\frac{1}{2}(a+b)+\sqrt{\{(a+2)(b-2)\}}$. 上式ノ平方根ヲ開ケ

第四十四 $\left(a-\frac{b}{2}\right)^2+2\sqrt{\left\{a^3b-2a^2b^2+\frac{ab^3}{4}\right\}}$. 上式ノ平方根ヲ開ケ

第四十五 $\frac{a}{b}\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{m}{n}}\times\frac{a}{b}\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}\times\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m-n}{n}}\times\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{m+n}{n}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第四十六 $\left\{(x^2-3)^{\frac{n}{m}}+(x^2+3)^{\frac{m}{n}}\right\}\times\left\{(x^2-3)^{\frac{n}{m}}-(x^2+3)^{\frac{m}{n}}\right\}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第四十七 $\left\{\sqrt{(1-x)}+\frac{1}{\sqrt{(1+x)}}\right\}\div\left\{1+\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)}}\right\}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第四十八 $\frac{8-5\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第四十九 $x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{3}}$. 上式ヲ相乘シテ乘積ヲ常數トナスベキ乘因子ヲ開ケ

第五十 $\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第五十一 $\frac{\sqrt{(3+\sqrt{5})}-\sqrt{(5-\sqrt{5})}}{\sqrt{(3+\sqrt{5})}+\sqrt{(5-\sqrt{5})}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第五十二 $\sqrt{\left\{\frac{2-\sqrt{(2+\sqrt{2})}}{2+\sqrt{(2+\sqrt{2})}}\right\}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第五十三 $\frac{2\sqrt{(2+\sqrt{3})}}{4+\sqrt{6}-\sqrt{2}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第五十四 $\sqrt{\left\{\frac{\sqrt{(a^2+x^2)}+\sqrt{(2ax)}}{\sqrt{(a^2+x^2)}-\sqrt{(2ax)}}\right\}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第五十五 $\sqrt[m]{\{(1+c)(1-c)^{1-m}\}}+\sqrt[m]{\{(1-c)(1+c)^{1-m}\}}+2\sqrt[m]{\{-(c^2-1)^{m+1}\}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第五十六 負數ノ一個ノ四乘根ヲ平方根式ヲ以テ顯セバ如何

第五十七 $\frac{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}+\frac{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

第五十八 $a-x$ ヲ $a^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{3}}$ ニテ除スレバ所得ノ商如何

第五十九 $x^{-\frac{m}{3}}+y^{\frac{n}{3}}$ ニテ $x^{-m}+y^{n}$ ヲ除スレバ所得ノ商如何

第六十 $\frac{y^2}{x}+\frac{x^2}{4y}+\frac{2y^{\frac{3}{2}}-x^{\frac{3}{2}}}{(xy)^{\frac{1}{2}}}$. 上式ノ平方根ヲ開ケ

第六十一 $\left\{-(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}})^{3}+(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}})^{3}\right\}\div\sqrt[3]{(ab)}$. 上式ノ値ヲ開ケ

第六十二 ax^2+bx+c. 上式ニ於テxニ $\frac{-b\pm\sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$ ヲ代用セバ所得ノ式如何

第六十三 $x^3+3px-2q$. 上式ニ於テxニ $\{q+\sqrt{(q^2+p^3)}\}^{\frac{1}{3}}+\{q-\sqrt{(q^2+p^3)}\}^{\frac{1}{3}}$ ヲ代用セバ所得ノ式如何

第六十四 $\{\sqrt{5}-1\pm\sqrt{[-(\sqrt{5}+1)2\sqrt{5}]}\}^{4}$ 上式ノ括弧ヲ去レバ如何

第六十五 $\sqrt{(4a+x)}=2\sqrt{(b+x)}-\sqrt{x}$. 上ノ方程式ヨリ$x$ノ値ヲ發見スベシ

第六十六 $\left\{\frac{m}{\sqrt{(m+1)}}+\sqrt{(m-1)}\right\}^{\frac{1}{2}}+\left\{\frac{m}{\sqrt{(m+1)}}-\sqrt{(m-1)}\right\}^{\frac{1}{2}}$. 上式ヲ最簡式ニ化スベシ

◯二次方程式ヲ論ズ

第二百三十九條　二次方程式ニ二類アリ其一ヲ二次正方式ト云ヒ其二ヲ二次雜方式ト云フ

二次正方式解法

第二百四十條　二次正方式トハ未知元ノ二乘羃ヲ具有シ一乘羃ヲ具有セザル二次方程式ヲ云フナリ譬令バ $3x^2-7=20$ 此ノ如シ

第二百四十一條　二次正方式ハ總テ一次方程式ノ解法ニテ $x^2=a$ 此ノ如キ形狀ニ變化スルヿヲ得ベシ但シ a ハ正數ナルヿアリ負數ナルヿアリ又整數ナルヿアリ分數ナルヿアリト知ルベシ故ニ此方程式ノ兩箇ヲ平方ニ開カバ $x=+\sqrt{a}$ 或ハ $x=-\sqrt{a}$ ヲ得ルナリ

是故ニ二次正方式ハ同數異號ノ兩箇アリ

例　$\frac{x^2-4}{6}-\frac{x^2-24}{4}=\frac{x^2}{2}-32$，上ノ方程式ヨリ x ノ値ヲ發見スベシ

解法　$\frac{x^2-4}{6}-\frac{x^2-24}{4}=\frac{x^2}{2}-32$，先ヅ分母ヲ去レバ $2x^2-8-3x^2+72=6x^2-384$ ヲ得此式ノ類項ヲ合スレバ $7x^2=448$ ヲ得此式ノ兩箇ヲ七除セバ $x^2=64$ ヲ得故ニ開方ノ法ニ由テ $x=\pm8$ ヲ得以テ問ニ答フ

是故ニ二次正方式ノ解法ヲ定ムルヿ左ノ如シ

法則　先ヅ方程式ヲ變化シテ未知元ノ二乘羃ト爲シ他ノ一箇ヲ已知數トナシ然ル後チ兩箇ヲ平方ニ開クベシ

二次正方式解法問題

左ノ方程式ヨリ未知元 x ノ値ヲ發見スベシ

第一　$3x^2-16=x^2+2$.

第二　$9x^2-54=126-3x^2$.

第三　$7x^2+8=57+3x^2+15$.

第四　$3x^2+2a^2=2x^2+a$.

第五　$ax^2+1=(a-x)(a+x)$.

第六　$\frac{x+4}{x-4}+\frac{x-4}{x+4}=\frac{10}{3}$.

第七　$\frac{x+2}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}=\frac{13}{6}$.

第八　$\frac{x+a}{x-a}+\frac{x-a}{x+a}=7$.

第九　$\frac{x}{4}+\frac{4}{x}=\frac{x}{3}+\frac{3}{x}$.

第十　$\frac{x}{a}+\frac{a}{x}=\frac{x}{b}+\frac{b}{x}$.

第十一　$\frac{x^2-8}{6}=1+\sqrt{5}$.

第十二　$\frac{x^2-2\sqrt{2}}{3}-\frac{x^2-3}{2}=1-\sqrt{2}$.

第十三　$\frac{x+a}{x-a}+\frac{x-a}{x+a}=\frac{2(a^2+1)}{(1+a)(1-a)}$.

第十四　$\frac{3x^2}{2}-\frac{2x^2}{3}=1$.

第十五　$\frac{x-4}{12}-\frac{(x-5)(x+5)}{x+4}=x-4$.

二次雜方式解法一

第二百四十二條　二次雜方式トハ未知元ノ二乘羃及ヒ一乘羃ヲ具有スル方程式ヲ云フナリ譬令バ $2x^2-3x=12$ 此ノ如シ

第二百四十三條　二次雜方式ノ公式 $x^2+2ax=b$ 此ノ如シ但シ此式中 $2a$ ト b トハ正數ナルヿアリ負數ナルヿアリ又整數ナルヿアリ分數ナルヿアリト知ルベシ其故何トナレバ若シ方程式ノ形狀此ノ

如クナラザルトキハ未知元ヲ帯ル諸項ヲ前節ニ集メ已知ノ諸項ヲ後節ニ集メ所得ノ方程式ノ兩節ヲ未知元二乗冪ノ係數ニテ除スレバ所得ノ方程式ノ形状必ズ前ノ公式ニ合フベキガ故ナリ

第二百四十四條　二次雑法式ノ解法ヲ定メンガタメ公式 $x^2+2ax=b$ ノ兩節ニ a^2 ヲ加フレバ $x^2+2ax+a^2=a^2+b$ トナル此式ノ前節二乗冪ニ適セリ由テ兩節ヲ平方ニ開ケバ $x+a=\pm\sqrt{(a^2+b)}$ ヲ得此式ノ前節ナル a ヲ後節ニ轉スレバ $x=-a\pm\sqrt{(a^2+b)}$ ヲ得是故ニ二次雑方式ニ兩値アリ若シテ a^2+b ノ値空數ナルニアラザレバ此兩値同數ナラズ若シ $a^2+b=0$ ナレバ $x=-a\pm0$ トナル此時此方程式ニ兩等値アリト云フ設令バ方程式ノ形状 $x^2-10x=-25$ 此ノ如クナレバ兩節ニ 25 ヲ加フルトキ $x^2-10x+25=0$ トナル此ニ由テ兩節ヲ平方ニ開ケバ $x-5=\pm0$ ヲ得故ニ $x=5\pm0$ 即チ $x=5$ 或 5 ナリ

例　$\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{13}{6}$。上ノ方程式ヨリ x ノ値ヲ發見スベシ

解法　$\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{13}{6}$。先ヅ分母ヲ去レバ $6x^2+6x^2+12x+6=13x^2+13x$ トナル今又未知元ヲ帯ル諸項ヲ前節ニ集メ已知ノ項ヲ後節ニ轉シテ皆ヲ諸項ノ正負ヲ變換セバ $x^2+x=6$ ヲ得此方程式ノ兩節ニ $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ 即チ $\frac{1}{4}$ ヲ加フレバ $x^2+x+\frac{1}{4}=\frac{25}{4}$ ヲ得此方程式ノ兩節ヲ平方ニ開ケバ $x+\frac{1}{2}=\pm\frac{5}{2}$ ヲ得由テ $x=2$ 或 -3 ナリ

是故ニ二次雑方式ノ解法ヲ定ムルコ左ノ如シ

法則一　先ヅ方程式ヲ $x^2+2ax=b$ 此ノ如キ形状ニ化スベシ

法則二　所得ノ方程式ノ兩節ニ未知元一乗冪ノ係數ノ半ノ二乗冪ヲ加フレバ前節二乗冪トナル

法則三　所得ノ方程式ノ兩節ヲ平方ニ開クトキハ一次方程式ヲ得ベシ

第二百四十五條　方程式ヲ化シテ $x^2+2ax=b$ 此ノ如キ形状トナセシ後チ左ノ法則ニ從テ直ニ x ヲ求ルコヲ得

未知元ノ係數ノ半ノ二乗冪ニ後節ヲ加ヘ所得ノ總數ノ平方根ヲ且テ正負ヲ變換セシ未知元ノ係數ノ半ニ加減ス

例　$x^2-6x=55$。上ノ方程式ヨリ x ノ値ヲ發見スベシ

　通解　$x=3\pm\sqrt{(9+55)}=3\pm\sqrt{(64)}=3\pm8=11$ 或 -5。答

二次雑法式解法ノ問題

左ノ方程式ヨリ未知元 x ノ値ヲ發見スベシ

第一　$x^2+2x=15$.　　第二　$x^2-6x=16$.

第三　$x^2-22x=-96$.　　第四　$x^2-6x-7=33$.

第五　$x^2-28x+80=-115$.　　第六　$x^2+6x+1=92$.

第七　$x^2+12x=589$.　　第八　$x^2-6x+10=65$.

第九　$x^2+12x+2=110$.　　第十　$x^2-14x=51$.

第十一　$x^2+20x+19=0$.　　第十二　$x^2-6x+6=9$.

第十三　$x^2+8x=12$.　　第十四　$x^2+12x=10$.

第十五 $3x^2-15x=-12$.

第十六 $4x^2+12x=40$.

第十七 $2x^2+28=18x$.

第十八 $(3x-5)(2x-2)=2(x^2+15)$.

第十九 $(2x+2)(5x-8)=(x+1)(5x+4)$.

第二十 $(3x+4)^2=54x$.

第二十一 $x^2-\frac{2x}{15}=\frac{7}{12}$.

第二十二 $15x^2+\frac{2x}{3}=5$.

第二十三 $4x^2-\frac{13}{7}x=\frac{5}{18}$.

第二十四 $\frac{1}{2(x-1)}+\frac{3}{x^2-1}=\frac{1}{4}$.

第二十五 $\frac{4}{x+1}+\frac{5}{x+2}=\frac{12}{x+3}$.

第二十六 $x^2+ax=b^2-\frac{a^2}{2}$.

第二十七 $\frac{x}{a}+\frac{ab}{x}=b+1$.

第二十八 $\frac{x}{a+b}+\frac{b}{x-a}=2$.

第二十九 $\frac{1}{a+b+x}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{x}$.

第三十 $abx^2+\frac{3a^2x}{c}=\frac{6a^2+ab-2b^2}{c^2}-\frac{b^2x}{c}$.

二次羃方式解法二

第二百四十六條 二次方程式ヲ變化シテ $x^2+2ax=b$ 此ノ如キ形狀トナストキハxノ係數若シ分數トナレバ其計算ノ勞煩ナラズ然ルトキハ諸端ヲ最簡ナル整數式ニ化スレバ別法ヲ得ベシ由テ二次羃方式ノ公式ヲ $ax^2+bx=c$...[一] 此ノ如ク書ス[但シ此式中aトbトハ整數ニシテ公約數ヲ有セザル數ヲ謂ヒcハ整數ナルコトアリ又分數ナルコトアリト知ルベシ]

先ヅ[一]式ノ首項ヲ二乘羃ニナサシガ爲メ兩端ニaヲ乘スレバ $a^2x^2+abx=ac$...[二] トナル此式ノ兩端ニ$\frac{b^2}{4}$ヲ加フレバ $a^2x^2+abx+\frac{b^2}{4}=ac+\frac{b^2}{4}$...[三] ヲ得此方程式ノ前端ハ二乘羃ニ相當ス然レドモ若シbガ偶數ナレバ$\frac{b^2}{4}$ハ整數トナリ若シ奇數ナレバ$\frac{b^2}{4}$ハ分數トナル由テ[三]式ノ各項ニ4ヲ乘スルトキハ $4a^2x^2+4abx+b^2=4ac+b^2$...[四] ヲ得此方程式ノ前端ハ二乘羃ニ相當シテ各項皆分數ヲ帶ビズ而シテ此[四]式ハ[一]式ヨリ直ニ求ルコトヲ得其法4aヲ[一]式ノ諸項ニ乘ジ所得ノ式ノ兩端ニb^2ヲ加フルナリ此ニ由テ方程式ノ前端ヲ二乘羃ニ化スルノ法左ノ如シ

法則一 方程式ヲ化シテ $ax^2+bx=c$. 此ノ如キ形狀トナスベシ但シaトbハ公約數ヲ有セザル數ヲ謂スナリ

法則二 bガ若シ偶數ナレバx^2ノ係數ヲ方程式ノ諸項ニ乘ジ所得ノ式ノ兩端ニxノ係數半ノ平方ヲ加フベシ

法則三 bガ若シ奇數ナレバx^2ノ係數四倍ヲ方程式ノ諸項ニ乘ジ所得ノ式ノ兩端ニxノ係數ノ平方ヲ加フベシ

例一 $5x^2-6x=8$. 上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法 方程式ノ諸項ニ皆ナ5ヲ乘シ所得ノ方程式ノ兩端ニ$\left(\frac{6}{2}\right)^2$即チ9ヲ加フレバ $25x^2-30x+9=49$ ヲ得此方程式ノ兩端ヲ平方ニ開ケバ $5x-3=\pm7$ ヲ得故ニ $5x=10$ 或ハ $5x=-4$ ヲ得由テ $x=2$ 或$-\frac{4}{5}$ナリ

例二 $15x^2-55x=350$. 上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法　先ヅ方程式ノ兩端ヲ皆ナ五約セバ $3x^2-11x=70$ ヲ得由テ此方程式ノ兩端ニ皆タ3×4即チ12ヲ乘シ所得ノ方程式ノ兩端ニ11^2即チ121ヲ加フレバ $36x^2-132x+121=961$ ヲ得此方程式ノ兩端ヲ平方ニ開ケバ $6x-11=\pm31$ ヲ得此ニ由テ $x=7$ 或 $-\frac{10}{3}$ ナリ

此解法ニテ$2a$ノ奇數ナル時 $x^2+2ax=b$ ヲ解スレバ左ノ如シ

例三　$x^2-7x=44$. 上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法　先ヅ方程式ノ兩端ニ皆タ4×1即チ4ヲ乘ジ所得ノ方程式ノ兩端ニ7^2即チ49ヲ加フレバ $4x^2-28x+49=225$ ヲ得故ニ $2x-7=\pm15$ ヲ得由テ $x=11$ 或 -4 ナリ

是故ニ前節ナル分數ハ之ヲ去ルノ法アリ故ニ若シ初ノ兩端ヲ整數ニ化スレバ後節亦分數ヲ留ムルコトナシ

二次雜方式解法ニ問題

左ノ方程式ヨリ未知元xノ値ヲ發見スベシ

第一　$5x^2+4x=204$.　第二　$5x^2+4x=273$.

第三　$7x^2-20x=32$.　第四　$6x^2+15x=9$.

第五　$2x^2-5x=117$.　第六　$21x^2-29x=-500$.

第七　$6x^2-13x+6=0$.　第八　$7x^2-3x=160$.

第九　$3x^2-53x=-34$.　第十　$x^2+13x-140=0$.

第十一　$3x^2-8x=5+4\sqrt{3}$.　第十二　$x^2+11x-80=0$.

第十三　$7x+\frac{72x}{10-3x}=50$.　第十四　$\frac{9+4x}{3}+\frac{x+7}{x-7}=x+14$.

第十五　$\frac{6(2x-11)}{x-3}=26-4x$.　第十六　$\frac{2x-3}{3x-5}+\frac{3x-5}{2x-3}=\frac{5}{2}$.

第十七　$\frac{3x-2}{2x-5}+\frac{2x-5}{3x-2}=\frac{10}{3}$.　第十八　$(p+q)x^2=p^2(x+q)$.

第十九　$(3x^2+b^2)(x^2-x+1)=(3b^2+x^2)(x^2+x+1)$.

第二十　$(ax-b)(bx-a)=c^2$.

第二百四十七條　二次方程式ヲ解スルノ法ハ前ノ二法ヲ以テ足レリトス然レ圧方程式ノ同項ノ狀勢ニ由テ或ハ前法ヲ變換シテ簡便ナル解法ヲ得ルコアリ下條ニ於テ其例ヲ示サントス

第二百四十八條　未知元ノ最高冪ノ指數二乘冪ニ相當スル方程式ノ解法

此種ノ方程式ノ公式ハ $a^2x^{2n}+bx^n=c$……[一] 此ノ如シ今此式ノ前節ヲ二乘冪トナサント欲セバ兩端ニ加フベキ數ヲp^2トセバ $a^2x^{2n}+bx^n+p^2=c+p^2$……[二] ナリ然ルニ二項式ノ平方詳式ノ中項ハ兩外項ノ平方根ノ相乘積ノ二倍ニ等シキガ故ニ $2p\times ax^n=bx^n$ ナラザルヲ得ズ故ニ $p=\frac{b}{2a}$ ナルヲ知ル由テ $p^2=\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ ナリ此ニ由テ[二]式ノp^2ヲ變換シテ $a^2x^{2n}+bx^n+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=c+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$……[三] ヲ得之ヲ此種ノ方程式ノ解法ニ於テ二乘冪ヲ作ル公式トナス此ニ由テ左ノ法則ヲ定ム

法則　未知元二乘冪ノ係數ノ平方根ノ二倍ヲ以テ未知元ノ係數ヲ除シ所得ノ商ノ平方ヲ兩端ニ加フベシ

例一 $25x^2-20x=-3$，上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法 $t^2=\left(\frac{20}{2\times5}\right)^2=2^2=4$ ナリ故ニ $25x^2-20x+4=1$ ヲ得由テ又 $5x-2=\pm1$ ヲ得故ニ $x=\frac{3}{5}$ 或 $\frac{1}{5}$ ナリ

例二 $\frac{4x^2}{49}-\frac{x}{2}=\frac{51}{64}$．上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法 $t^2=\left(\frac{1}{2}\times\frac{7}{4}\right)^2=\left(\frac{7}{8}\right)^2=\frac{49}{64}$ ナリ故ニ $\frac{4}{49}x^2-\frac{x}{2}+\frac{49}{64}=\frac{100}{64}$ ヲ得由テ又 $\frac{2}{7}x-\frac{7}{8}=\pm\frac{10}{8}$ ヲ得故ニ $x=\frac{119}{16}$ 或 $-\frac{21}{16}$ ナリ

二次雜方式簡解法一問題

左ノ方程式ヨリ未知量xノ値ヲ發見スベシ

第一 $16x^2+12x=10$. 第二 $36x^2-5x=\frac{39}{144}$.

第三 $81x^2-12x=-\frac{1}{3}$. 第四 $\frac{49}{25}x^2+\frac{6}{5}x=\frac{40}{49}$.

第五 $\frac{841}{625}x^2-\frac{58}{5}x=11$. 第六 $\frac{7x^2-3x}{12}+\frac{7x^2+3x}{2}=10x+3$.

第七 $(7-4\sqrt{3})x^2+(2-\sqrt{3})x=2$. 第八 $a^2x^2-2a^2x+a^2-1=0$.

第二百四十九節 方程式ノ形狀 $x^2+2mx=(2x+m)m$ 此ノ如クナルモノヘ解法

此種ノ方程式ハ係數$2a$ヲ用ヰテ簡算ノ解ヲ發スルコトヲ得ベシ

例一 $x^2-5x=6$，上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法 $2a=5$ トセバ $2a+1=6$ ナリ此ニ由テ $x^2-5x=6$ ヲ變シテ $x^2-2ax=2a+1$ トナスコトヲ得此方程式ノ兩邊ニa^2ヲ加フレバ $x^2-2ax+a^2=a^2+2a+1$ ヲ得由テ $x-a=\pm(a+1)$ ヲ得故ニ $x=2a+1$ 或ハ $x=-1$ ナリ即チ $x=6$ 或 -1 ナリ

例二 $x^2+19x=92$，上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法 $2a=19$ トセバ $4(2a+4)=8a+16=92$ ナリ此ニ由テ $x^2+19x=92$ ヲ變シテ $x^2+2ax=8a+16$ トナスコトヲ得此方程式ノ兩邊ニa^2ヲ加フレバ $x^2+2ax+a^2=a^2+8a+16$ ヲ得由テ $x+a=\pm(a+4)$ ヲ得故ニ $x=4$ 或ハ $x=-2a-4=-23$ ナリ

是故ニxノ係數ヲ$2a$トスルカ係數若シ $2a+1$, $4a+4$, $6a+9$, $8a+16$ 等即チ $2am+m^2$ ナレバ此解法ニ從フコトヲ得之ヲ再說セバ係數若シ$2a$ノ倍數ト此倍數ノ二乘冪トノ和ニ等シケレハ此解法ニ從フコトヲ得

二次雜方式簡解法二問題

左ノ方程式ヨリ未知量xノ値ヲ發見スベシ

第一 $x^2-7x=8$. 第二 $x^2+11x=26$.

第三 $x^2-17x=60$. 第四 $x^2+21x=46$.

第五 $x^2-75x=76$. 第六 $x^2+72x=385$.

第七 $x^2-325x=3350$.

第二百五十條 特數ヲ用ヒテ階位ナル數ノ還錯ノ勞ヲ減スルヿヲ得ベキ方程式ノ解法

此種ノ方程式ハ公法ヲ以テ解スベカラズ依テ左ニ解例一二ヲ示サントス

例一 $x^2+9984x=160000$, 上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法 $2a=10000$ トセバ $2a-16=9984$ ニシテ $32a=160000$ ナリ由テ所題ノ方程式ヲ書換シテ $x^2+(2a-16)x=32a$ トナスヿヲ得故ニ $(a-8)^2$ ヲ此方程式ノ兩端ニ加フレバ左端自乘數ニ相當ス乃チ $x^2+(2a-16)x+(a-8)^2=a^2+16a+64$ 此ノ如シ由テ $x+(a-8)=\pm(a+8)$ ヲ得故ニ $x=16$ 或ハ $x=-2a=-10000$ ナリ

例二 $x^2+45x=9000$, 上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法 $a=45$ トセバ $200a=9000$ トナル由テ所題ノ方程式ヲ變換シテ $x^2+ax=200a$ トナスヿヲ得由テ又 $4x^2+4ax+a^2=a^2+800a$ ヲ得故ニ $2x+a=\pm\sqrt{\{a(a+800)\}}=\pm\sqrt{(45\times845)}$ ヲ得今此根數ノ内ナル前乘子ニ五ヲ乘ジ後乘子ヲ五除セバ $2x+45=\pm\sqrt{(225\times169)}$ 即チ $2x+15\cdot3=\pm15\cdot13$ トナル故ニ $2x=15\cdot10$ 或ハ $2x=-15\cdot16$ ヲ得由テ $x=75$ 或ハ $x=-120$ ナリ

例三 $16x^2-225x=225$, 上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法 $a=15$ トセバ $a+1=16$ ナリ由テ所題ノ方程式ヲ變換セバ $(a+1)x^2-a^2x=a^2$ ヲ得由テ此式ノ兩端ニ $4(a+1)$ ヲ乘シ然ル後チ兩端ニa^4ヲ加フレバ $4(a+1)^2x^2-4a^2(a+1)x$

$+a^4=a^4+4a^3+4a^2$ トナル故ニ此式ノ兩端ヲ平方ニ開ケバ $2(a+1)x-a^2=\pm(a^2+2a)$ ヲ得由テ $(a+1)x=a^2+a$ 或ハ $(a+1)x=-a$ ナリ故ニ $x=a=15$ 或ハ $x=-\frac{a}{a+1}=-\frac{15}{16}$ ナリ

二次方程式類式

第二百五十一條 二次方程式ニアラズシテ猶ホ二次方程式ノ解法ニテ解スベキ問題少カラズ此種ノ方程式ハ變化シテ $x^{2n}+2ax^n=b$ ノ如キ形說トナスヿヲ得ベシ但シx^nハ一項式ナルヿアリ多項式ナルヿアリ又nハ正數ナルヿアリ負數ナルヿアリ分數ナルヿアリ左ニ此例二三ヲ示サントス

例一 $x^6-16x^3=-28$, 上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法 先ヅ兩端ニ8^2即チ64ヲ加フレバ $x^6-16x^3+64=36$ ヲ得此方程式ノ兩端ヲ平方ニ開ケバ $x^3-8=\pm6$ ヲ得故ニ $x^3=14$ 或ハ $x^3=2$ ナリ由テ $x=\sqrt[3]{(14)}$ 或ハ $x=\sqrt[3]{2}$ ヲ得

例二 $x^{\frac{2}{3}}-6x^{\frac{1}{3}}=-5$, 上ノ方程式ヨリ$x$ノ値ヲ發見スベシ

解法 先ヅ兩端ニ3^2即チ9ヲ加フレバ $x^{\frac{2}{3}}-6x^{\frac{1}{3}}+9=4$ ヲ得此方程式ノ兩端ヲ平方ニ開ケバ $x^{\frac{1}{3}}-3=\pm2$ ヲ得故ニ $x^{\frac{1}{3}}=5$ 或ハ $x^{\frac{1}{3}}=1$ ヲ得由テ $x=125$ 或ハ $x=1$ ナリ

例三 $x^{-2}+10x^{-1}=24$, 上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スベシ

解法 先ヅ兩端ニ5^2即チ25ヲ加フレバ $x^{-2}+10x^{-1}+25=49$ ヲ得此方程式ノ兩端ヲ平方ニ開ケバ $x^{-1}+5=\pm7$ ヲ得由テ $x^{-1}=2$ 或ハ $x^{-1}=-12$ ナリ故ニ $x=\frac{1}{2}$ 或ハ $x=-\frac{1}{12}$ ヲ得

例四 $(x^2+2x)^2-23(x^2+2x)=-120$, 上ノ方程式ヨリ$x$ノ値ヲ發見スベシ

解法 $x^2+2x=y$ ト會シ以テ所題ノ方程式ヲ變換キバ $y^2-23y=-120$ ヲ得此ノ方程式ノ兩邊ニ $\left(\frac{23}{2}\right)^2$ 卽チ $\frac{529}{4}$ ヲ加フレバ $y^2-23y+\frac{529}{4}=\frac{49}{4}$ ヲ得此方程式ノ兩邊ヲ平方ニ開ケバ $y-\frac{23}{2}=\pm\frac{7}{2}$ ヲ得由テ $y=15$ 或ハ $y=8$ ヲ得是故ニ兩方程式 $x^2+2x=15$, $x^2+2x=8$ ヲ得由テ先ヅ $x^2+2x=15$ ヲ解スレバ $x^2+2x+1=16$, $x+1=\pm4$ ヲ得故ニ $x=3$ 或 -5 ヲ得次ニ又 $x^2+2x=8$ ヲ解スレバ $x^2+2x+1=9$, $x+1=\pm3$ ヲ得故ニ $x=2$ 或 -4 ヲ得是故ニ此方程式ニ四箇 $3, -5, 2, -4$ ヲ有スルヲ知ル

例五 $x^4-4x^3-14x^2+36x+45=0$, 上ノ方程式ヨリ x ノ値ヲ發見スベシ

解法 此方程式ノ如キ最初二次方程式ニ似ズト雖モ若シ之ヲ變換シテ未知元ヲ包容スル式ノ一箇冪ト二乘冪トヲ包容スル式トナスヿヲ得バ猶ホ二次方程式ノ解法ニテ解スルヿヲ得ルナリ此式ヲ發見スルノ法ハ首項ノ平方ニ開キ端數項ヲ求ムルヿ開數ノ式若シ開盡ノ數殘留シタハ餘分ニ相當シ或ハ已知數ノ乏ニ値ハムモノアレバ此方程式ヲ變換シテ二次方程式トナスヿヲ得ルナリ

$$
\begin{array}{l|l}
x^4-4x^3-14x^2+36x+45 & x^2-2x \\
\cline{2-2}
x^4 & \\
\cline{1-1}
-4x^3-14x^2+36x+45 & \\
-4x^3+4x^2 & \\
\cline{1-1}
-18x^2+36x+45=-18(x^2-2x)+45 & \\
\end{array}
$$

x^2-2x

是故ニ所題ノ方程式ヲ變換シテ $(x^2-2x)^2-18(x^2-2x)+45=0$ トナスヿヲ得由テ此方程式ヲ條法ノ如ク解ス

$(x^2-2x)^2-18(x^2-2x)=-45$, $(x^2-2x)^2-18(x^2-2x)+81=36$, $x^2-2x-9=\pm6$, $x^2-2x-9=6$, $x^2-2x+1=16$, $x-1=\pm4$, $x=5$ 或 -3, $x^2-2x-9=-6$, $x^2-2x+1=4$, $x-1=\pm2$, $x=3$ 或 -1.

例六 $25x^2-5+\frac{1}{4x^2}=\frac{5}{4}$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解 此方程式ニテハ前節ノ首尾二項自乘數ナルガ故ニ此首節ヲ二乘冪トナスベキ中項ヲ求メントスルニ此中項ハ兩外項ノ平方根ノ相乘積ニ倍卽チ $5x\times\frac{1}{2x}\times2=5$ ナリ是故ニ方程式ノ兩邊ニ一箇ヲ加ヘ $25x^2-5+\frac{1}{4x^2}=\frac{9}{4}$, $5x-\frac{1}{2x}=\pm\frac{3}{2}$, $10x^2-1=\pm3x$, $10x^2\mp3x=1$, $400x^2\mp120x+9=49$, $20x\mp3=\pm7$, $20x=10$ 或 $20x=-4$ 或 $20x=4$ 或 $20x=-10$ ヲ得由テ $x=\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{5}$ 或 $\frac{1}{5}$ 或 $-\frac{1}{2}$ ナリ

例七 $x+4\sqrt{x}=21$, 上ノ方程式ヨリ x ノ値ヲ發見スベシ

解法 $x+4\sqrt{x}=21$, $x+4\sqrt{x}+4=25$, $\sqrt{x}+2=\pm5$, $\sqrt{x}=3$ 或 -7 ヲ得由テ $x=9$ 或 49 ナリ

此方程式ノ如ク未知元乘數箇ノ內ニ在ルヿハ繹題ノ値ヲ原式ノ未知元ニ代ヘテ此否ヲ檢スル

ニアラサレバ該ハ原式ニ合ハザルコトアリ新ニ現ハル所ノ根値9,49ノ中ナル9ハ原式ニ合フト雖モ49ハ合ハズ其故何トナレバ $9+4\times3=21$ ハ合理ナレドモ $49+4\times7=21$ ハ不合理ナルガ故ナリ而シテ此49ハ却テ方程式 $x-4\sqrt{x}=21$ ニ合フ其故何トナレバ $49-4\times7=21$ ナルガ故ナリ

又未知元数数値ノ内ニ在ルトキハ得ル方程式ニ合ハザルコトアリ其例左ノ如シ

例八 $x-2\sqrt{(x^2+x+5)}-14=0$, 上ノ方程式ヨリ x ノ値ヲ發見スベシ

解法 先ヅ根簡ナル根数式ヲ後邊ニ移シテ根簡ヲ自乗セバ $x^2-28x+196=4x^2+4x+20$ ヲ得類項ヲ合スレバ $3x^2+32x=176$ ヲ得故ニ此方程式ヲ解スレバ $x=4$ 或ハ $-\frac{44}{3}$ ヲ得然レドモ此新根値皆所題ノ原式ニ合ハズ却テ $x+2\sqrt{(x^2+x+5)}-14=0$ ニ合フ是レ根数式ノ前ナル符號ノ正負ニ拘ラズ兩式ヲ自乗セバ同シ方程式ヲ得ルガ故ナリ由テ若シ x^2+x+5 ノ値ヲ平方ニ開クトキ負数ナル平方根ヲ取レバ原方程式ニ合フナリ

二次方程式類式解法問題

左ノ方程式ヨリ x ノ値ヲ發見スベシ

第一 $x^4-34x^2=-225$.

第二 $x^6-35x^3+216=0$.

第三 $x^4-4x^2-621=0$.

第四 $x^6+31x^3-32=0$.

第五 $x-x^{\frac{1}{2}}=56$.

第六 $x^{\frac{1}{3}}+\frac{5}{2x^{\frac{1}{3}}}=3\frac{1}{2}$.

第七 $x^{2n}-2x^n=8$.

第八 $20x^{\frac{1}{2}}-31x^{\frac{1}{4}}=-12$.

第九 $3\sqrt[3]{x^2}-10\sqrt[3]{x}=-3$.

第十 $3x^2\sqrt[3]{x^2}+\frac{2x^2}{\sqrt[3]{x^2}}=16$.

第十一 $2(x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}})=5$.

第十二 $x+5-\sqrt{(x+5)}=6$.

第十三 $(x+12)^{\frac{1}{2}}+(x+12)^{\frac{1}{4}}=6$.

第十四 $(x+a)^{\frac{1}{2}}+2b(x+a)^{\frac{1}{4}}=3b^2$.

第十五 $x+\sqrt{(5x+10)}=8$.

第十六 $9x+4+2\sqrt{(9x+4)}=15$.

第十七 $\sqrt{(10+x)}-\sqrt[4]{(10+x)}=2$.

第十八 $(x-5)^3-3(x-5)^{\frac{3}{2}}=40$.

第十九 $x+16-3\sqrt{(x+16)}=10$.

第二十 $2(1+x-x^2)-(1+x-x^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{9}=0$.

第二十一 $x^2+3=2\sqrt{(x^2-2x+2)}+2x$.

第二十二 $x^2+5x+4=5\sqrt{(x^2+5x+28)}$.

第二十三 $\sqrt{(x^2-2x+9)}-\frac{x^2}{2}=3-x$.

第二十四 $3x^2+15x-2\sqrt{(x^2+5x+1)}=2$.

第二十五 $(x+5)(x-2)+3\sqrt{\{x(x+3)\}}=0$.

第二十六 $\frac{9}{1+x+x^2}=5-x-x^2$.

第二十七 $81x^2+17+\frac{1}{x^2}=99$.

第二十八 $25x^2+6+\frac{4}{9x^2}=\frac{955}{9}$.

第二十九 $x^4+2x^3-7x^2-8x+12=0$.

第三十 $x^4-10x^3+35x^2-50x+24=0$.

第三十一 $x^4-8ax^3+8a^2x^2+32a^3x-9a^4=0$.

第三十二 $x^4-2ax^3+(a^2-2)x^2+2ax=a^2$.

雜問五

二次以上ナル高次方程式ハ變ジテ其形狀ニ由テ或ハ簡ヲ發見スルコトヲ得ベキ例少カラズ然レトモ之ヲ解スルノ公法ナシ唯算士ノ工夫ニ任スルナリ今左ニ二三ノ解例ヲ示サントス讀者ヨリ之ヲ具テ解法ヲ推セルニアラズ故ニ尋常ノ法ニ臨ミ方程式ノ形狀ヲ看テ解法ヲ發スベシ

第一 $(x-a)(x^2-3ax+2a^2)=0$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 此方程式ハ後節空數ナルガ故ニ前節ノ一乘子空數ナレバ前節ノ等ナリ由テ $x-a=0$ ……(一) 或ハ $x^2-3ax+2a^2=0$ ……(二) トス (一)式ヨリ $x=a$ ヲ得又(二)式ヲ解スレバ $x=a$ 或ハ $x=2a$ ヲ得由テ此方程式ニ三箇 a, a, $2a$ ノ根ヲ有ス

此例ニ由テ一節空數ナル方程式ハ他ノ一節ヲ數乘子ニ分關スルコトヲ得バ其各乘子ヲ空數ト比較シテ方程式ヲ作リ所得ノ方程式ヲ解シテ原式ノ根ヲ得ルヲ知ル

多項式ヲ數乘子ニ分關スルノ法ナレ唯算士ノ工夫ニ任スルナリ然レトモ方程式ノ一箇若シ容易ニ知ルコトヲ得バ其正負ヲ變換シテ未知元ノ後ニ置テ二項式ヲ作レバ此式必ズ後節ヲ空數トセル他ノ一節ノ一乘子ナルコト前例ニ由テ明ナリ此理ニ由テ左ノ方程式ヲ解スルコトヲ得

第二 $x(x-c)^2=a(a-c)^2$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 此方程式ノ一箇ハ a ナルコト明ナリ由テ諸項ヲ總テ一節ニ集ル時ハ $x-a$ ニテ之ヲ約スコトヲ得ベシ $x(x-c)^2-a(a-c)^2=0$ 即チ $x^3-a^3-2c(x^2-a^2)+c^2(x-a)=0$ 即チ $(x-a)(x^2+ax+a^2-2c(x+a)+c^2)=0$ 由テ他ノ箇ハ $x^2+ax+a^2-2c(x+a)+c^2=0$ ヲ解スレバ發見スルヲ得 $x^2+(a-2c)x=2ac-a^2-c^2$, $4x^2+4(a-2c)x+(a-2c)^2=4ac-3a^2$

$2x+a-2c=\pm\sqrt{(4ac-3a^2)}$, $x=\frac{1}{2}\{2c-a\pm\sqrt{(4ac-3a^2)}\}$.

第三 $x^3+4ax^2+2a^2x-4a^3=0$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 此方程式ノ x ノ最高冪奇數ナルガ故ニ皆ク諸項ニ x ヲ乘スレバ $x^4+4ax^3+2a^2x^2-4a^3x=0$ ヲ得此式ノ前節ヲ平方ニ開テ餘二項ヲ求メ開餘ノ式ヲ括レバ $(x^2+2ax)^2-2a^2(x^2+2ax)=0$ トナル今 $x^2+2ax=y$ ト命セバ $y^2-2a^2y=0$ ヲ得由テ此方程式ヲ常法ノ如ク解スレバ $y=2a^2$ 或ハ $y=0$ ヲ得由テ $x^2+2ax=2a^2$ トセバ $x=-a\pm a\sqrt{3}$ ヲ得又 $x^2+2ax=0$ トセバ $x=-2a$ 或ハ $x=0$ ヲ得然レトモ $x=0$ ハ原式ニ合ハズ是レ x ヲ皆ク諸項ニ乘ゼタルガ故ニ此根箇ヲ得ルナリ

第四 $x^4+3x+1=3x^3+\frac{4}{9}x^2$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 此方程式ハ未知元ノ最高冪偶數ナレトモ前題ノ如ク開平方ノ法ニテ通例ノ二次方程式ノ形狀トナス能ハズ然レトモ兩節ヲ自乘數ニ作ルコトヲ得ルガ故ニ之ヲ解スルコトヲ得

後節ナル首項ヲ前節ニ轉ズレバ $x^4-3x^3+3x+1=+\frac{4}{9}x^2$ ヲ得此式ノ前節ニ $\frac{9}{4}x^2-2x^2-\frac{1}{4}x^2$ ヲ補テ變化セバ $\left(x^2-\frac{3}{2}x\right)^2-2\left(x^2-\frac{3}{2}x\right)-\frac{x^2}{4}+1=\frac{4}{9}x^2$ ヲ得此式ノ前節第三項ヲ後節ニ轉ズレバ $\left(x^2-\frac{3}{2}x\right)^2-2\left(x^2-\frac{3}{2}x\right)+1=\frac{x^2}{4}+\frac{4}{9}x^2=\frac{25}{36}x^2$ ヲ得此式ノ兩節ヲ平方ニ開タバ

$x^2-\frac{3}{2}x-1=\pm\frac{5}{6}x$ ヲ得由テ $x^2-\frac{3}{2}x-1=\frac{5}{6}x$ トセバ $x=\frac{1}{6}(7\pm\sqrt{85})$ ヲ得又

$x^2-\frac{3}{2}x-1=-\frac{5}{6}x$ トセバ $x=\frac{1}{3}(1\pm\sqrt{10})$ ヲ得

第五　$6x\sqrt{x}-11x+6\sqrt{x}-1=0$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法　此方程式亦兩端ヲ自乘數ニ作ルコトヲ得其法諸項ノ正負ヲ盡ク變換シ兩端ニx^2ヲ加ヘテ變化スルノミ　$(x-3\sqrt{x})^2+2(x-3\sqrt{x})+1=x^2$, $x-3\sqrt{x}+1=\pm x$ 故ニ先ヅ

$x-3\sqrt{x}+1=x$ トセバ $\sqrt{x}=\frac{1}{3}$ ヲ得故ニ $x=\frac{1}{9}$ ナリ又 $x-3\sqrt{x}+1=-x$ トセバ

$\sqrt{x}=1$ 或ハ $\sqrt{x}=\frac{1}{2}$ ヲ得故ニ $x=1$ 或ハ $x=\frac{1}{4}$ ナリ

第六　$\frac{x+a+\sqrt{(x^2-a^2)}}{x+a-\sqrt{(x^2-a^2)}}=\frac{9(x+a)}{8a}$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法　此方程式ヲ解スルノ前ニ左ノ三助式ヲ作テ運算ノ勞ヲ減ゼントス　$\frac{a}{b}=\frac{p}{q}$ ナレバ

$\frac{a+b}{b}=\frac{p+q}{q}$……[一]　$\frac{a-b}{b}=\frac{p-q}{q}$……[二] ヲ得是レ原式ノ兩端ニ一箇ヲ加ヘテ[一]式トナシ一

箇ヲ減ジテ[二]式トナスナリ此[二]式ニテ[一]式ヲ除スレバ　$\frac{a+b}{a-b}=\frac{p+q}{p-q}$……[三] ヲ得

茲ニ於テ[三]式ニ從テ前題ノ方程式ヲ變化セバ　$\frac{2(x+a)}{2\sqrt{(x^2-a^2)}}=\frac{9x+17a}{9x+a}$　ヲ得此式ノ兩端ヲ

自乘シ結果ノ分母子ヨリ通乘子ヲ去レバ　$\frac{x+a}{x-a}=\frac{(9x+17a)^2}{(9x+a)^2}$　ヲ得又[三]式ニ從テ此式ヲ變

化セバ $\frac{x}{a}=\frac{(9x+17a)^2+(9x+a)^2}{(9x+17a)^2-(9x+a)^2}=\frac{(9x+17a)^2+(9x+a)^2}{16a(18x+18a)}$ ヲ得此式ノ分母ヲ去テ最簡式ニ化

スレバ $63x^2-18ax-145a^2=0$ ヲ得此方程式ヲ解スレバ $x=\frac{5}{3}a$ 或ハ $x=-\frac{29}{21}a$ ヲ得ルナリ

第七　$\sqrt{\left(\frac{3x}{4}-x\right)}+\sqrt{(3x^2-x)}=\frac{3x}{2}\sqrt{(1-4x)}$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法　此方程式ハ形狀ヲ變ゼズシテ兩端ヲ自乘セバ消去スベキ項ナシ若シ後端ヲ除圍ニ轉ジ

前端ノ尾項ヲ後端ニ轉シテ兩端ヲ自乘セバ所得ノ方程式簡短ナル形狀ヲナス

$-\frac{3x}{2}\sqrt{(1-4x)}+\sqrt{\left(\frac{3x}{4}-x\right)}=-\sqrt{(3x^2-x)}$　此式ノ兩端ヲ自乘ス

$\frac{9x^2}{4}(1-4x)-3x\sqrt{(1-4x)}\sqrt{\left(\frac{3x}{4}-x\right)}=3x^2-\frac{3x}{4}=-\frac{3x}{4}(1-4x)$,

$\frac{9x^2+3x}{4}(1-4x)-3x\sqrt{(1-4x)}\sqrt{\left(\frac{3x}{4}-x\right)}=0$, $\frac{3x+1}{4}(1-4x)-\sqrt{(1-4x)}\sqrt{\left(\frac{3x}{4}-x\right)}=0$

此式ノ各項ヨリ $\sqrt{(1-4x)}$ ヲ省ケバ $\frac{3x+1}{4}\sqrt{(1-4x)}-\sqrt{\left(\frac{3x}{4}-x\right)}=0$ ヲ得故ニ

$(3x+1)^2(1-4x)=12x-16x^2$, $(3x+1)^2-12x=4x(3x+1)^2-16x^2$,

$(3x-1)^2=4x\{(3x+1)^2-4\}=4x(3x+3)(3x-1)=12x(x+1)(3x-1)$,

$x=\frac{3x-1}{12(x+1)}$ 又前ニ省去セル一乘子 $\sqrt{(1-4x)}$ ヲ空數ト比較シテ作レル方程式ヨリ

$x=\frac{1}{4}$ ヲ得

第八 $\sqrt{(x^2+9)}+\sqrt{(x^2-9)}=\sqrt{(34)}+4$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 第ニ兩同式 $x^2+9-(x^2-9)=18=34-16$ ヲ作リ此式ノ兩箇ヲ所題ノ方程式ノ兩箇ニテ除スレバ $\sqrt{(x^2+9)}-\sqrt{(x^2-9)}=\sqrt{(34)}-4$ ヲ得此方程式ノ兩箇ヲ所題ノ方程式ノ兩箇ニ加フレバ $2\sqrt{(x^2+9)}=2\sqrt{(34)}$ ヲ得兩箇ヨリ過乘子2ヲ去テ自乘セバ $x^2+9=34$ ヲ得由テ $x^2=25$ トナル故ニ $x=\pm5$ ナリ

前題ノ方程式亦此解法ニテ解スル㕝ヲ得ベシ

第九 $\sqrt{(2x+4)}-2\sqrt{(2-x)}=\frac{12x-8}{\sqrt{(9x^2+16)}}$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 此方程式ノ後箇ナル分數式ノ分子ヲ變形シ $\sqrt{(2x+4)}-2\sqrt{(2-x)}=\frac{2\{2(x+2)-4(2-x)\}}{\sqrt{(9x^2+16)}}$ トナス㕝ヲ得此式ノ兩箇ヨリ過乘子 $\sqrt{(2x+4)}-2\sqrt{(2-x)}$ ヲ去リ又分母ヲ去レバ

$\sqrt{(9x^2+16)}=2\{\sqrt{(2x+4)}+2\sqrt{(2-x)}\}$ ヲ得此式ノ兩箇ヲ自乘セバ

$9x^2+16=4\{12-2x+4\sqrt{(8-2x^2)}\}$ ヲ得此式ヲ變換シテ $x^2+8x=4(8-2x^2)+16\sqrt{(8-2x^2)}$

トナス㕝ヲ得此式ノ兩箇ニ16ヲ加フレバ $x^2+8x+16=4(8-2x^2)+16\sqrt{(8-2x^2)}+16$

ヲ得此式ノ兩箇ヲ平方ニ開ケバ $\pm(x+4)=2\sqrt{(8-2x^2)}+4$ ヲ得由テ先ヅ

$x+4=2\sqrt{(8-2x^2)}+4$ トセバ $x^2=4(8-2x^2)=32-8x^2$, $9x^2=32$, $x=\pm\frac{4}{3}\sqrt{2}$ ナリ又

$-x-4=2\sqrt{(8-2x^2)}+4$ トセバ $x^2+16x+64=4(8-2x^2)=32-8x^2$, $9x^2+16x+32=0$,

$x=\frac{4}{9}\left\{-2\pm\sqrt{(-14)}\right\}$ ナリ又前ニ省タ術ノ乘子 $\sqrt{(2x+4)}-2\sqrt{(2-x)}$ ヲ空數ト比較シ

テ作レル方程式ヨリ $x=\frac{2}{3}$ ヲ得

第十 $(x-1)^3+(2x+3)^3=27x^3+8$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 $(x-1)^3+(2x+3)^3=27x^3+8=(3x)^3+2^3$ 又 $(x-1)+(2x+3)=3x+2$ ナルヲ以テ之ヲ以テ前ノ方程式ノ兩箇ヲ除スレバ $(x-1)^2-(x-1)(2x+3)+(2x+3)^2=9x^2-6x+4$ 即チ

$3x^2+9x+13=9x^2-6x+4$ ヲ得由テ $6x^2-15x=9$, $2x^2-5x=3$ ニシテ $x=3$ 或ハ

$x=-\frac{1}{2}$ トナル又前ニ兩箇ヨリ省タ術ノ乘子 $3x+2$ ヲ空數ト比較シテ作レル方程式ヨリ

$x=-\frac{2}{3}$ ヲ得

左ノ方程式ヲ解ケ

第十一 $x^2+11x=80.$

第十二 $3x-\frac{3x-3}{x-3}=\frac{3x-6}{2}.$

第十三 $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{13}{6}.$

第十四 $\frac{3}{2(x^2-1)}-\frac{1}{4(x+1)}=\frac{1}{8}.$

第十五 $\frac{x-1}{x+1}+\frac{x-2}{x+3}=\frac{2x+15}{x+19}.$

第十六 $\frac{x^3-10x^2+1}{x^2-6x+9}=x-3.$

第十七 $mx^2-2mx\sqrt{n}=nx^2-mn.$

第十八 $\frac{4}{49}x^2+\frac{8}{21}x=\frac{20}{3}.$

第十九 $\frac{x^2}{361}-\frac{12}{19}x=-32.$

第二十 $\frac{8}{(2x-4)^2}=1+\frac{16}{(2x-4)^2}.$

第二十一 $x^2+11+\sqrt{(x^2+11)}=42.$

第二十二 $x^2-2x+6\sqrt{(x^2-2x+5)}=11.$

第二十三 $x^4+\frac{17}{2}x^2=34x+16.$

第二十四 $x-1=2+\frac{2}{\sqrt{x}}.$

第二十五 $\frac{2\sqrt{x}+2}{4+\sqrt{x}}=\frac{4-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}.$

第二十六 $x\sqrt{\left\{3\sqrt{2}-\frac{x^2}{2\sqrt{2}}\right\}}=\frac{2+x^2}{\sqrt[4]{8}}.$

第二十七 $\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)}-\sqrt{\left(1-\frac{1}{x}\right)}=\frac{x-1}{x}.$

第二十八 $\frac{1}{1-\sqrt{(1-x^2)}}-\frac{1}{1+\sqrt{(1-x^2)}}=\frac{\sqrt{3}}{x^2}.$

第二十九 $\left\{\frac{1}{1+x}\left(\frac{1}{1+x}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{(2x)}}{12}.$

第三十 $\left(\frac{x+\sqrt{(x^2-9)}}{x-\sqrt{(x^2-9)}}\right)^{\frac{1}{2}}=x-2.$

第三十一 $x^{\frac{6}{5}}+x^{\frac{3}{5}}=756.$

第三十二 $\sqrt{(2+2x)}+2x=c(1-x).$

第三十三 $(x+a)^5-(x-a)^5=352a^5.$

第三十四 $ax+\frac{1}{ax-1}=\frac{b+c}{c}.$

第三十五 $\frac{2a}{x^2}+\frac{a^2-x^2}{ax}=\frac{x^2-a^2+16}{8a}.$

第三十六 $\frac{\sqrt{(x+a)}-\sqrt{(x-a)}}{\sqrt{(x+a)}+\sqrt{(x-a)}}=\frac{x}{2a}.$

第三十七 $\frac{a^2+x^2}{a+x}+\frac{a^2-x^2}{a-x}=4a.$

第三十八 $\frac{a+x+\sqrt{(2ax+x^2)}}{a+x}=b.$

第三十九 $\left(\frac{2+x}{2-x}\right)^2=1+\frac{cx}{2b}.$

第四十 $\frac{a+c(a+x)}{a+c(a-x)}+\frac{a+x}{x}=\frac{a}{a-2cx}.$

第四十一 $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{(x-a)}}{\sqrt{x}-\sqrt{(x-a)}}=\frac{n^2a}{x-a}.$

第四十二 $\sqrt{(a-x)}+2\sqrt{(a+x)}=\sqrt{\{a-x+\sqrt{(ax+x^2)}\}}.$

第四十三 $\left(\frac{x}{x-1}\right)^2+\left(\frac{x}{x+1}\right)^2=a(a-1).$

第四十四 $x^4+x^3+x^2+x+1=0.$

第四十五 $\sqrt[2p]{x^{p+q}}-\frac{1}{2c}(\sqrt[p]{x}+\sqrt[q]{x})=0.$

第四十六 $\frac{x^4+1}{(x+1)^4}=\frac{1}{2}.$

第四十七 $(a^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}=(a^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}$

第四十八 $\frac{1}{a}\sqrt{(a+x)}+\frac{1}{x}\sqrt{(a+x)}=\frac{1}{b}\sqrt{x}.$

第四十九 $\sqrt{(a^2+x^2)}+\sqrt{(a^2-x^2)}=b.$

第五十　$\sqrt{(x+\sqrt{x})}-\sqrt{(x-\sqrt{x})}=m\sqrt{\left(\frac{x}{x+\sqrt{x}}\right)}$.

第五十一　$\sqrt{(1+x+x^2)}+\sqrt{(1-x+x^2)}=mx$.

第五十二　$\sqrt{\{(2a+x)^2+b^2\}}+\sqrt{\{(2a-x)^2+b^2\}}=2a$.

第五十三　$x+a+3\sqrt[3]{(abx)}=b$　　第五十四　$x^3-8x^2+19x-12=0$.

第五十五　$\sqrt[m]{(x^{m+p})}-\frac{1}{m}\cdot\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}(\sqrt[m]{x}+\sqrt[m]{x})=0$.　　第五十六　$\sqrt[3]{(a+x)}+\sqrt[3]{(a-x)}=b$.

第五十七　$x^{2m}-1=a+\frac{a}{x^m}$　　第五十八　$(x-2)(x-3)(x-4)=1.2.3$.

第五十九　$(x-1)(x-2)(x-3)=(6-1)(6-2)(6-3)=0$.

第六十　$(x-1)(x-2)(x-3)=24$

二次同商方程式

第二百五十二節　未知数二元ヲ具有スル二次同商方程式ノ解法ハ通例一元四次方程式ノ解法トナル

未知数二元ヲ具有スル二次同商方程式ノ公式左ノ如シ

$x^2+axy+by^2+cx+dy+e=0\cdots\cdots$[一]，　$x^2+a'xy+b'y^2+c'x+d'y+e'=0\cdots\cdots$[二]

此両方程式ノ列項ヲxノ幕数ノ順ニ排列シテ括レバ左ノ如シ

$x^2+(ay+c)x+by^2+dy+e=0\cdots\cdots$[三]，　$x^2+(a'y+c')x+b'y^2+d'y+e'=0\cdots\cdots$[四]

[三]式ヨリ[四]式ヲ減ゼバ　$(a-a')xy+(c-c')x+(b-b')y^2+(d-d')y+(e-e')=0$　ヲ得前節ナル末ノ三項ヲ後節ニ移スレバ　$\{(a-a')y+c-c'\}x=(b'-b)y^2+(d'-d)y+(e'-e)$　ヲ得此ニ由テ

$x=\frac{(b'-b)y^2+(d'-d)y+(e'-e)}{(a-a')y+c-c'}$　ナリ

茲ニ得ル所ノxノ値ヲ[三]式或ハ[四]式ノxニ代用セバ一元ヲ含容スル方程式ヲ得ベシト雖モ所得ノ方程式必ズ四次ナリ其故何トナレバxノ値ヲ顕ス所ノ式$\frac{my^2+ny+q}{ry+s}$此ノ如クナルヲ以テ之ヲ自乗シテx^2ニ代用スルトキハy^4ヲ帯ル項アルヲ知ル而シテ$x^2+axy+by^2$ノ値空数ナルニアラザレバy^4ヲ帯ル項消去セザルガ故ナリ

是故ニ二元ニ次同商方程式ハ通シテ二次方程式ノ解法ニテ解スベカラズ

第二百五十三節　二元ヲ具スル二次以上ナル同商方程式ニシテ簡化ノ末竟ニ二次方程式ノ形状トナリ二次方程式ノ解法ニテ解スベキ例アリ此種ノ方程式大概左ノ三例ノ外ニ出テズ

第一　一式一次式ニシテ他ノ一式二次式ナル例

第二　両方程式倶ニ二次ニシテ未知元同次数ナル例

第三　一式或ハ両式倶ニ両元相関係スル状勢同一ナル例

左ニ此三例ノ解法ヲ示サントス

第一例

此種ノ方程式ハ通例ノ消去法ヲ以テ解スベシ

第一　$5x^2-6xy=8$，$3x-2y=6$．　上ノ方程式ヲ解スベシ

解法　$5x^2-6xy=8\cdots$[一]，$3x-2y=6\cdots$[二]　先ヅ[二]式ヨリ$x=\frac{6+2y}{3}$ヲ求メ之ヲ[一]式

ナルヲ x ニ代用セバ $\dfrac{5(6+2y)^2}{9}-\dfrac{6y(6+2y)}{3}=8$ ヲ得此式ノ分母ヲ去レバ $180+120y+20y^2-108y-36y^2=72$ ヲ得此式ヲ最簡式ニ化スレバ $4y^2-3y=27$ ヲ得由テ常法ノ如ク此式ヲ解スレバ $y=3$ 或ハ $y=-\dfrac{9}{4}$ ヲ得由テ $y=3$ トセバ $x=4$ トナリ $y=-\dfrac{9}{4}$ トセバ $x=\dfrac{1}{3}$ トナル故ニ $y=3, x=4$ ハ一種ノ答ニシテ又 $y=-\dfrac{9}{4}, x=\dfrac{1}{3}$ モ亦一種ノ答ナリ若シ此組合ノ法ヲ違ヘル時ハ方程式ニ合ハズ

第二例

此種ノ方程式ハ假數ヲ用ヰテ未知元ヲ消去スルコトヲ得

第二 $2x^2-xy=6,\ 2y^2+3xy=8$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 $x=vy$ ト命シ且テ兩方程式ヲ變換セバ $2v^2y^2-vy^2=6,\ 2y^2+3vy^2=8$ トナル由テ $y^2=\dfrac{6}{2v^2-v}$....[一], $y^2=\dfrac{8}{2+3v}$....[二] ヲ得故ニ此兩式ノ後節ヲ比較シテ方程式 $\dfrac{6}{2v^2-v}=\dfrac{8}{2+3v}$ ヲ作リ此式ノ分母ヲ去レバ $6+9v=8v^2-4v$ ヲ得之ヲ最簡式ニ化スレバ $8v^2-13v=6$ トナル由テ常法ノ如ク解シテ $v=2$ 或ハ $v=-\dfrac{3}{8}$ ヲ得先ヅ $v=2$ トセバ [二]式ヨリ $y=\pm1$ ヲ得由テ $x=\pm2$ ナリ次ニ又 $v=-\dfrac{3}{8}$ トセバ [二]式ヨリ $y=\pm\dfrac{8}{\sqrt{7}}$ ヲ得由テ $x=\mp\dfrac{3}{\sqrt{7}}$ ナリ是故ニ $y=1$ ナレバ $x=2$ ナリ又 $y=-1$ ナレバ $x=-2$ ナリ又 $y=\dfrac{8}{\sqrt{7}}$ ナレバ $x=-\dfrac{3}{\sqrt{7}}$ ナリ又 $y=-\dfrac{8}{\sqrt{7}}$ ナレバ $x=\dfrac{3}{\sqrt{7}}$ ナリ

第三例

此種ノ方程式ハ未知元ノ假數ノ形狀ニ就テ解法ヲ異ニシ或ハ兩數ノ和或ハ兩數ノ差或ハ兩數ノ相乘積ニ具ハレル關係ニ依テ解法ヲ察スルナリ

第三 $x+y=10,\ xy=21$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 $x+y=10$....[一], $xy=21$....[二] [一]式ヲ自乘セバ $x^2+2xy+y^2=100$ ヲ得此式ヨリ[二]式四倍ヲ減スレバ $x^2-2xy+y^2=16$ ヲ得此式ノ兩邊ヲ平方ニ開ケバ $x-y=\pm4$ ヲ得此式ト[一]式トヲ連合シテ $x=7, y=3$ ヲ得又 $x=3, y=7$ ヲ得ベシ

第四 $x+\sqrt{(xy)}+y=19,\ x^2+xy+y^2=133$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 先ヅ $x+y=s,\ \sqrt{(xy)}=p$ ト命シ以テ兩方程式ヲ變換セバ $s+p=19$....[一], $s^2-p^2=133$....[二] ヲ得此[一]式ニテ[二]式ヲ除スレバ $s-p=7$....[三] ヲ得由テ此[一][三]兩式ヲ連合シテ $s=13, p=6$ ヲ得此ニ由テ $x+y=13, xy=36$ ヲ得茲ニ於テ前例ノ如ク同法ヲ施シテ x ト y ノ値ヲ求ムルコトヲ得乃チ左ノ如シ

$x^2+2xy+y^2=169,\ x^2-2xy+y^2=25,\ x-y=\pm5,\ x=9$ 或 4, 又 $y=4$ 或 9.

第五 $x^{\frac23}+y^{\frac15}=6$, $x^{\frac43}+y^{\frac25}=20$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 $x^{\frac23}=P$, $y^{\frac15}=Q$ ト命セバ $x^{\frac43}=P^2$, $y^{\frac25}=Q^2$ トナル由テ之ヲ以テ兩方程式ヲ變換セバ $P+Q=6$……[一], $P^2+Q^2=20$……[二] ヲ得此[一]式ヲ自乘セバ $P^2+2PQ+Q^2=36$……[三] ヲ得此[三]式ヨリ[二]式ヲ減ズレバ $2PQ=16$……[四] ヲ得此[四]式ヲ[二]式ヨリ減ズレバ $P^2-2PQ+Q^2=4$……[五] ヲ得此[五]式ノ兩節ヲ平方ニ開ケバ $P-Q=\pm2$……[六] ヲ得此[六]式ト[一]式トヲ運合シテ $P=4$ 或ハ $P=2$ ヲ得又 $Q=2$ 或ハ $Q=4$ ヲ得故ニ $P=x^{\frac23}=4$ トセバ $x^2=64$, $x=\pm8$ ヲ得之ニ對スル他ノ元ノ値ヲ求ルトキハ $Q=y^{\frac15}=2$, $y=32$ ナリ又 $P=x^{\frac23}=2$ トセバ $x^2=8$, $x=\pm2\sqrt{2}$ ヲ得之ニ對スル他ノ元ノ値ヲ求ルトキハ $Q=y^{\frac15}=4$, $y=1024$ ナリ

此例ニテハ指數ヲ用フト雖モ運算ノ勞ヲ省クノ外ニ出ズ故ニ必要ノ術ニアラズ凡ソ此種ノ指數ヲ用フルトキハ命シテ未知元ノ最小冪トナスベシ

第六 $x^2+x^{\frac43}y^{\frac23}=208$, $y^2+x^{\frac23}y^{\frac43}=1053$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 $x^{\frac23}=P$ ト命ゼバ $x^{\frac43}=P^2$, $x^2=P^3$ ナリ又 $y^{\frac23}=Q$ ト命ゼバ $y^{\frac43}=Q^2$, $y^2=Q^3$ ナリ之ヲ以テ兩方程式ヲ變換セバ $P^2(P+Q)=208=13\times16$……[一], $Q^2(Q+P)=1053=13\times81$……[二] ヲ得此[一]式ヲ以テ[二]式ヲ除スレバ $\frac{Q^2}{P^2}=\frac{81}{16}$……[三] ヲ得此式ノ兩節ヲ平方ニ開テ $\frac{Q}{P}=\pm\frac94$

……[四] ヲ得此ニ由テ若シ $\frac{Q}{P}=\frac94$ トセバ $Q=\frac94P$, $P=\frac49Q$……[五] トナル之ヲ以テ[一][二]兩式ノPQニ代用セバ $P^3+\frac94P^3=13\times16$……[六] $Q^3+\frac49Q^3=13\times81$……[七] ヲ得[六]式ニ由テ $P^3=x^2=64$ ヲ得又[七]式ニ由テ $Q^3=y^2=729$ ヲ得此ニ由テ $x=\pm8$, $y=\pm27$ ナリ若シ又[四]式ノ後節ヲ負數トセバ $x=\pm8\sqrt{\left(-\frac{13}{5}\right)}$, $y=\pm27\sqrt{\left(-\frac{13}{5}\right)}$ ヲ得

第七 $x+y=8$, $x^3+y^3=152$, 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 $x+y=8$……[一], $x^3+y^3=152$……[二] [一]式ノ兩節ヲ三乘セバ $x^3+3x^2y+3xy^2+y^3=512$……[三] ヲ得[三]式ヨリ[二]式ヲ減ズレバ $3x^2y+3xy^2=360$……[四] ヲ得此式ノ兩節ヲ三除シテ括レバ $xy(x+y)=120$……[五] ヲ得[一]式ニテ[五]式ヲ除スレバ $xy=15$……[六] ヲ得由テ[一]式ト[六]式トヲ第三例ノ如ク運合セバ $x=5, y=3$ 或ハ $x=3, y=5$ ヲ得

第二百五十四條 二元二次同兩方程式ノ解法ハ前條ニ示ス所ノ法ヲ以テ盡セルニアラズ猶ホ學士ノ工夫ヲ以テ解スベキ者勘カラズ又三元以上多元ヲ具有スル方程式ハ公法ヲ以テ解スル能ハズ唯學士ノ工夫ヲ以テ解スベキモノ間々之レアルノミ由テ左ニ解法ノ例二三ヲ示サントス

第一 $x^2+b^2=\sqrt{2}(ax+by)$, $y^2+a^2=\sqrt{2}(xy-ab)$. 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 兩方程式ノ兩節ヲ相乘セバ $(x^2+b^2)(y^2+a^2)=2(ax+by)(xy-ab)$ ヲ得此式ノ前節ヲ展開シテ $(ax+by)^2+(xy-ab)^2=2(ax+by)(xy-ab)$ トナスコヲ得由テ後節ヲ前節ニ移ズレ

バ前節自乗數トナリ後節空數トナル故ニ平方ニ開テ $ax+by-(xy-ab)=0$ ヲ得此式ヨリxヲ用リテyノ値ヲ顯ス所ノ式ヲ作レバ $y=a\frac{x+b}{x-b}$ ヲ得之ヲ以テ首ノ方程式ノyニ代用セバ $x^2+b^2=a\sqrt{2}\left\{x+\frac{bx+b^2}{x-b}\right\}=a\sqrt{2}\frac{x^2+b^2}{x-b}$ ヲ得此式ノ兩節ヨリ通乗子x^2+b^2ヲ去テ分母ヲ去レバ $x-b=a\sqrt{2}$ ヲ得是故ニ $x=a\sqrt{2}+b$ ニシテ $y=a\frac{x+b}{x-b}=a\frac{a\sqrt{2}+2b}{a\sqrt{2}}=b\sqrt{2}+a$ ヲ得

又第ニ省ク所ノ乗子x^2+b^2ヲ空數トセバ $x=\pm b\sqrt{(-1)}, y=\mp a\sqrt{(-1)}$ ヲ得

第二 $(x^2+y^2+c^2)^{\frac14}+(x-y+c)^{\frac12}=2(4xy)^{\frac14}$, $\frac{1}{y}=\frac{1}{x}+\frac{1}{c}$. 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 $(x^2+y^2+c^2)^{\frac14}+(x-y+c)^{\frac12}=2(4xy)^{\frac14}$・・・・(一), $\frac{1}{y}=\frac{1}{x}+\frac{1}{c}$・・・(二) [二]式ノ分母ヲ去テ諸項ヲ盡ク前節ニ集ムレバ $xc-yc-xy=0$・・・(三) ヲ得然ルニ $(x-y+c)^2=x^2+y^2+c^2-2xy+2xc-2yc$ ナルガ故ニ此式ノ後節ヲ[三]式ニ依テ變換セバ $(x-y+c)^2=x^2+y^2+c^2$ ヲ得此ニ依テ[一]式ヲ變換セバ $(x-y+c)^2=4xy$ ヲ得此式ノ後節ヲ[三]式ニ依テ變換セバ $(x-y+c)^2=4c(x-y)$ トナル此式ノ前節ヲ解ケバ $(x-y)^2+2(x-y)c+c^2=4(x-y)c$ ヲ得由テ此式ヲ變換シテ $(x-y-c)^2=0$ トナスコトヲ得是故ニ $y=x-c$ ナリ之ヲ以テ[二]式ノyニ代用セバ $xc-(x+c)(x-c)=0$ ヲ得之ヲ解ケバ $x^2-cx-c^2=0$ ヲ得故ニ $x=\frac{c}{2}(1\pm\sqrt{5})$, $y=\frac{c}{2}(-1\pm\sqrt{5})$ ナリ

第三 $2(x^2+xy+y^2-a^2)+\sqrt{3}(x^2-y^2)=0$, $2(x^2-xz+z^2-b^2)+\sqrt{3}(x^2-z^2)=0$, $y^3-c^3+3(yz^2-c^3)=0$ 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 $2(x^2+xy+y^2-a^2)+\sqrt{3}(x^2-y^2)=0$・・・・(一), $2(x^2-xz+z^2-b^2)+\sqrt{3}(x^2-z^2)=0$・・・・(二), $y^3-c^3+3(yz^2-c^3)=0$・・・・(三)

[一]式ヲ二倍シテ變化セバ $3(x+y)^2+(x-y)^2+2\sqrt{3}(x^2-y^2)=4a^2$ ヲ得此式ノ兩節ヲ平方ニ開ケバ $\sqrt{3}(x+y)+(x-y)=\pm2a$・・・(四) ヲ得又同法ニテ[二]式ヲ變化シテ $\sqrt{3}(x-z)+(x+z)=\pm2b$・・・(五) ヲ得此兩式相減ズレバ $(\sqrt{3}-1)(y+z)=\pm2a\pm2b$ ヲ得此式ノ後節ハ四種ノ變化アリ即チ $\pm2(a+b)$ 或ハ $\pm2(a-b)$ 此ノ如シ由テ $y+z$ ノ値亦四種ナリ今之ヲmト命ズレバ $y+z=m$・・・・(六) ヲ得又[三]式ヲ二倍シ之ヲ解テ已知ノ項ヲ後節ニ移ズレバ $2y^3+6yz^2=8c^3$ ヲ得之ヲ變換シテ $(y+z)^3+(y-z)^3=8c^3$ トナスコトヲ得[六]式ニ由テ此式ヲ變換シテ $(y-z)^3=8c^3-m^3$ ヲ得此ニ由テ $y-z=(8c^3-m^3)^{\frac13}$ ヲ得此式ト[六]式トヲ連合シテ $y=\frac{1}{2}\left\{m+(8c^3-m^3)^{\frac13}\right\}$, $z=\frac{1}{2}\left\{m-(8c^3-m^3)^{\frac13}\right\}$ ヲ得之ヲ以テ[四]式或ハ[五]式ノyニ代用セバxノ値ヲ發見スルコトヲ得即チ左ノ如シ

$x(\sqrt{3}+1)=\pm2a-y(\sqrt{3}-1)=\pm2a-\frac{\sqrt{3}-1}{2}\left\{m+(8c^3-m^3)^{\frac13}\right\}$ 是故ニxノ値ヲ求ルコトヲ得

第四 $3x+3y-z=3$, $x^2+y^2-z^2=\frac{14-9z}{2}$, $x^3+y^3+z^3=3xyz+\frac{17z+44}{4}$. 上ノ方程式ヲ解スベシ

解法 $3x+3y-z=3$・・・(一), $x^2+y^2-z^2=\frac{14-9z}{2}$・・・(二), $x^3+y^3+z^3=3xyz+\frac{17z+44}{4}$・・(三)

[一]式ヲ變化シテ $3(x+y+z)=4z+3\cdots\cdots$[四] ヲ得又[二]式ヲ變化シテ
$x^2+y^2+z^2=2z^2+7-\frac{9}{2}z\cdots\cdots$[五] ヲ得又[三]式ヲ變換シテ
$2(x^3+y^3+z^3-3xyz)=\frac{17z+44}{2}=8\frac{1}{2}z+22\cdots\cdots$[六] ヲ得今[四][五]ノ兩式ヲ相乘シ而チ[六]式ヲ
減ズレバ $x^3+y^3+z^3+3(x^2y+xy^2+xz^2+x^2z+y^2z+yz^2)+6xyz=8z^3-12z^2+6z-1$ 即チ
$(x+y+z)^3=(2z-1)^3$ ヲ得此式ノ兩邊ヲ立方ニ開ケバ $x+y=z-1$ ヲ得[一]式ヨリ
$x+y=\frac{z}{3}+1$ ヲ得此ニ由テ $z-1=\frac{z}{3}+1$ ヲ得故ニ $z=3$ ナリ此ニ由テ $x+y=2$,
$x^2+y^2=z^2+7-\frac{9z}{2}=\frac{5}{2}$ トナル由テ $2(x^2+y^2)-(x+y)^2=5-4$ 即チ $x^2-2xy+y^2=1$
ヲ得故ニ $x-y=\pm1$ ヲ得由テ $x=1\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{2}$ 或ハ $x=\frac{1}{2}$, $y=1\frac{1}{2}$ ヲ得

第二百五十五條　兩數ノ和及ビ兩數ノ相乘積ヲ以テ兩數擧乘冪ノ和ヲ顯ス法

兩數ヲx及ビyトシ $x+y=s$, $xy=p$ トシ此sトpトヲ以テ x^2+y^2, x^3+y^3, x^4+y^4, x^5+y^5 等ノ値ヲ顯ス所ノ代數式ヲ作ルコヲ要ス

題解

$$x+y=s\cdots\cdots\cdots\cdots[一]$$
$$xy=p\cdots\cdots\cdots\cdots[二]$$

ナ

$x^2+2xy+y^2=s^2$	[一]式ノ二乘冪
$2xy\quad=2p$	[二]式ノ二倍
$x^2+y^2=s^2-2p\cdots$(A)	兩式相減ジテ(A)式トス
$x^3+x^2y+xy^2+y^3=s^3-2ps$	[一]式ト(A)式トノ相乘積
$xy(x+y)\quad=\quad ps$	[一]式ト[二]式トノ相乘積
$x^3+y^3=s^3-3ps\cdots$[B]	兩式相減ジテ[B]式トス
$x^4+2x^2y^2+y^4=s^4-4s^2p+4p^2$	(A)式ノ二乘冪
$2x^2y^2\quad=\quad 2p^2$	[二]式ノ二乘冪ニ倍
$x^4+y^4=s^4-4s^2p+2p^2\cdots$(C)	兩式相減シテ(C)式トス
$x^5+x^3y^2+x^2y^3+y^5=s^5-5s^3p+6sp^2$	(A)式ト[B]式トノ相乘積
$x^2y^2(x+y)\quad=\quad sp^2$	[二]式ノ二乘冪ト[一]式トノ相乘積
$x^5+y^5=s^5-5s^3p+5sp^2\cdots$[D]	兩式相減シテ[D]式トス

設令バ $x+y=9$, $x^4+y^4=2417$ ナレバxトyトノ値各如何

解法　此題ニテハ $s=9$, $s^2=81$, $s^4=6561$ ナリ此ニ由テ(C)式ヨリ $6561-324p+2p^2=2417$ ヲ得之ヲ最簡式ニ化スレバ $p^2-162p=-2072$ ヲ得由テ $p^2-162p+81^2=4489$, $p-81=\pm67$, $xy=p=148$ 或ハ $xy=p=14$ ヲ得若シ $xy=148$ トセバxトyトハ虚數トナル若シ又 $xy=14$ トセバ之ト $x+y=9$ ト組合シテ $x=7$, $y=2$ 或ハ $x=2$, $y=7$ ヲ得

多元二次方程式解法問題

左ノ方程式ヲ解クベシ

第一 $x-y=15,\ x-2y^2=0.$

第二 $xy+2y^2=120,\ 2x+y=22.$

第三 $x+y^2=25,\ 4x=9y.$

第四 $5x^2-y=35,\ 5x+y=25.$

第五 $3x^2+xy=336,\ 4x+y=40.$

第六 $xy+y^2=126,\ 5(x+y)=7x.$

第七 $x^2+4y^2=181,\ 5(x-y)=4y.$

第八 $x^2-2xy-y^2=1,\ x+y=2.$

第九 $2x^2+xy-5y^2=20,\ 2x-3y=1.$

第十 $\frac{1}{3}(10x+y)=xy,\ 9y-9x=15.$

第十一 $x-\frac{x-y}{2}=4,\ y-\frac{x+3y}{x+2}=1.$

第十二 $2x+3y=37,\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{14}{45}.$

第十三 $4x^2+3y^2=43,\ 3x^2-y^2=3.$

第十四 $x^2+xy=56,\ xy+2y^2=60.$

第十五 $3x^2+xy=68,\ 4y^2+3xy=160.$

第十六 $x^2+xy=12,\ xy-2y^2=1.$

第十七 $x^2-xy+y^2=21,\ y^2-2xy+15=0.$

第十八 $6x^2+2y^2=5xy+12,\ 3y^2-3x^2=2xy+3.$

第十九 $x^2+xy+4y^2=6,\ 3x^2+8y^2=14.$

第二十 $2x^2+3xy+y^2=20,\ 5x^2+4y^2=41$

第二十一 $x-y=a,\ y^2+ay+bx=0.$

第二十二 $(x+y)^2+2(x+y)=120,\ xy-y^2=8.$

第二十三 $3x^2y^2-2xy=1,\ x=2y.$

第二十四 $x^2+y^2=65,\ xy=28.$

第二十五 $x^2+y^2=89,\ x-y=3.$

第二十六 $x^3+y^3=4914,\ x+y=18.$

第二十七 $x^3+y^3=189,\ x^2y+xy^2=180.$

第二十八 $x^3+y^3=(x+y)xy,\ x+y=4.$

第二十九 $x^2+y^2=18xy,\ x+y=12.$

第三十 $(x^2+y^2)(x-y)=13,\ xy(x-y)=6.$

第三十一 $x^4+y^4=2402,\ x+y=8.$

第三十二 $x^3+y^3=2xy(x+y),\ xy=16.$

第三十三 $x^2-y^2-(x+y)=8,\ (x+y)(x-y)^2=32.$

第三十四 $x^2y+xy=12,\ x^2y+y=18.$

第三十五 $x^2+xy=12,\ y^2+xy=24.$

第三十六 $x^2+y^2=a,\ xy=b.$

第三十七 $x^2-y^2=2a,\ xy=2b.$

第三十八 $x^{\frac{3}{2}}+x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}}=a,\ y^{\frac{3}{2}}+x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}}=b.$

第三十九 $y\sqrt{x}+\sqrt{y}=21,\ xy^2+y=333.$

第四十 $x+\sqrt{(xy)}=a,\ y+\sqrt{(xy)}=b.$

第四十一 $x+y=35,\ x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}=5.$

第四十二 $x+y=10,\ \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{2}.$

第四十三 $x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=4(x^{\frac{1}{4}}-y^{\frac{1}{4}}),\ x-y=16.$

第四十四 $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=3x,\ x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}=x.$

第四十五 $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{1}{3}}+2y^{\frac{1}{3}}=23,\ x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}=6.$

第四十六 $x^{\frac{4}{3}}+y^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{1}{3}}=26,\ x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}=8.$

第四十七 $\frac{x}{y}+\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=\frac{33}{4},\ x-y=5.$

第四十八 $x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{2}{3}}=2y^2,\ 8x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{3}}=14.$

第四十九 $y^2-8x^{\frac{1}{2}}y=84,\ y-2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}=4.$

第五十 $x^2y+xy^2=30,\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}.$

第五十一 $x^2+y^2=8,\ \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{1}{2}.$

第五十二 $x^5-y^5=3093,\ x-y=3.$

第五十三 $x^2+xy+y^2=7,\ x^4+x^2y^2+y^4=133.$

第五十四 $x^2+y^2+xy=84,\ x+y+\sqrt{(xy)}=14.$

第五十五 $(x^2+y^2)x^2y^2=468,\ (x+y)xy=30.$

第五十六 $\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}=9,\ x+y=6.$

第五十七　$2(x^2+y^2)(x+y)=15xy,\ 4(x^4-y^4)(x^2-y^2)=45x^2y^2.$

第五十八　$(x^2-y^2)(x-y)=16xy,\ (x^4-y^4)(x^2-y^2)=640x^2y^2.$

第五十九　$x^2+\frac{x^4}{y^2}+y^2=84,\ x+\frac{x^2}{y}+y=14.$

第六十　$x^{\frac{3}{2}}+x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}}+y^{\frac{3}{2}}=1009,\ x^3+x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{3}{2}}+y^3=582193.$

第六十一　$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=9,\ \frac{2}{x}+\frac{3}{y}=13,\ 8x+3y=5.$

第六十二　$x^2+y^2+z^2=50,\ x-y-z=-6,\ x(y+z)=27.$

第六十三　$x(x+y+z)=27,\ y(x+y+z)=18,\ z(x+y+z)=36.$

第六十四　$xy=z,\ yz=v,\ xv=a,\ yv=bx.$

第六十五　$xyz=105,\ xyv=135,\ xzv=189,\ yzv=315.$

第六十六　$x+y+z=3a,\ zx+zy+xy=3a^2,\ xyz=a^3.$

第六十七　$x^2+xy+y^2=13,\ y^2+yz+z^2=49,\ x^2+xz+z^2=31.$

二次式之論

第二百五十六條　二次方程式ノ公式ヲ $x^2+2ax=b\cdots\cdots$[A] トシ此方程式ノ根ヲrトr'トセバ
$r=-a+\sqrt{(a^2+b)}\cdots\cdots$[一], $r'=-a-\sqrt{(a^2+b)}\cdots\cdots$[二] ナリ此兩式ヲ相合シ又相乘セバ
$r+r'=-2a\cdots\cdots$[三] $rr'=-b\cdots\cdots$[四] ヲ得此ニ由テ左ノ定理アリ

第一　兩根ノ和ハ正負ヲ變換セシ未知元ノ係數ニ等シ

第二　兩根ノ相乘積ハ正負ヲ變換セシ已知ノ項ニ等シ

第二百五十七條　前條ニ示ス所ノ[三][四]兩方程式ヨリ　$2a=-(r+r')$, $b=-rr'$ ヲ得此兩式ヲ以テ[A]式ノ$2a$トbトニ代用シ已知ノ項ヲ前邊ニ移セバ $x^2-(r+r')x+rr'=0$ トナル之ヲ括レバ
$(x-r)(x-r')=0$ ヲ得此ニ由テ左ノ定理アリ

二次方程式ハ諸項ヲ前邊ニ集ムル各根ノ正負ヲ變換シテ未知元ノ後ニ置テ作レル兩二項式ノ相乘積トナル

第二百五十八條　二次式トハ一元ノ一乘冪幷ニ兩乘冪ヲ具有スル代數式ヲ云フナリ
前條ニ述ル所ノ理ニ依テ二次式ハ形狀ニ係ラズ總テ一次式ナル兩乘子ニ分解スルヿヲ得ベシ

例一　$x^2+12x-45.$ 上ノ二次式ヲ一次式ナル兩乘子ニ分解セバ如何

　運算　$x^2+12x-45=0.$ トセバ此方程式ヨリ $x=3,\ x=-15$ ヲ得故ニ $x^2+12x-45=(x-3)(x+15)$ ヲ得テ問ニ答フ

例二　$5x^2-8x+3.$ 上ノ二次式ヲ一次式ナル兩乘子ニ分解セバ如何

　運算　先ヅ括弧ノ外ニ5ヲ出スキハ $5\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{3}{5}\right)$ ヲ得由テ此括弧內ノ式ヲ零數トシテ前例ノ如クセバ $5x^2-8x+3=5(x-1)\left(x-\frac{3}{5}\right)=(x-1)(5x-3)$ ヲ得テ問ニ答フ

二次式ヲ兩乘子ニ分解スル法問題

左ノ二次式ヲ一次式ナル兩乘子ニ分解セバ如何

第一　$x^2+2x-120.$　　第二　$x^2-9x+14.$

第三　$x^2+8x+15$.　第四　$x^2-35x+300$.

第五　$x^2-\frac{x}{4}-\frac{3}{8}$.　第六　$15x^2+19x+6$.

第七　$x^2-2ax+a^2x-2a^3$.

第二百五十九條　前ニ述ル所ノ理ニ由テ已知ノ兩數ヲ商トスル所ノ方程式ヲ造ルヿヲ得其法所要ノ方程式ノ包容スベキ兩商ヲ求ニ項式乘子ヲ相乘スルニアリ或ハ兩商ノ和ノ正負ヲ變換シテ未知元ノ段數トシ兩商ノ相乘積ヲ已知ノ項トシテ前節ニ置キ或ハ正負ヲ變換シテ後節ニ置クナリ其ノ例左ノ如シ

例　正商三分箇之一負商二分箇之一ヲ有スル方程式ヲ問フ

解答　$\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)=x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}=x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}$ 故ニ $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}=0$ 或ハ $6x^2+x-1=0$ ヲ以テ問ニ答フ

又一法　$\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}\times-\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}$ 故ニ又前ノ如ク所要ノ方程式ハ $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}=0$ 或ハ $6x^2+x-1=0$ ヲ得

方程式ヲ造ル法問題

第一　正商六箇負商十五箇ヲ有スル方程式ヲ問フ

第二　正商三箇負商十五箇ヲ有スル方程式ヲ問フ

第三　正商十六箇正商九箇ヲ有スル方程式ヲ問フ

第四　正商八十四箇負商一箇ヲ有スル方程式ヲ問フ

第五　正商三分箇之二負商六分箇之一ヲ有スル方程式ヲ問フ

第六　正商八分箇之七負商七分箇之四ヲ有スル方程式ヲ問フ

第七　正商二分箇之一正商四分箇之一ヲ有スル方程式ヲ問フ

第八　$2a$、$-b$ ノ兩商ヲ有スル方程式ヲ問フ

第二百六十條　二次方程式ノ公式 $x^2+2ax=b$ ニ於テ未知元ノ段數ト已知ノ項トハ正數ナルヿアリ負數ナルヿアルガ故ニ此正負ニ由テ方程式ノ形狀四種ニ變ズ乃チ左ノ如シ

第一　$x^2+2ax=+b$.　第二　$x^2-2ax=+b$.　第三　$x^2+2ax=-b$.　第四　$x^2-2ax=-b$.

此各式ヨリ未知元ノ値ヲ求ムレバ左ノ如シ

第一　$x=-a\pm\sqrt{(a^2+b)}$.　第二　$x=+a\pm\sqrt{(a^2+b)}$.

第三　$x=-a\pm\sqrt{(a^2-b)}$.　第四　$x=+a\pm\sqrt{(a^2-b)}$.

今左ニ方程式ノ兩商或ハ實數トナリ或ハ虚數トナリ或ハ正數トナリ或ハ負數トナリ或ハ等數トナリ或ハ不等數トナルヘキ情狀ヲ論セントス

第二百六十一條　實商幷虚商

第一第二ノ兩式ニテハ根數號ノ内ナル式 a^2+b 恆ニ正數ナリ故ニ根數式ノ價恆ニ實數ナリ然レ而第三第四ノ兩式ニテ b 若シ a^2 ヨリ大ナレバ根數號ノ内ナル式 a^2-b 負數トナル此時ニ在テハ此根數式ノ價虚數ナリ此ニ由テ左ノ定理アリ

第一　第一第二ノ兩式ニテハ兩商恆ニ實數ナリ

第二　第三第四ノ兩式ニテハ已知ノ項若シ未知元ノ段數半ノ自乘ヨリ大ナレバ兩商倶ニ虚數トナル

否ラザレバ則チ實數ナリ

第二百六十二條　正商并負商

$a^2+b>a^2$ ナルガ故ニ $\sqrt{(a^2+b)}>a$ ナリ又 $a^2-b<a^2$ ナルガ故ニ $\sqrt{(a^2-b)}<a$ ナリ此ニ由テ第一第二ノ兩式ニテハ兩商ノ正負根數式ト同號ニシテ第三第四ノ兩式ニテハ兩商ノ正負常數ト同號ナリ是故ニ左ノ定理アリ

第一　第一第二ノ兩式ニテハ一商ハ正數一商ハ負數ナリ

第二　第三式ニテハ兩商倶ニ負數ニシテ第四式ニテハ兩商倶ニ正數ナリ

第二百六十三條　等商并不等商

第一第二ノ兩式ニテハ兩商値ニ等シカラズ其故何トナレバ一商ハ根數式ト常數トノ和ニシテ一商ハ根數式ト常數トノ差ナレバナリ第三第四ノ兩式ニテモ亦同理ナリ然レモ若シ $a^2=b$ ナレバ第三式ノ兩商ハ $-a\pm0$ トナリ第四式ノ兩商ハ $+a\pm0$ トナル此ニ由テ左ノ定理アリ

第一　第一第二ノ兩式ニテハ兩商値ニ等シカラズ

第二　第三第四ノ兩式ニテハ已知ノ項ト未知冪ノ係數半ノ自乘ト等シケレバ兩等商ヲ得ベシ否ラザレバ則チ兩商等シカラズ

又第一式ノ負商ハ常數ト根數式トノ和ニシテ第二式ノ正商亦然リ此ニ由テ兩商不等ナレバ左ノ定理アリ

第三　第一式ニ於テハ負商ノ數値正商ノ數値ヨリ多シ

第四　第二式ニ於テハ正商ノ數値負商ノ數値ヨリ多シ

問題辨論

第二百六十四條　二次方程式ヲ以テ解スベキ問題ニテ或ハ兩商倶ニ題意ニ適ヘルアリ或ハ一商ノミ題意ニ適ヘルアリ是レ代數式ノ意義ハ普談ノ意義ヨリ廣キガ故ニ題辭ノ意義ヲ顯ス所ノ方程式ニシテ或ハ他ノ問題ノ意義ヲモ顯スコトアルガ故ナリ

第一　馬ヲ買フ者アリ其價ヲ知ラズ唯若シ之ヲ二十四圓ニ賣レバ百分之原價ノ圓數ノ如キ損失アリト云ヘルヲ聞クニ由テ問フ此馬ノ原價幾何

解法　馬ノ原價ヲ x 圓トセバ損耗ハ $x\times\frac{x}{100}$ 即チ $\frac{x^2}{100}$ ナリ此ニ由テ $x-\frac{x^2}{100}=24$ 即チ $x^2-100x=-2400$ ヲ得常法ノ如ク之ヲ解ケバ $x^2-100x+2500=100$, $x-50=\pm10$,
$x=50\pm10$, $x=60$ 或ハ $x=40$ ヲ得

答　六十圓或ハ四十圓

此題ニテハ兩商倶ニ題意ニ適フ其故何トナレバ $60\times.6=36$, $40\times.4=16$ ニシテ
$60-36=24$, $40-16=24$ ナルガ故ナリ

第二　群羊ヲ買フ者アリ其價二百四十圓ナリ若シ同シ價ニテ更ニ八頭ヲ買フコトヲ得バ一頭ノ價一圓ヲ減ズト云フ由テ問フ此群羊幾頭ナルヤ

解法　群羊ノ頭數ヲ x 頭トセバ一頭ノ價 $\frac{240}{x}$ ナリ若シ更ニ八頭ヲ買フコトヲ得バ一頭ノ價 $\frac{240}{x+8}$ ナリ此ニ由テ $\frac{240}{x}-1=\frac{240}{x+8}$ ヲ得由テ常法ノ如ク之ヲ解ケバ $x^2+8x=1920$,
$x^2+8x+16=1936$, $x+4=\pm44$, $x=40$, 或ハ $x=-48$ ヲ得

答　四十個

此題ニテハ一箇ノミ題意ニ適フ負箇四十八個ハ題辭ヲ改メテ多數ヲ少數トナシ減ヲ増ト為バ其新題ノ意義ニ適フ

第二百六十五條　二次方程式ノ已知ノ項若シ負數ニシテ其數値未知元ノ係數半ノ自乘ヨリ大ナレバ兩箇倶ニ虚數トナル然レモ虚箇恒ニ方程式ニ合フヲ以テ新ニ虚箇ノ意義ヲ論ズルコト必要ナリ由テ左ニ論ゼントス

第一　原數二十箇アリ分テ二分トナシ其兩分ノ相乘積ヲ一百四十箇トナサント欲ス由テ問フ二分各幾何

解法　一分ヲxトセバ他ノ一分ハ$20-x$ナリ此ニ由テ $x(20-x)=140$, $x^2-20x+100=-40$, $x-10=\pm\sqrt{(-40)}$, $x=10\pm\sqrt{(-40)}$ ヲ得

此題ニテハ得箇虚數ナリ由テ其意義ヲ知ランガタメ題意ヲ考究スルニ二十箇ヲ分テ二分トナシ之ヲ相乘シテ作ル所ノ最大乘積ハ半數ノ相乘積 $10\times10=100$ ナリ是ニ由テ此題不合理ノ問ナルヲ知ル

第二　直方形ニシテ積五十歩方一間ヲ歩ト云フ外周二十四間ノ地アリ由テ問フ此長闊各幾何

解法　長ヲx間トシ闊ヲy間トセバ $x+y=12$, $xy=50$ ヲ得由テ $x^2+2xy+y^2=144$, $x^2-2xy+y^2=-56$, $x-y=\pm\sqrt{(-56)}$ トナル故ニ $x=6\pm\sqrt{(-14)}$, $y=6\mp\sqrt{(-14)}$ ヲ得此題ニテモ得箇虚數ニシテ不合理ノ問ナリ其故何トナレバ總積不易ナレバ總形正方ナル片外周最モ短シ然ルニ五十歩ノ平方根ハ七間餘ナリ故ニ外周必ズ二十八間ヨリ長カラザルヲ

得ザルガ故ナリ

是故ニ虚箇ハ題意ノ不合理ナルコトヲ顯スモノナルヲ知ル

第二百六十六條　代數式ノ意義ヲ更ニ明了ナラシメンガタメ左ニ一問題ヲ擧ス

一線上ニ兩燈アリ甲乙ト名ヅク由テ問フ此兩燈等シキ光力ヲ有スル處如何但シ燈ノ所在ヨリ距離一ノ處ナル光力ヲ其距離ノ自乘ニテ除スレバ此某距離ナル處ノ光力ヲ得ルモノト知ルベシ

解法　距離一ノ處ナル甲燈ノ光力ヲaトシ距離一ノ處ナル乙燈ノ光力ヲbトシ二燈ノ距離ヲcトシ甲燈ノ所在ヲ以テ距離ヲ調ブル起首ノ地トシ是ヨリ乙燈ノ方ニ算ヘタル距離ヲ正數トス

二燈等シキ光力ヲ以テ照ラス所ヲ丙トシ甲燈ヨリ丙ニ至ル距離ヲxトセバ乙燈ヨリ丙ニ至ル距ハ$c-x$ナリ然ルニ又題意ニ由テ距離xナル處ノ甲燈ノ光力ハ$\frac{a}{x^2}$ニシテ距離$c-x$ナル處ノ乙燈ノ光力ハ$\frac{b}{(c-x)^2}$ナルヲ知ル而シテ丙ハ兩燈等シキ光力ヲ有スル處ナルガ故ニ左ノ方程式ヲ得

$$\frac{a}{x^2}=\frac{b}{(c-x)^2}\quad\therefore\ \frac{(c-x)^2}{x^2}=\frac{b}{a},\quad \frac{c-x}{x}=\pm\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$$

此式ヨリxノ値二種ヲ得即チ $x=\frac{c\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ [1]

$x=\frac{c\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ [2] 此ノ如シ

斯ニ得ル所ノxノ値ハ兩種倶ニ實數ニシテ不等數ナルガ故ニ等シキ光力ヲ以テ照ラス處必ズ甲乙ノ間ニ一處アリ又甲乙線ノ伸線上ニ一處アツテ共ニ二處ナルヲ知ル是レ代數學ノ解法ヲ

以テ此題意ヲ推セバ必ス知ルベキ所ニシテ理窮若クハ知リ且ツ其何故トナレバ両燈ノ距離ニ近ラズ両燈ノ間ニ於テ光力ヲ等クスル所必ズ一處アリ又両燈ノ距離若シ不同ナレバ伸線上ニテ今一處必両燈ノ外ニ光力ヲ等クスル處アルベキガ故ナリ今又左ニ似ヰ数種ノ假設ヲ設ケテ其ノ理ヲ論セントス

第一　$a>b$ ト假定ス

斯時ニテハ其ノ値両種俱ニ正数ナリ故ニ等シキ光力ヲ以テ照ラス所ニ所俱ニ甲燈ヨリ乙燈ノ方向ニアリ

〔一〕式ノ値cヨリ小ナリ其故何トナレバ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ ハ一箇ニ満タザル分数ナルガ故ナリ然レバcノ中ヨリ大ナリ其故何トナレバ $\sqrt{a}=\sqrt{a}$〔一〕ニシテ $a>b$ ナルヲ以テ $\sqrt{a}+\sqrt{b}<2\sqrt{a}$〔二〕ナリ此〔二〕式ニテ〔一〕式ヲ除スレバ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}>\frac{1}{2}$ ヲ得ルガ故ナリ此ニ由テ等シキ光力ヲ以テ照ラス所ノ一ハ両燈ノ間ニ在テ乙燈ニ近シ

〔二〕式ノ値cヨリ大ナリ其故何トナレバ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ ハ一箇ヨリ大ナルガ故ナリ此ニ由テ第二ノ距離ハ本線ヲ乙燈ノ方ニ引長シタル伸線上ニテ得ル一ノ處是レナリ

此論決錯リナシ其故何トナレバaヲbヨリ大ナリト定ムルノ義ハ乙燈ヲ弱光トスルノ義ナリ是故ニ等シキ光力ヲ以テ照ラス處二處俱ニ乙燈ニ近シ

第二　$a<b$ ト假定ス

斯時ニテハ〔一〕式ノ値正数ニシテcノ半ヨリ小ナリ其故何トナレバ

$\sqrt{a}=\sqrt{a}$〔一〕ニシテ $a<b$ ナルヲ以テ $\sqrt{a}+\sqrt{b}>2\sqrt{a}$〔二〕ナリ此〔二〕式ヲ以テ〔一〕式ヲ除スレバ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}<\frac{1}{2}$ ヲ得ルガ故ナリ此ニ由テ等シキ光力ヲ以テ照ラス所ノ一ハ両燈ノ間ニ在テ甲燈ニ近シ是レ亦實ニ然リ蓋シ甲燈弱光ナルガ故ナリ

〔二〕式ノ値ハ負数ナリ其故如何トナレバ分母 $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 負数ナルガ故ナリ

此道ノ式ヲ立ツルニ際テ甲燈ヨリ乙燈ノ方ヘ算ヘタル距離ヲ正数トセリ故ニ第百五十八節ニ言ス所ノ負號ノ解義ニ從ヘバ此道ノ負號ハ甲燈ヨリ丙ニノ方向ニ算ヘタル距離ナリト曰ハザルヲ得ズ是レ亦實ニ然ルベシ蓋シ今ノ假定ニテハ甲燈弱光ナルガ故ナリ

第三　$a=b$ ト假定ス

斯時ニテハ〔一〕式ノ値 $\frac{c}{2}$ トナル此ニ由テ等シキ光力ヲ以テ照ラス處ノ一ハ両燈ノ中央ニアリ

〔二〕式ノ値ハ $\frac{c\sqrt{a}}{0}$ 即チ ∞ トナル此得数ノ意義ハ等シキ光力ヲ以テ照ラス處ノ一ハ甲燈ヨリ定限アル距離ノ地ニ在ルベカラザルヲ示スナリ

此論決亦錯リナシ其故何トナレバ今ノ假定ニテハ両燈ノ強弱同一ナリ由テ此両燈等シキ光力ヲ以テ照ラス所ハ此両燈ヨリ等距離ノ地ナルコ明ナリ而シテ此ノ如キ地位ハ両燈ノ中央ノ外ニ在ルベカラザルガ故ナリ

然レ𪜈若シaトbヲ同數トシ始メ不等數ニシテ漸ク等數ニ近ヅクトセバ〔二〕式ノ値漸ク長大トナリ竟ニ無限大トナルニ至ル此ニ由テ第二ノ距離ハ漸ク甲燈ヲ離レテ竟ニ無限ノ遠キニ至ルベキヲ知ル但シ上方ニ進ムト下方ニ進ムトハaヨリbノ大ナルトaヨリbノ小ナルトニ依ルナリ此ノ如ク此題意

ヲ解シテ $a=b$ ナル片等シキ光力ヲ以テ照ラス處二アリ其一ハ甲燈ヨリ無限ノ遠キニ在リト云フコアリ然レバ是レ一種ノ特算ニシテ此算ノ眞意ハ兩燈發射ノ差小ナレバ第二ノ距離ハ甲燈ヲ距ル可遠シ差愈々小ナレバ距離益々遠シト云フノ義ナリ

第四　$a=b,\ c=0$　ト假定ス

斯時ニテハ[一]式ノ値 $\frac{0}{2\sqrt{a}}$ 即チ0トナル此ニ由テ第一ノ距離ハ甲燈所在ノ地ナリ

[二]式ノ値ハ $\frac{0}{0}$ トナル是レ不定數ヲ顯スナリ〔第百六十五條第四節ヲ觀ヨ〕此得數ノ意義ハ兩燈等シキ光力ヲ以テ照ラス處定リナキヲ示スナリ

此論決亦明ニ據リナシ其故何トナレバ今ノ假定ニテハ兩燈發射ヲ同クシ且ツ其處在ヲ同クス是故ニ到ル處總テ等シキ光力ヲ以テ照ラサヾルヲ得ザルガ故ナリ

第五　$c=0,\ a>b$ 或ハ $a<b$　ト假定ス

斯時ニテハ[一][二]兩式ノ値倶ニ虚數トナル故ニ得數ノ意義ハ兩燈等シキ光力ヲ以テ照ラス所甲燈所在ノ地ニアリト云フナリ然レドモ今ノ假定ニテハ兩燈所在ヲ同クシテ發射ヲ同クセズ是ニ由テ所在ノ地ニテ兩燈ノ光力同一ナリト云フノ理甚ダ疑フベシ由テ更ニ此理ヲ考究セントス

兩燈ノ發射同シカラザルトキハ等シキ光力ヲ以テ照ラス處二アリ其一ハ兩燈ノ間ニ在リ他ノ一ハ弱燈ヲ越ヘテ其邊リニ在リ而シテ兩燈ノ距離近ケレバ甲燈ヨリ要點ニ至ル距離亦近シ是故ニ兩燈ノ所在漸ク近ヅクバ甲燈ヨリ要點ニ至ル距離益々近クシテ漸ク零數ニ近ヅクヲ知ル是ニ由テ兩燈ノ距離零數ナレバ甲燈ヨリ要點ニ至ル距離亦零數ナリト云フ然レドモ是レ特算ニシテ此算ノ眞意ハ眞ニ達スルカ如ク兩燈ノ所在漸ク近ヅクトキハ甲燈ヨリ要點ニ至ル距離亦漸ク近シト云フノ義ナリ

二次方程式應用問題

第一　某數十四箇アリ分テ兩分トナシ小分ニテ大分ヲ除シテ得ル所ノ商九倍ト大分ニテ小分ヲ除シテ得ル所ノ商十六倍トヲ等クセント欲ス由テ問フ兩分各幾何

第二　數人共ニ宴ヲ酒店ニ開クアリ實費ナ酒宴食貼ヲ積スルヲ給スレバ三圓五十錢ナリ然レドモ二客出錢ニ堪ヘザルヲ以テ他客ノ出錢定算ヨリ二十錢超ヘタリト云フ由テ問フ此人數幾何

第三　一數アリ其幾何ナルヲ知ラズ若シ之ヲ二十二箇ヨリ減ズ所得ノ餘數ニ本數ヲ乘セバ乘積一百十七箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此數幾何

第四　直方形ナル地アリ積五千五百坪ニシテ長ハ闊ヨリ六十間長シト云フ由テ問フ長闊各幾何

第五　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其差四箇ニシテ其平方ノ差ト兩數ノ和ト相乘セバ所得ノ乘積一千六百箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第六　二位ノ數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯其兩數字ノ和ハ十箇ニシテ其平方ノ和ハ五十八箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此數幾何

第七　一數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯此中ヨリ此個數ヲ減ゼバ所得ノ餘數一箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此數幾何

第八　群羊ヲ買フ者アリ其價六百圓ナリ今此中十五頭斃死スト雖モ餘羊ヲ每一頭ニテ一圓ノ益ヲ得テ賣レバ猶能五百四十圓ヲ得ベシト云フ由テ問フ始ノ群羊ノ總數幾何

第九　一數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯此數ニ七箇ヲ加ヘタル總數ヲ平方ニ開キ又別ニ本數ニ十六箇ヲ加ヘタル總數ヲ平方ニ開キ所得ノ兩平方根ヲ合スレバ九箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此數幾

何

備考　此題ハ「ルーヅ」ヲ以テ所要ノ數ニ合スルヲ宜トス

第十　傭夫二人アリ共ニ物一百貫ヲ運搬シテ貫目同數ヲ得タリト云フ然レトモ若シ各運搬スル所ノ數ヲ交換セハ甲所得ノ貫錢十八錢乙所得ノ貫錢八錢ナルヘシト云フ由テ問フ二人運搬スル所ノ數各幾何

第十一　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其和六箇ニシテ其立方ノ和七十二箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第十二　脚夫アリ終始遲速ナク行テ三十六里ノ道ヲ過ク若シ更ニ每時一里ヲ進ミタレハ三時間前ニ此道ヲ通過セシナラント云フ由テ問フ此脚夫每時幾里ヲ步行セシヤ

第十三　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラス唯其和一百箇ニシテ其平方根ノ差二箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第十四　綢緞アリ本錢六百七十五圓ヲ以テ幾若干ヲ買ヒ每一卷ヲ四十八圓ニ賣テ一卷ノ原價ニ等シキ益錢ヲ得タリト云フ由テ問フ此商賈買收ノ綢幾卷ナルヤ

第十五　綢緞アリ其一卷ヲ三十九圓ニ賣テ益錢若干ヲ得タリ由テ之ヲ本錢ニ比ブレハ百分之原價ノ圓數ノ如シト云フ由テ問フ其一卷ノ原價幾何

第十六　一商賈アリ貨物若干ヲ買フ其價ヲ知ラズ別ニ運賃錢トシテ原價ノ百分之四ヲ費セ然ル後チ之レヲ三百九十圓ニ賣テ所贏ノ利ヲ本錢ニ比ブレハ百分之原價ノ圓數十二分之一ノ如クナルヲ知レリト云フ但シ原價ト運賃ト合計シテ本錢ト云フ由テ問フ貨物ノ原價幾何

第十七　東西兩府ノ距離三百九十六里ナリ今兩府ヨリ同時ニ脚夫ヲ出シ相向テ行クアリ兩使每日ニ行ク里數ノ差ト同キ日數ヲ經テ兩使途上ニ相逢ヘリ此時兩使ノ行程ヲ算スルニ東使ノ行程二百十六里ナルヲ知レリト云フ由テ問フ兩使每日ノ行程各幾何

第十八　原數六十箇ヲ分テ兩分トナシ其兩分ノ相乘積ヲ七百零四箇トナサント欲ス由テ問フ兩分各幾何

第十九　酒商アリ嘗テ新酒七樽ト舊酒十二樽トヲ合セテ五十圓ニ賣ルト云ヒ又每十圓ニ賣ル所ノ樽數新酒ハ每六圓ニ賣ル所ノ舊酒ヨリ三樽多シト云フ由テ問フ此兩種ノ酒各一樽ノ價幾何

第二十　東西ノ兩府アリ其距離幾何ナルヲ知ラズ今東府ヨリ一使ヲ出シ每日七里ヲ行キ三十二里ヲ經過セシ時西府ヨリ一使ヲ出ス此人每日兩府ノ距離ノ十九分之一ヲ行ク而シテ此人日ニ行ク里數ト同シ日數ヲ經テ東使ニ逢ヘリト云フ由テ問フ兩府ノ距離幾何

第二十一　兩種ノ麥各若干アリ價何レモ二十四圓ニシテ小麥ノ量ハ大麥ヨリ十六升少ク一升ノ價ヲ較ブレハ小麥ノ價二十五錢貴シト云フ由テ問フ兩麥ノ量各幾何

第二十二　甲乙ノ旅客相向テ一筋ノ路ヲ行クアリ甲東府ヲ通過スル時乙西府ニアリ而シテ竟ニ兩府ノ中央ヲ距ル十八里ノ地ニ於テ二人相逢ヒ又別レテ進ミ其後十五日四分日之三ヲ經テ甲西府ニ達シ二十八日ヲ經テ乙東府ニ到レリト云フ由テ問フ東西府ノ距離幾何

第二十三　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯此兩數ノ差ト此兩數ノ自乘ノ差ト相乘セハ所得ノ乘積三十二箇トナリ又此兩數ノ和ト此兩數ノ自乘ノ和ト相乘セハ所得ノ乘積二百七十二箇トナルヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第二十四　甲乙ノ牧者共ニ牧羊ヲ售リ互ニ約シテ曰ク此羣中ニ若干ヲ所ノ主數ノ數ニ應シテ各々地稅ヲ償フベシト而シテ初メ甲ハ羊四頭ヲ售ヒ乙ハ羊若干ヲ售テ地稅十八錢ヲ出ス此後乙ハ羊苗ノ數ニ應ナ割シテ地稅二十錢ヲ出スト云フ由テ問フ此牧羊ノ地稅各幾何

第二十五　二位ノ數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯其列數字ノ相乘積ヲ以テ本數ヲ除スレバ所得ノ商二箇トナリ又此數ニ二十七箇ヲ加フレバ列數字ノ次序顚倒スル事ヲ知レリト云フ由テ問フ此數幾何

第二十六　三數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其和三十三箇ニシテ其平方ノ和四百四十一箇トナルヲ知リ又其第一第二ノ差ハ第二第三ノ差ヨリ六箇多キヲ知レリト云フ由テ問フ此三數各幾何但シ第一ハ最大數第三ハ最小數ト知ルベシ

第二十七　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯此相乘積二十四箇ニシテ此兩數ノ自乘ノ和ニ此兩數ヲ加フレバ所得ノ總數六十二箇トナルヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第二十八　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其相乘積ニ此兩數ヲ加フレバ所得ノ總數四十七箇トナリ又此兩數ノ平方ノ和ヨリ此兩數ヲ減ズレバ所餘ノ餘數六十二箇トナルヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

備考　二元ヲ要スル問題ニテ未知元同等式ヲ得ベキモノニ逢ヘバ大概未知數ノ一ヲ$x+y$トシ他ノ未知數ヲ$x-y$トセバ解法最便ナリ

第二十九　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其和二十七箇ニシテ其立方ノ和五千百零三箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第三十　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其和九箇ニシテ其四乘冪ノ和二千四百一十七箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第三十一　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其相乘積ト其平方ノ和ト相乘セバ所得ノ乘積一千二百四十八箇トナリ又此兩數平方ノ差ハ二十箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第三十二　兩工倶ニ作工セバ十二日ニテ一事ヲ治ムベシ若シ一工ヲシテ此工事ヲ治メシムル時ハ十日ノ遲速アリト云フ由テ問フ一人ニテ治メシムル時ハ各幾日ニテ落成スベキヤ

第三十三　兩商共ニ一商舖ヲ開タアリ其合本額一千圓ナリト云フ而シテ甲ハ九月間出銀シ乙ハ六月間出銀シテ共ニ得ル所ノ益銀ヲ配分スルニ甲ハ本銀益銀合セテ六百四十圓ヲ得乙ハ本銀益銀合セテ一千百四十圓ヲ得ルト云フ由テ問フ此兩商ノ本銀各幾何

第三十四　牧羊家アリ羊四群ヲ所有ス其第二群ノ總數ハ第一群ノ總數ノ半ノ平方根四倍ヨリ四頭多ク第三群ノ總數ハ第一第二兩群ノ總數ノ和三倍ニ等シク第四群ノ總數ハ第三群ノ總數ノ半ヨリ十頭多レト云ヒ又此四群ノ總數ハ一千百二十一頭ナリト云フ由テ問フ一群ノ總數各幾何

第三十五　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其平方ノ和ヲ此兩數ノ相乘積三倍ヨリ減ズレバ所得ノ餘數十一箇トナリ又此兩數ノ差ヲ此兩數ノ相乘積二倍ヨリ減ズレバ所得ノ餘數十四箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第三十六　原數二十箇アリ分テ二分トナシ各分ノ二乘冪ノ相乘積ヲ九千二百十六箇トナサント欲ス由テ問フ兩分各幾何

第三十七　原數α箇アリ分テ二分トナシ各分ノ二乘冪ノ相乘積ヲb箇トナサント欲ス由テ問フ兩分各幾何

第三十八　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其大數ハ小數ノ[illegible]倍ニ等シク兩數ノ相乘積ハ[illegible]ニ等シキ
ヲ知レリト云フ由テ問フ兩數各幾何

第三十九　三項ノ連續數三四五等ノ如ク同距ナル連續セル數ヲ云フヲ連乘シテ作レル一數アリ若シ
其各項ヲ以テ之ヲ除シテ所得ノ三商ヲ合スレバ七十四箇ヲ得ベシト云フ由テ問フ此連乘數幾何

第四十　一圓ノ額アリ四隅三寸ハ無色ニシテ中ニ着色ノ畫アリ其長ハ濶ニ二倍シ其積ハ四隅ノ白
地ヨリ廣キコ三十六平方寸ナリト云フ由テ問フ中央着色ノ所濶幾何

第四十一　平方形ナル兩園相接スルアリ其總積合セテ二十五エーカル一百ポールナリ若シ此兩園ノ
境界ヲ圍シテ六倍ノ墻ヲ造テ圍ムトキハ墻ノ長二百八十ロッドヲ要スト云フ但シ一百六十ポールヲ
一エーカルトシ方一ロッドノ地ヲ一ポールトス由テ問フ兩園ノ各邊幾何

第四十二　或人一千三百圓ヲ所有シ分テ二項トシテ放出ス而シテ此兩項ノ年息額同數ナリ然レ圧若
シ第一項ノ本銀ヲ第二項ノ年息率ニテ放出セバ年息額三十六圓ニシテ第二項ノ本銀ヲ第一項ノ年
息率ニテ放出セバ年息額四十九圓ナリト云フ由テ問フ兩項ノ年息率各幾何

第四十三　一線アリ其長a尺ナリ今之ヲ折半シ其一分ノ一線ヲ引長シテ作レル全線ト他ノ一分線ト
ヲ兩邊トセシ直方形ヲ伸線ノ平方形ト等クセント欲ス由テ問フ此伸線ノ尺度幾何

第四十四　平方形ナル兩園相接シテ前面一直線ヲナスアリ東園ハ三十六歩西園ハ更ニ廣シ今東園ノ
墻境ヲ引長シテ西園ヲ貫キ其ノ境界ヲ限シテ兩園ノ總形ヲ直方形トナストキハ兩園ノ總積相等シト
云フ由テ問フ原西園ノ各邊幾何

第四十五　三數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其第一第二ノ兩數ノ平方ノ和ヲ第一第二ノ兩數ノ和ニ加

フレバ所得ノ總數三十二箇トナリ又第一第三ノ兩數ノ平方ノ和ヲ第一第三ノ兩數ノ和ニ加フレバ
所得ノ總數四十二箇トナリ又第二第三ノ兩數ノ平方ノ和ヲ第二第三ノ兩數ノ和ニ加フレバ所得ノ
總數五十箇トナルヲ知レリト云フ由テ問フ此三數各幾何

第四十六　立方臺ヲ造テ其兩對角ノ間ニ作レル直線ト容積ト等數ノ稱ヲ同シクセント欲ス由テ問フ
一邊ノ尺度幾何但シ容積ヲ量ル數品ハ邊ヲ度ル數品ノ立方トナス

第四十七　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其和ト相乘積ト平方ノ和ト倶ニ三數皆相等シキヲ知レリ
ト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第四十八　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其和ト相乘積ト平方ノ差ト倶ニ三數皆相等シキヲ知レリ
ト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第四十九　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯此兩數ノ相乘積ハ此兩數ノ平方ノ差ニ等シク又此兩數ノ
平方ノ和ハ此兩數ノ立方ノ差ニ等シキヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第五十　一隊ノ土工手アリ兩小溝ヲ掘テ工價共ニ三百五十六圓ヲ得タリト云フ但シ兩溝ノ長ハ合算
シテ二十六町ナリ又各溝毎一町ノ工價ノ圓數ハ共溝ノ町數ニ等シト云フ由テ問フ兩溝ノ長各幾何

第五十一　三工僕ニ作工シテ數日ノ間ニ一事ヲ終ムト云フ若シ一人ニテ此工事ヲ終メシムルトキハ甲
ハ丙ニ六日ヲ要シ乙ハ更ニ十五日ヲ要シ丙ハ二倍ノ日數ヲ要スト云フ由テ問フ一人ニテ終ムル件
ハ各幾日ヲ要スルヤ

第五十二　平方形ノ地兩所アリ一ハ濶ク他ハ狹シ其差二間ナリ今此兩地ニ方一尺ノ石ヲ敷カントセ
バ敷石ノ總數二千一百二十箇ヲ要スト云フ由テ問フ兩地ノ一邊各幾何

第五十三　二位ノ數アリ其幾何ナルヲ知ラズ唯其十位ノ數字ハ單位ノ數字二倍ナルヲ知リ又此兩數字ノ列位ヲ顚倒シテ原數ト相乘セバ所得ノ乘積二千二百六十八箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此原數幾何

第五十四　二列ノ汽車アリ同時ニ停車場ヲ發シ各一千二百里ノ遠キニ到ラントス急車ハ緩車ヨリ每時速力十里多シ由テ先地ニ達スルノ期限十時早シト云フ由テ問フ各車ノ速力每時幾何里ナルヤ

第五十五　直角三角形ノ弦十寸兩邊ノ差二寸ナレバ兩邊ノ尺度各幾何

第五十六　正五角形ノ一邊 a 寸ナレバ角線ノ尺寸幾何

第五十七　兩數アリ各幾何ナルヲ知ラズ唯其和ト立方ノ和トヲ相乘ゼバ所得ノ乘積一百十二箇ナルヲ知リ又此兩數ノ差ヲ以テ此兩數ノ和ノ立方ヲ除スレバ所得ノ商三十二箇ナルヲ知レリト云フ由テ問フ此兩數各幾何

第五十八　蒸氣車二輛アリテ每日港ヨリ貨物ヲ某所ニ運輸ス其時間同シ而シテ甲車ハ四日ニ十一回往來スレ𪜈空車ハ疾ク重車ハ遲クシテ三倍ノ時間ヲ要スト云フ又乙車ハ每時ノ速力甲車ヨリ僅ニ一哩多シ故ニ五日ニ十六回往來スト云フ由テ問フ兩車ノ速力各每時幾何ナルヤ

第五十九　爰ニ疾灘アリ上下兩港ノ間三十二里ナリ今上港ヨリ一隻ノ汽船水勢二倍ノ蒸氣力ニテ下港ニ向テ航行スルヿ四時間ニシテ一小舟ノ流レ下ルヲ見ル夫レヨリ每時速力一里ヲ增シテ尙ホ下ルヿ數時間ニシテ下港ニ着船シ此處ニ投錨スルヿ二時間ニシテ再ヒ入港セシ時ノ速力ニテ此處ヲ拔錨シテ上港ニ向テ上ルヿ一時間ニシテ前ノ小舟ニ逢ヘリ由テ其蒸氣力ヲ檢算セバ水勢ト同ジキヲ知レリト云フ由テ問フ水流ノ速力每時幾何里ナルヤ

第六十　甲乙ノ脚夫東府ヨリ西府ニ行カントス甲發足セシ後チ數日ヲ經テ乙發足ス日ニ行ク里數各相等シ今甲ハ西府ヨリ第五十ノ里標石ノ所ニテ一群ノ鵝ニ追及シ後チ二時間ヲ經テ四輪車ニ逢フ但シ此鵝ハ二時間ニ三里ヲ飛行シ四輪車ハ四時間ニ九里ヲ走ルト云フ乙ハ又西府ヨリ第四十五ノ里標石ノ所ニテ前ノ鵝群ニ追及シ第三十一ノ里標石ニ至ラントスル前四十分ニ前ノ四輪車ニ逢ヘリト云フ由テ問フ甲西府ニ到ルトキ乙ハ何處ニ達スルヤ

第六十一　奸商アリ正利ノ薄キヲ厭ヒ私ニ賣秤買秤ヲ設テ賣主及ヒ買客ヲ欺キ正利ノ外ニ尙ホ一割一分ノ私利ヲ貪ラントス然ルニ之ヲ使用スル法ヲ失シテ竟ニ正利ヲモ空シクセリト云フ由テ問フ此商賈ノ正利如何

雜問六

第一　$ax^2+bx+c=0$. 上ノ方程式ノ兩値ノ平方ノ和ヲ問フ

第二　前問ノ方程式ノ兩値ヲ α ト β トシテ左ノ六式ノ値ヲ問フ

一式　$\alpha^2+\beta^2$.　二式　$\alpha^3+\beta^3$.　三式　$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$.

四式　$\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$.　五式　$\frac{\alpha^2}{\beta}+\frac{\beta^2}{\alpha}$.　六式　$\left(\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}\right)^2$.

第三　$\frac{m\sqrt{(c^2-x^2)}-n(c+x)}{m\sqrt{(c^2-x^2)}+n(c+x)}=\frac{m-n}{m+n}$. 上ノ方程式ヨリ x ノ値ヲ發見スベシ

第四　$\frac{a+x+\sqrt{(2ax+x^2)}}{a+x-\sqrt{(2ax+x^2)}}=b^2$. 上ノ方程式ヨリ x ノ値ヲ發見スベシ

第五 $(x^2+y^2)^{\frac{y}{x}}=25$, $(x^2-y^2)^{\frac{x}{y}}=7^4$. 上ノ方程式ヨリxトyノ値ヲ發見スベシ

第六 $\frac{x-\sqrt{(x^2-y^2)}}{x+\sqrt{(x^2-y^2)}}=a$, $\frac{x}{y}=\sqrt{\left(\frac{1+x}{1-y}\right)}$. 上ノ方程式ヨリxトyノ値ヲ發見スベシ

第七 $x+\sqrt{(x^2-y^2)}=\frac{a}{y}\{\sqrt{(x+y)}+\sqrt{(x-y)}\}$, $\sqrt[3]{(x+y)}+\sqrt[3]{(x-y)}=by$ 上ノ方程式ヨリxトyノ値ヲ發見スベシ

第八 $\sqrt{(x^2+\sqrt[3]{(x^4y^2)})}+\sqrt{(y^2+\sqrt[3]{(x^2y^4)})}=a$, $x+y+3\sqrt[3]{(bxy)}=b$. 上ノ方程式ヨリxトyノ値ヲ發見スベシ

第九 $(xy+1)(x+y)=18xy$, $(x^2y^2+1)(x^2+y^2)=208x^2y^2$. 上ノ方程式ヨリxトyノ値ヲ問フ

第十 $x^2-(1+a)x+\frac{1}{2}(1+a+a^2)=0$. 上ノ方程式ノ兩箇平方ノ和ヲ問フ

第十一 $xy+x(x+y)=a$, $xz+x(x+z)=b$, $yz+z(y+z)=c$. 上ノ方程式ヨリxトyトzノ値ヲ發見スベシ

第十二 $x^2=ax+by$, $y^2=ax+bxy$. 上ノ方程式ヨリxトyノ値ヲ發見スベシ

第十三 $x(y+z)=a$, $y(x+z)=b$, $z(x+y)=c$. 上ノ方程式ヨリxトyトzノ値ヲ發見スベシ

第十四 $a-ax^2-bx$. 上式ノ値ヲ最大ナラシムベキxノ値ヲ問フ

第十五 $a+ax^2+bx$. 上式ノ値ヲ最小ナラシムベキxノ値ヲ問フ

本巻諸法雜問

第一 $x-[3y+\{3y-3x-(x+y)\}+2x-(y+3x)]$. 上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第二 $a^3x^3+(2ac-b^2)x^2+c^3$ ヲ ax^2-bx+c ニテ除スレハ所得ノ商如何

第三 $3x^3-(4a+2b)x^2+2abx+a^3$, $x^3-(2a+b)x^2+(2ab+a^2)x-a^2b$. 上両式ノ最大公約數ヲ問フ

第四 $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}+\frac{x-2}{x^2-x+1}-\frac{x+2}{x^2+x+1}$. 上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第五 $x^4+2x^3-x+\frac{1}{4}$. 上式ノ平方根ヲ問フ

第六 九時ト十時トノ間ニテ時長針ノ兩針相合スルヿアリ此分秒ヲ問フ

第七 甲乙兩工アリ初メ甲一人ニテ三十日間作工シテ一事ノ五分之三ヲ結メ得ルノ後チ乙來テ之ヲ助ケ兩工倶ニ十日間作工シテ工事落成セリト云フ由テ問フ各一人ニテ給ムルヿハ幾日ニテ落成スヘキヤ

第八 $4x^2-12xy+9y^2+4xz-6yz+z^2$. 上式ノ平方根ヲ問フ

第九 $a(a-x)(a-2x)=(a-b)(a-b-x)(a+2b-2x)+b(b-x)(3a-2b-2x)$. 上式ノ證ヲ問フ

第十 $\left(x+\frac{xy}{x-y}\right)\times\left(x-\frac{xy}{x+y}\right)+\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$. 上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第十一 $(a+x)(b+x)=x^2+a(b+c)+\frac{a^2c}{b}$. 上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スヘシ

第十二 $\frac{3}{7}\left(x+\frac{1}{3}\right)-\frac{2}{5}\left(x+\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{5}\left(x-\frac{1}{3}\right)-\frac{2}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)$. 上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スヘシ

第十三　$axy=c(bx+ay),\ bxy=c(ax-by)$.　上ノ両式ノ試験ニ合フヘキ$x$ yノ値ヲ問フ

第十四　$a^4+2b^4+(a+2b)\sqrt{(ab)},\ a^4-b^4+(a-b)\sqrt{(ab)}$.　上両式ノ最大公約数ヲ問フ

第十五　$5x-11\sqrt{y}+13\sqrt[3]{z}=22,\ 4x+6\sqrt{y}+5\sqrt[3]{z}=31,\ x-\sqrt{y}+\sqrt[3]{z}=2$.　上ノ三式ノ試験ニ合フヘキ$x$ y zノ値ヲ問フ

第十六　$x^{-1}y^{-1}z=1\frac{1}{3},\ x^{-1}yz^2=18,\ xy^2z^3=108$.　上ノ三式ノ試験ニ合フヘキ$x$ y zノ値ヲ問フ

第十七　兩根$17\ 2\sqrt{3}$ヲ有スル二次方程式ヲ問フ

第十八　ax^2+bx+c.　xノ値ヲ4 3 2トセハ上ノ三項式ノ値順次ニ42 22 8ヲ得ルト云フ由テa b cノ値各如何

第十九　$x+\frac{1}{x}$ニ於テxノ値正数ナル時ハ其大小ヲ論セス此式ノ値二箇ヨリ小ナラス此證ヲ問フ

第二十　$2\{(x-a)(x-b)+(a-x)(a-b)+(b-x)(b-x)\}=(a-b)^2+(x-a)^2+(x-b)^2$.　上ノ両同式ヲ證明スヘシ

第二十一　$x+y+z=\frac{14}{3},\ z=\frac{7}{x}y$ナレハ$\frac{1}{x}(x+y+z)$ノ値如何

第二十二　$x^3+y^3=123x,\ x^3-y^3=27x$ナレハ$x^2y$ノ値如何

第二十三　$\frac{(x^2+y^2)^2(x^2-y^2)^2(x^2+y^2)^2}{(x^4y^4x^2)^2}$.　上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第二十四　$2\{x-2x-\frac{2}{3}(x-8)+8\}-\frac{1}{3}\{(x-8)-(x-c)+b-c\}$.　上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第二十五　$\dfrac{\left(\frac{p}{q}+1\right)^2}{\frac{p}{q}-\frac{q}{p}}\times\dfrac{\frac{p^3}{q^3}-1}{\frac{p^2}{q^2}+\frac{p}{q}+1}\div\dfrac{\frac{p^3}{q^3}+1}{\frac{p^2}{q^2}-\frac{p}{q}+1}$　上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第二十六　$\dfrac{1}{\left(1-\frac{c}{a}\right)\left(1-\frac{b}{a}\right)}+\dfrac{1}{\left(1-\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{c}{b}\right)}+\dfrac{1}{\left(1-\frac{b}{c}\right)\left(1-\frac{a}{c}\right)}$　上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第二十七　張農富アリ東西両倉ニ米若干ヲ貯積ス或人其多寡ヲ問ヘハ東倉ニ蔵ル所ノ量ハ西倉ニ蔵ル所ノ量ニ幾倍ス然レハ若シ東倉ノ米三分之一ヲ西倉ニ移ス時ハ西倉ニ蔵ル所ノ量並テ東倉ニ残ル所ノ量ヨリ多シト答フ由テ問フ東倉ニ蔵ル所ノ量ハ西倉ニ蔵ル所ノ量ノ幾倍ニ相當スルヤ

第二十八　$a+b+c=0$ナレハ$a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)+3=0$ナリ此證ヲ問フ

第二十九　$x^2+px+1,\ x^3+x+p$.　上ノ両式ニ通約子アレハpノ値如何但シpノ値一箇ニアラスト ナス

第三十　$a-c+2\sqrt{(ab+bc-ca-b^2)}$.　上式ノ平方根ヲ問フ

第三十一　$x=\cfrac{3}{4-\cfrac{3}{4-\cfrac{3}{4-x}}}$．上ノ方程式ヨリ$x$ノ値ヲ發見スヘシ

第三十二　$(a+b+c)(x+y+z)+(a+b-c)(x+y-z)+(b+c-a)(y+z-x)+(c+a-b)(z+x-y)$．
上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第三十三　$s=\frac{1}{2}(a+b+c)$トセハ　$\{(s-a)+(s-b)\}^2=(s-a)^2+(s-b)^2+2(s-a)(s-b)=c^2$．ヲ得此證ヲ問フ

第三十四　酒舖アリ升價三十錢ノ品八十升ヲ所蓄シ之ニ清水ヲ混シ升價二十四錢ニ賣テ一割ノ利ヲ得ント欲ス由テ問フ清水幾何ヲ加ヘテ可ナランヤ

第三十五　工夫三人アリ倶ニ一事ヲ始メントス若シ甲乙兩工倶ニ作工セハ十二日ニテ落成シ甲丙兩工倶ニ作工セハ十五日ニテ落成シ乙丙兩工倶ニ作工セハ二十日ニテ落成スヘシト云フ由テ問フ三工倶ニ作工セハ幾日ニテ落成スヘキヤ

第三十六　$\frac{(a+c)(x+mb)}{(a-b)(x-mc)}=\frac{(a+b)(mx+c)}{(a-c)(mx-b)}$．上ノ方程式ヨリ$x$ノ値ヲ發見スヘシ

第三十七　$\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{a^2}{x^2}-2\right)$ヲ$\frac{x}{a}-\frac{a}{x}$ニテ除スレハ所得ノ商如何

第三十八　$\frac{x-2a}{x-3a}+\frac{y-4b}{y-3b}=2$，$\frac{x+2a}{x+a}=\frac{y+5b}{y+3b}$．上ノ兩式ノ決數ニ合フヘキ$x$ト$y$ノ値ヲ問フ

第三十九　$\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}\right)^{\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}$．上式ノ證ヲ問フ

第四十　$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}}-x^{\frac{1}{4}}\right)}{(\sqrt{a}+\sqrt{x})^2-(\sqrt{a}-\sqrt{x})^2}$．上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第四十一　$\frac{a^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}}-\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}+4\sqrt{(ax)}\times\frac{\sqrt{(ax)}+1}{a-x}$．上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第四十二　$(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)=1\times2\times3\times4$．上ノ方程式ヨリ$x$ノ値ヲ發見スヘシ

第四十三　$x^2+3x=a^2-\frac{1}{a^2}$．上ノ方程式ヨリxノ値ヲ發見スヘシ

第四十四　x^2+px+q，$x^2+p'x+q'$．上ノ兩式ノ最大公約數若シ$x+\alpha$ナレハαハ$\frac{q-q'}{p-p'}$ニ等シ此證ヲ問フ

第四十五　x^2+qx+1，x^3+px^2+qx+1．上ノ兩式若シxニ就テ一次式ナル通乘子ヲ有スルトキハ$(p-1)^2-q(p-1)+1=0$ナリ此證ヲ問フ

第四十六　x^2+ax+b，$x^2+a'x+b'$．上ノ兩式ノ最大公約數若シ$x+c$ナレハ前兩式ノ最小公倍數ハ$x^3+(a+a'-c)x^2+(aa'-c^2)x+(a-c)(a'-c)c$ナリ此證ヲ問フ

第四十七　凡ソ兩分數合シテ$\frac{p}{q}$ナル時ハ兩分數ノ差ノp倍ハ此兩分數ノ平方ノ差q倍ニ等シ

第四十八　$x=\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{\frac{2}{n}}$ ナレハ $\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\left(\sqrt[n]{x}+\sqrt[n]{\frac{1}{x}}\right)$ ノ値如何

第四十九　蒸滊車ハ一七里半ニメ直ニ健足アリ平路アリ野夫之ヲ往來スルニ發足ノ後十二時十七分半ニシテ先府ニ着シ又二時二十分ニテ本府ニ歸着セリト云フ但シ平路ハ每時三里四分里之一ヲ行キ健足ハ上ル片每時三里ヲ行キ下ル片每時三里半ヲ行クナリ山ヲ問フ平路ノ行程幾何

第五十　$9x^6-12x^5+6x^4-37x^3+33x^2-9x+54x^2-27x-27$．上式ノ立方根ヲ問フ

第五十一　$\sqrt{x}-\sqrt{a}+\sqrt{(x+a-b)}=\sqrt{b}$．上ノ方程式ヨリ x ノ値ヲ發見スヘシ

第五十二　$5x^3-19x^2+50x-425$，$4x^3-15x^2-35x+65$．上兩式ノ最大公約數ヲ問フ

第五十三　$x(y+z)^2+y(x+z)^2+z(x+y)^2-4xyz=(x+y)(y+z)(z+x)$．上式ノ證ヲ問フ

第五十四　$2\{(y-z)^2(z-x)^2+(z-x)^2(x-y)^2+(x-y)^2(y-z)^2\}=2(x^2+y^2+z^2-yz-zx-xy)^2$．上式ノ證ヲ問フ

第五十五　$\frac{bc(a-a)^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{ca(x-b)^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{ab(x-c)^2}{(c-a)(c-b)}$．上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第五十六　$ax+cy+bz=cx+by+az=bx+ay+cz=a^3+b^3+c^3-3abc$．上式ノ設數ニ合フヘキ x y z ノ值ヲ問フ

第五十七　$\left\{\left(\frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}+\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\sqrt{(-1)}\right\}^4$．上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第五十八　$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{(-1)}}{\sqrt{2}}\right)^6$．上式ヲ最簡式ニ化スヘシ

第五十九　一數アリ其幾何ナルヲ知ラス唯本數ヲ n 分シテ所得ノ各分ノ連乘積ヲ求ムレハ本數ヲ $n+1$ 分シテ所得ノ各分ヲ連乘セシ乘積ノ n 倍ヲ得ヘキヲ知レリト云フ由テ問フ本數幾何

第六十　農家アリ農夫ヲ傭テ耕作セシムルニ上農ハ a 人ニテ n 日間ニ m 畝ヲ耕シ下農ハ b 人ニテ n 日間ニ m 畝ヲ耕スト云ソ今 $m+p$ 畝ノ地ヲ $n-p$ 日間ニ耕サシメントシテ上農 $c-p$ 人ヲ得タリ由テ問フ下農幾人ヲ傭ヒ之ヲ助耕セシメテ可ナランヤ

第六十一　$ab-\frac{1}{2}(a+b)(p+q)+pq=0$，$cd-\frac{1}{2}(c+d)(p+q)+pq=0$．　a b c d p q 相關係スルノ設數上ノ如クナレハ左ノ式ヲ得ヘシ其作法ヲ問フ

$$\left(\frac{p-q}{2}\right)^2=\frac{(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)}{(a+b-c-d)^2}.$$

第六十二　$ax^2+bx+c=0$，$a'x^2+b'x+c'=0$．上ノ兩方程式若シ一根ヲ同クセハ已知數 a a' b b' c c' ノ關係ヲ顯ス方程式如何

第六十三　$ax+by=c$，$a'x+b'y=c'$，$a''x+b''y=c''$．上ノ三式ニ於テ x y ノ值皆同シクレハ已知數ノ關係ヲ顯ス式如何

第六十四　$a+b+c=-p$，$ab+bc+ca=q$，$abc=-r$．上ノ三式ヨリ b c ヲ消去セハ如何

第六十五　$ax+by+cz=a'x+b'y+c'z=a''x+b''y+c''z=1$．上ノ方程式ヲ分テ作ル所ノ三方程式ノ中ナ一式ハ他ノ式ヨリ變化シテ得ルモノトセハ各已知數ノ關係如何又此時ニ於テ x y z ノ值

若$\frac{1}{0}$トナルコトヲ證明スヘシ

第六十六　若シ $ax^3=by^3=cz^3$, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{d}$ ナレハ $ax^2+by^2+cz^2$ ノ値如何

第六十七　$\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2+\left(\frac{z}{c}\right)^2=1=\left(\frac{x}{a'}\right)^2+\left(\frac{y}{b'}\right)^2+\left(\frac{z}{c'}\right)^2$, $\frac{a^2}{a'^2+a}=\frac{b^2}{b'^2+b}=\frac{c^2}{c'^2+c}$. 上ノ兩方程式ヨリ a b c ヲ消去セハ如何

第六十八　甲乙丙ノ三馬一時ヲ競走スルアリ場長二千六百四十尺トス乙馬場長三分之一ヲ進ミシ時乙馬最モ前ニアリ丙馬之ニ次キ甲馬最モ後ニアリ但シ甲乙兩馬ノ距離ハ乙丙兩馬ノ距離ニ三倍ス而ノ更ニ三馬倶ニ變セサル速力ニテ疾走シ乙馬終標ニ近クコト場長六分之一トナル時甲馬ノ乙馬ヨリ後ルヽ尺度ハ前ニ云ヘル甲乙兩馬ノ距離十一分之一ニ等シク又丙馬ノ甲馬ヨリ後ルヽ尺度ニ等シト云フ茲ニ於テ丙馬ハ其速力五十三分之一ヲ増シ甲乙兩馬ハ猶ホ前ノ速力ニテ進ミ而シテ丙馬終標ヲ去ルコト一百七十六尺ノ所ニテ乙馬ヲ越タリト云フ由テ問フ此競走了ル時甲丙兩馬ノ距離如何

第六十九　$\frac{1}{(a+x)^2-b^2}+\frac{1}{(a+b)^2-x^2}=\frac{1}{x^2-(a+b)^2}+\frac{1}{x^2-(a-b)^2}$. 上ノ方程式ヨリ x ノ値ヲ發見スヘシ

第七十　若シ $a_1+a_2+a_3+a_4+\cdots\cdots+a_n=\frac{n}{2}a$ 此ノ如クナレハ左ノ式ヲ得ヘシ此作法ヲ開フ

$$(a-a_1)^2+(a-a_2)^2+(a-a_3)^2+\cdots\cdots+(a-a_n)^2=a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots\cdots+a_n^2.$$

第七十一　$\frac{d^3(a-b)(b-c)+b^3(c-d)(a-d)}{a^3(a-b)(a-d)+a^3(b-c)(c-d)}$ ニ於テ若シ 1 或ハ 2 ナレハ上式變シテ $\frac{b-d}{a-c}$ トナル此證ヲ開フ

第七十二　$xy+yz+zx=1$ 此ノ如クナレハ左ノ式ヲ得ヘシ此作法ヲ開フ

$$\frac{x}{1-x^2}+\frac{y}{1-y^2}+\frac{z}{1-z^2}=\frac{4xyz}{(1-x^2)(1-y^2)(1-z^2)}.$$

第七十三　$x+y+z=a+b+c$, $bx+cy+az=ab+bc+ca$. 上ノ三式ニ合フヘキ x y z ノ値ヲ開フ

第七十四　兩府相距ルコト若干里其里數偶數ナリ其毎里々標石アリ今二人倶ニ一府ヲ出テ共ニ一馬ヲ僱ヒ交互ニ乘テ二時六十三分時之六十二ニテ他府ニ到ラントス先ヅ約メ日ク乘馬ノ人里標石ニ達ヘハ下馬シテ馬ヲ茲ニ繋テ直ニ他府ニ向テ進ミ歩行ノ人里標石ニ達ヘハ前者ノ繋ク所ノ馬ヲ得テ之ニ乘テ進ムヘシト乃チ乙先ヅ乘行スルニ第七ノ里標石ニ到テ二人會合ス但シ乘行ハ乙ノ歩行ヨリ二倍速シ茲ニ於テ歩行ノ遲キヲ覺リ各毎時半里ヲ増シテ行カントス由テ今回ハ乘行甲ノ歩行ヨリ二倍速シト云フ而シテ今回又乙先ヅ乘行シ豫定時ノ末ニ於テ二人倶ニ他府ニ達セリト云フ由テ問フ兩府ノ距離及ヒ二人各毎時歩行ノ里數如何

第七十五　馬 a 頭ヲ b 畝ノ牧場ニ放飼セバ m 週間ニテ生草全ク竭キヌヘシ若シ馬 c 頭ヲ d 畝ノ牧場ニ放飼セバ n 週間ニテ生草全ク竭キヌヘシト云フ但シ草ハ絶ヘス一樣ノ力ヲ以テ生ズルモノトス由テ問フ e 畝ノ牧場ニテ p 週間放飼スヘキ馬ノ數如何

第七十六　x位ノ數ノ平方根ハ$\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}(-1)^x$位ヲ有ス此證ヲ問フ

第七十七　$2s=a+b+c$ナレハ$\frac{1}{s-a}+\frac{1}{s-b}+\frac{1}{s-c}-\frac{1}{s}=\frac{abc}{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ヲ得此證如何

第七十八　$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$ナレハ$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^{2n+1}=\frac{1}{a^{2n+1}+b^{2n+1}+c^{2n+1}}$ヲ得此證如何

第七十九　$\frac{1}{x+6a}+\frac{2}{x-3a}+\frac{3}{x+2a}=\frac{6}{x+a}$. 上式ヨリ$x$ノ値ヲ發見スベシ

第八十　$a+b+c=0$ナレハ$\frac{a^2}{2a^2+bc}+\frac{b^2}{2b^2+ca}+\frac{c^2}{2c^2+ab}-1=0$ナリ此證ヲ問フ

第八十一　$\frac{a^2\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)+b^2\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{a}\right)+c^2\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}{a\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}=a+b+c$. 上式ノ證ヲ問フ

第八十二　$x=by+cz+du,\ y=ax+cz+du,\ z=ax+by+du,\ u=ax+by+cz$　ナレハ
$1=\frac{a}{1+a}+\frac{b}{1+b}+\frac{c}{1+c}+\frac{d}{1+d}$ナリ此證ヲ問フ

第八十三　$a(px^2+qx+r)^2+b(px^2+qx+r)+c=0$. 上ノ方程式ノ四根ノ和ヲ問フ

第八十四　$x-y,\ (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2$. 上ノ兩式ニ於テ$x>y$ナルトキハ何レノ式大ナルヤ

第八十五　$\left(20+\sqrt{(392)}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(20-\sqrt{(392)}\right)^{\frac{1}{3}}$. 上式ヲ簡化セハ4トナル此化法如何

第八十六　$\left(x+y\sqrt{(-1)}\right)^2=a+b\sqrt{(-1)}$. 上式ニ於テ$a$ト$b$實數ナレハ$x$ト$y$ノ實數ナル値如何

第八十七　$x^n-na^{n-1}x+(n-1)a^n$ハ必ス$(x-a)^2$ヲ以テ約スコトヲ得ヘシ此證如何

第八十八　$x^4+px^3+qx^2+rx+s$. 若シ$r^2=p^2s,\ q=\frac{1}{4}p^2+2\sqrt{s}$ナレハ上式ハ自乘數ニ歸セリ此證如何

第八十九　若シ$x=\frac{1}{4}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right),\ y=\frac{ax-b}{a-bx}$ナレハ$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+\left(y-\frac{1}{y}\right)^2$ノ平方根ハ$a$ト$b$ノ帶數トナル此証ヲ問フ

第九十　$32\frac{a}{x}=\left(\frac{x}{a}\right)^5+10\left(\frac{x}{a}\right)^3+5\left(\frac{x}{a}\right),\ 32\frac{x}{a}=\left(\frac{a}{x}\right)^5+10\left(\frac{a}{x}\right)^3+5\left(\frac{a}{x}\right)$. 上ノ兩式ヨリ$x$ヲ消去セハ如何

第九十一　$x+y+z=0$ナレハ$(x^3+y^3+z^3)^3=27x^3y^3z^3$ナリ此證ヲ問フ

第九十二　$\frac{x}{a}-\frac{a}{x}$. 上式ノxニ如何ナル値ヲ假スレハ$x=a$トセシトキト同シ値ヲ得ヘキヤ

第九十三　$(x+a)(y+z)=b+c-a,\ (z+x)(a+y)=c+a-b,\ (x+y)(a+z)=a+b-c,\ a^2+x^2+y^2+z^2=3(a+b+c)$. 上ノ四式ニ合フヘキ$x\,y\,z$ノ値ヲ問フ

第九十四 $\frac{x}{a}+\frac{a}{x}=\frac{y}{b}+\frac{b}{y}=\frac{z}{c}+\frac{c}{z}$, $xyz=abc$, $x^2+y^2+z^2+2(ab+ac+bc)=0$. 上ノ三式ヨリ a b c 互ニ關係スル狀態ヲ發見スヘシ

第九十五 $\frac{y}{z}+\frac{z}{y}=a$, $\frac{z}{x}+\frac{x}{z}=b$, $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=c$. 上ノ三式ヨリ a b c 互ニ關係スル狀態ヲ發見スヘシ

第九十六 $x^2(y+z)=a^3$, $y^2(x+z)=b^3$, $z^2(x+y)=c^3$, $xyz=abc$. 上四式ヨリ x y z ヲ消去スヘシ但シ a b c ハ皆等數ナラス

第九十七 $\frac{x^2-a^2}{y^2-b^2}=\frac{2x+3y}{3x+2y}$, $a^2-b^2=(x-y)^2$, $a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}=c^{\frac{2}{3}}$. 上ノ三式ヨリ a b ヲ消去スヘシ

第九十八 $x+y=a$, $x^2+y^2=b^2$, $x^3+y^3=c^3$. 上ノ三式ヨリ x y ヲ消去スヘシ

第九十九 $\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}=a$, $\frac{x}{z}+\frac{z}{y}+\frac{y}{x}=b$, $\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)\left(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}\right)\left(\frac{z}{x}+\frac{x}{z}\right)=c$. 上ノ三式ヨリ x y z ヲ消去スヘシ

第百 $(x+y)^2=4c^2xy$, $(y+z)^2=4a^2yz$, $(z+x)^2=4b^2zx$ ナレハ $a^2+b^2+c^2\pm2abc=1$ ナリ此證ヲ問フ

代數教科書卷一終

代數教科書卷一答

三重 近藤眞琴 校閲
東京 田中矢德 編輯
同 鈴木長利 校算

代數式記法問題答

第一 a^2+4b. 第二 $7xy-2a^2$. 第三 $\frac{12a^2-5b^2}{a+c}$.
第四 $6x$. 第五 ab. 第六 $7mc$.
第七 $ab(a-c)$. 第八 $3(4m^2-d)$. 第九 $m(b+c)$.
第十 $\frac{3m^2}{100}$. 第十一 $\frac{ab}{100}-c$. 第十二 $(a-b)(m-d)$.
第十三 $\frac{bc}{m+1}$. 第十四 $\frac{2(a+b-d)}{m}$.

代數式配數問題答

第一 64. 第二 192. 第三 40. 第四 83.
第五 584. 第六 11792. 第七 8. 第八 44.
第九 24. 第十 6. 第十一 336. 第十二 11.
第十三 28. 第十四 3424. 第十五 30. 第十六 $7\frac{1}{3}$.
第十七 $4\frac{1}{5}$. 第十八 $16\frac{1}{4}$. 第十九 101. 第二十 1.

第二十一　$1\frac{5}{192}$.　第二十二　$1\frac{1}{12}$.

類項加法問題答

第十　$9a^2x$.
第十一　$-abd^2$.
第十二　$4a^2+4xy$.
第十三　$10a^2x^2-3xy+5ax$.
第十四　$7a^2-8ac-5cd+2b$.
第十五　a^2x^2.
第十六　$9x^2+3$.
第十七　$10b^3-2bx^2+3b^2x^2-10$.
第十八　ac^2-2.
第十九　$9m^2+11$.
第二十　$12a^4+6x^2+12$.
第二十一　$6x^2y^3+8xy$.
第二十二　$a^2+b^2+c^2-2ab+\frac{1}{3}b^2$
第二十三　$\frac{13}{12}a-\frac{17}{60}b+\frac{11}{30}c$.
第二十四　$4a^m+2a^n-a^p$.
第二十五　$17a-\sqrt{(m^2-1)}-7$.
第二十六　$15m\sqrt{m-c}-5a(a-b)$.
第二十七　$5a+3b+c-d-3m$.

異項加法問題答

第六　$(a+2c+4d)x$.
第七　$(4a+4)y+(3c+6)x$.
第八　$(a+2b+3)x+(2cd+c+2)xy$.
第九　$(8a-2)x+8y$.
第十　$(c+a)\sqrt{x}$.
第十二　$(a+2)(x+y+z)$.
第十三　$(p+q+r)(x+y+z)$.
第十四　$2a(3n+2m)$.

類項減法問題答

第十　$3x^2+x+y^2-a$.
第十一　$8a-6c$.
第十二　$7x^2+3xy-y^2+3c$.
第十三　$2b$.
第十四　y.
第十五　$2a+2b+2c$.
第十六　$2a+2b-6x-1$.
第十七　$14y^2+3y-17$.
第十八　$3p+9r-5s+8$.
第十九　$8a^2+5ax+10x^2$.
第二十　x^3+3x^2-x-3.
第二十一　$a^4c+3a^3c^2+3a^2c^3+ac^4$.
第二十二　$7x^3+67x^2-189x+60$.
第二十三　$10x^4y+20x^2y^3+2y^5$.
第二十四　$10x^2y-4ax^2-a$.
第二十五　$12cdx-a^2b+13$.

異項減法問題答

第八　$(c^2-1)d^2m+ax^2$.
第九　$(a-l)x+(b-m)y+(c-n)z$.
第十　$(c-1)x$.
第十一　$(a+2c)\sqrt{xy}$.
第十二　$(2a-m)x^3+(7a+3m)x^2+(2a+2m)x$.
第十三　$1+(2a-1)z+(3a-2)az^2+(4a-3)a^2z^3+(5a-4)a^3z^4$.
第十四　$(b-c)x^2-(a+b)x+c-a$.
第十五　$2cdpx+2acqy$.
第十六　$-qy^4+py^3-ny^2+my$.
第十七　$-cx^4-(a+c)x^3+2b^2x^2-3a^2x$.
第十八　$-(a-b)x^3-(b+c)x^2+(a+c)x-2d$.
第十九　$-(m^3+mn^2)a^3-m^2na^2-(m^3-n^3)a$.
第二十　$(a+b)\sqrt{a^2+x}-(b-c)\sqrt{a^2+x^2}+(a+c)\sqrt{a^2+x^3}$.

第二十一 $(p-1)\sqrt{x^2+1}+p\sqrt{x^2+1}+2q\sqrt{x^2+1}$.

第二十二 $(b+c)(x+y+z)$.　第二十三 $(m+3n)(a^2+b^2+c^2)$.

括弧用法問題答

第一 $2a+2b^2-d+m$.　第二 $4x^2+6y-x-5$.

第三 $4a-2c-2m_n^2$.　第四 $3x^2+11x-8$.

第五 $2a+m-2c+x$.　第六 $4x^2-5x+5am$.

第七 $9a$.　第八 x^2+c.

第九 $2m+2$.　第十 $4x^2+z$.

第十一 $3c^2$.　第十二 $8a^2b-4cd-5a^3-c$.

第十三 $3m^2d+6n-5a^2m-2an^2$.

一項式乘法問題答

第五 $119a^4b^5c^4$.　第六 $110a^{11}b^{10}c^{10}$.

第七 $234a^5b^4c^5x$.　第八 $-28x^5y^4z^5$.

第九 $-120c^5d^5m$.　第十 $45a^4b^5x^2y^2$.

第十一 a^{m+n}.　第十二 $x^{m+1}y^{n+1}$.

第十三 $-24a^{m+1}b^{n+2}c^2$.　第十四 $6x^{3n}y^{4m}$.

第十五 $42x^3y^2z$.　第十六 $-75a^4b^3c^3$.

第十七 $42x^5y^3$.　第十八 $-30c^4d^5m^4$.

第十九 $a^2b^2c^4d^3h^3m$.　第二十 $a^{3m}b^{m+n}c^n$.

第二十一 $a^{n+m}b^{r+n}c^{s+n}d^{p+n}$.　第二十二 $8a^5(x+y)^5$.

第二十三 $4m^2(x-z)^5$.　第二十四 $(a-c)^{2m}$.

第二十五 $42a(a+b)^5(c+d)^5$.　第二十六 $a^mb(x+y)^{2m}$.

第二十七 $abc(a+b+c)^{m+n+p}$.

多項式乘法問題答

第六 $6a^4x^2z^2-2ay^2z^2+2ax^4$.　第七 $3x^6-9x^5+6x^4-15x^3+9x^2$.

第八 $a^4c^3-3a^3c^4+a^3c^2-a^2c^3+a^2c-ac^2+ac$.　第九 $a^2b^2xy^2-a^2b^3xy+a^2b^4$.

第十 $a^{m+2}x^{m-1}+a^{m+1}x^m+a^mx^{m+1}+a^{m-1}x^{m+2}$.　第十一 $-a^{n+2}b^{m+2}-a^{n+2}b^{n+1}+a^2b^{m+n}$.

第十二 $a^5(x+y)^5-a^4b(x+y)^5-a^3b(x+y)^4$.

第十三 $a^{m+2}(a+c)^{n+2}-a^{m+1}(a+c)^{n+1}+a^m(a+c)^{n-1}$.

第十四 $-x^my^n(z+1)^n+x^ry^n(z+1)^{n-1}-x^{2r-m}y^n(z+1)^{m-2}$.

第十五 $4ax^2+8axy-6x^2-12xy$.　第十六 $6a^3-16a^2b+6ab^2+4b^3$.

第十七 x^3+y^3.　第十八 $a^3-4a^2c+4ac^2-c^3$.

第十九 $2x^3-19x^2+26x-16$.　第二十 a^6-b^6.

第二十一 $a^{m+n}+a^mb^n+a^nb^m+b^{m+n}$.　第二十二 $12x^4-192$.

第二十三 a^4-b^4.

第二十四 $a^2+am+ad+dm$.

第二十五 $a^2+2am+2m-1$.

第二十六 $z^2+151z-264$.

第二十七 $a^2-41a-120$.

第二十八 m^4-10m^2+9.

第二十九 $4x^6-5x^5+8x^4-10x^3-8x^2-5x-4$.

第三十 $y^6+10y-33$.

第三十一 c^5+c^4+1.

第三十二 $x^7-7x^6+21x^5-17x^4-25x^3+6x^2-2x-4$.

第三十三 $32x^5+1$.

第三十四 $a^{2m}-3a^mc^n+2c^{2n}$.

第三十五 $x^my-x^{m-1}y^2$.

第三十六 $a^{2(m+n)}b^{m-n}-a^{2m}b^{n+n}+a^{m+n}b^{2(n-m)}-a^{m-n}b^{2m}$.

乘法三公式應用問題答

第四 $c^2+2cm+m^2$.

第五 $x^2-2xy+y^2$.

第六 x^2-y^2.

第七 $9x^4+24x^2y+16y^2$.

第八 $25c^6-20c^4d+4c^2d^2$.

第九 $16x^2-9y^2z^2$.

第十 $9a^4x^2+12a^3xy+4a^2y^2$.

第十一 x^2+2x+1.

第十二 $4x^4-4x^2+1$.

第十三 m^2-1.

第十四 x^4-60x^2+900.

第十五 $9a^4b^2-d^2$.

第十六 $x^2-xy+\frac{1}{4}y^2$.

第十七 $4c^2+2c+\frac{1}{4}$.

第十八 $x^{2m}+2x^my^n+y^{2n}$.

第十九 $x^{2m}-y^{2n}$.

第二十二 $4x^6-12x^4y^3+9x^2y^6$.

第二十三 $a^4b^2+4a^3b^3+4a^2b^4$.

第二十四 $a^2bcd-ab^2cd$.

第二十六 q^4-p^4.

第二十七 a^6-b^6.

第二十八 $a^{16}-b^{16}$.

第二十九 $3x^{10}-3x^2$.

第三十 $a^8-2a^4b^4+b^8$.

第三十一 $a^2x^4-2a^2x^2y^2+a^2y^4$.

第三十二 $81^2x^8-2.81.16x^4y^4+16^2y^8$.

第三十三 $m^{17}n-2m^9n^9+mn^{17}$.

第三十九 $-4x^4+4xy^2-y^4$.

第四十 $-m^2-2mn-n^2$.

第四十一 $-a^2x+b^2x$.

第四十二 $a^mbx^2-2a^mbxy+a^mby^2$.

第四十三 $16y^4-x^4$.

第四十四 $a^2-2ab+b^2+2ac-2bc+c^2$.

第四十五 $a^2+2ab+b^2-c^2$.

第四十六 $b^2-2bc+c^2-a^2$.

第四十七 $x^4+4x^3+6x^2+4x+1$.

第四十八 $x^4-4x^3-2x^2+12x+9$.

第四十九 $x^4+x^2y^2+y^4$.

第五十 a^4+4b^4.

第五十一 $a^4+2a^3b+a^2b^2-b^4$.

第五十二 $a^4+2a^3b+3a^2b^2+2ab^3+b^4$.

第五十三 $a^4-2a^3b+3a^2b^2-2ab^3+b^4$.

第五十四 $-x^4+3x^2-1$.

第五十五 $x^6+2x^5+x^4-x^2-2x-1$.

第五十六 $a^2-2ab+b^2-c^2+2cd-d^2$.

第五十七 $16y^8-x^8$.

第五十八 $a^8+a^4b^4+b^8$.

第五十九 $m^8+2m^6n^2+3m^4n^4+2m^2n^6+n^8$.

第六十 $x^{24}+2x^{18}+3x^{12}+2x^6+1$.

昇降冪排列法問題答

第三 $1+x^2+x^4$.　　第四 $24+50x+35x^2+10x^3+x^4$.

第五 $-x^4-3x^3-x^2+3x+2$.　　或ハ $2+3x-x^2-3x^3-x^4$.

第六 $x^4-(a+b+c+d)x^3+(ab+ac+ad+bc+bd+cd)x^2-(abc+abd+acd+bcd)x+abcd$ 或ハ列項ノ次序ヲ轉倒ス

第七 $abcd+(abc+abd+bcd+acd)x+(ab+ac+ad+bc+bd+cd)x^2+(a+b+c+d)x^3+x^4$ 或ハ列項ノ次序ヲ轉倒ス

第八 $-abcd+(abc+abd+acd+bcd)x-(ab+ac+ad+bc+bd+cd)x^2+(a+b+c+d)x^3-x^4$ 或ハ列項ノ次序ヲ轉倒ス

第九 $-abc+(ab-ac-bc)x+(a+b-c)x^2+x^3$. 或ハ列項ノ次序ヲ轉倒ス

一項式除法問題答

第一 $4b$.　　第二 $3a^2d$.　　第三 $-7x^2yz$.

第四 $2a^2$.　　第五 $-a$.　　第六 $4x^2$.

第七 $-5xy^2$.　　第八 $33b^2c$.　　第九 $3a^2b^2d$.

第十 $9a^{m-n}$.　　第十一 $2x^{n-1}y^{n-1}$.　　第十二 $(a-c)^2$.

第十三 $7(x+y)^2$.　　第十四 $4m^2(c-x^2)^2$.　　第十五 $\frac{3}{2}ab(c+d)$.

第十六 $d+4x-3b$.　　第十七 $-3ab+3c^2-d^2$.　　第十八 $2x^2-3x-5$.

第十九 $3x^3-9x^2+2x-21$.

第二十 $a^{n-1}-a^{n-2}c+a^{n-3}c^2-a^{n-4}c^3+a^{n-5}c^4$.　　第二十一 am^2-bm^2-m.

第二十二 $9a-3m$.　　第二十三 $-a^{n-3}(x-y)^{n-3}+a^{n-4}(x-y)^{n-4}$.

第二十四 $a(a+b)(c+d)^n-(a+b)^n(c+d)$.

多項式除法問題答

第一 $a^2+2ax+x^2$.　　第二 $a^2-3ac+c^2$.

第三 $a-2$.　　第四 x^2-2x+3.

第五 $5x^3+4x^2-3x+2$.　　第六 $2a^2+2a+5$.

第七 $x^3-2x^2y+2xy^2-y^3$.　　第八 x^2-ax-b.

第九 $a^2+2ab+2b^2$.　　第十 $x^4-x^3+x^2-x+1$.

第十一 $1+8x+40x^2+200x^3+etc.$　　第十二 $1-2x+2x^2-2x^3+2x^4-etc.$

第十三 $x^4+2x^3+3x^2+2x+1$.　　第十四 $a^2+b^2+c^2-bc-ac-ab$.

第十五 $2x^3y+3x^2y^2-xy^3+4y^4$.　　第十六 a^2+c^2+a+c.

第十七 x^3-2x^2+3x-4.　　第十八 $x^4+x^3a+x^2a^2+xa^3+a^4$.

第十九 $a^2+ax+x^2+\frac{2x^3}{a-x}$.　　第二十 $x^{n-1}-y^{n-1}$.

第二十一 a^4-b^4.　　第二十二 $x^{2n}-3x^ny^n+y^{2n}$.

第二十三 px^2+qx-r.

第二十四 $x^4-(p-1)x^3+(q-p+1)x^2-(p-1)x+1$.

第二十五 $x^2-(a-b)x-ab$.　　第二十六 $(x-1)x+x^2$.

第二十七 $a-2b$.

除法公式應用問題答

第四 $16x^4+24x^3y+36x^2y^2+54xy^3+81y^4$.　　第五 $x^8+x^6a^2+x^4a^4+x^2a^6+a^8$.

第六 $x^4-3x^3+9x^2-27x+81$.　　第七 $1+a^2+a^4+a^6+a^8+a^{10}$.

第八 $1-2a+4a^2-8a^3+16a^4-32a^5+64a^6$.　　第九 $(a+b)^2-(a+b)(c+d)+(c+d)^2$.

第十 $(a+c)^4+(a+c)^3(c+d)+(a+c)^2(c+d)^2+(a+c)(c+d)^3+(c+d)^4$.

第十一 $(a+b)^4-(a+b)^3b^2+(a+b)^2b^4-(a+b)b^6+b^8$.

第十二 $8a^3+16a^2b+12ab^2+4b^3$.　　第十三 $4a^2+2ab+b^2$.

第十四 $x^3+2x^2y+2xy^2$.　　第十五 $(a+b+c)^2-(a+b+c)(b+2c)+(b+2c)^2$.

第十六 $(a+b)^4+(a+b)^2(c+d)^2+(c+d)^4$.　　第十七 $(3a+c)^6-(3a+c)^4b^2+(3a+c)^2b^4-b^6$.

乘子分開法問題答

第一 $a(b+c)$.　　第二 $a^2b(a+b+c)$.　　第三 $3a^2b(3+4ac+2a^2bd)$.

第四 $3x^2y^2(1-x^2+y^2-2x)$.　　第五 $5a^2bc^2(a-3bc-d)$.

第六 $(m+n)^2$.　　第七 $(a-2b)^2$.

第八 $(x+y)(x-y)$.　　第九 $(p+3q)(p-3q)$.

第十 $(3x+2y)^2$.　　第十一 $(4a+5b)(4a-5b)$.

第十二 $(x-3y^2)^2$.　　第十三 $(p+q)(p^2-pq+q^2)$.

第十四 $(p-q)(p^2+pq+q^2)$.　　第十五 $(2a+x)(4a^2-2ax+x^2)$.

第十六 $(3x-1)(9x^2+3x+1)$.　　第十八 $3a^2(b+c)(b-c)$.

第十九 $2xy(x+y)(x-y)$.　　第二十 $7a^2mx(a-b)^2$.

第二十一 $am(a^2+3m)(a^2-3m)$.　　第二十二 $2(3m+2n)(9m^2-6mn+4n^2)$.

第二十三 $5a(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)$.　　第二十四 $7(2p-3)(4p^2+6p+9)$.

第二十五 $(x-y)(x+y)^2$.　　第二十六 $3(m+n)(m-n)(a+b)(a-b)$.

第二十八 $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$.　　第二十九 $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$.

第三十 $(a+b)^2(a-b)^2$.　　第三十一 $(2a-1)(2a+1)(4a^2+1)$.

第三十二 $2m(2m-n)(2m+n)(4m^2+n^2)$.　　第三十三 $(2x-1)^2(4x^2+2x+1)^2$.

第三十四 $(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$.

第三十五 $3y(3y+a)(2y-a)(4y^2-2ay+a^2)(4y^2+2ay+a^2)$.

第四十二 $(x+y)(x-y)^2$.　　第四十三 $(x+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)$.

第四十四 $(a+b)^2(a-b)(a^2-ab+b^2)$.　　第四十五 $(p^2+p+1)(p^2-p-1)$.

第四十六 $(x^2+2xy+2y^2)(x^2-2xy+2y^2)$.　　第四十七 $(a+b+c)(a-b-c)$.

第四十八 $(a+b+2c)(a-b+2c)$.　　第四十九 $(x+a)(x+b)$.

第五十 $a(x-a)(x-b)$.　　第五十一 $(x+3)(x+4)$.

第五十二 $(a+2b)(a-3b)$. 第五十三 $(2a+b)(a+b)$.

第五十四 $(x-5)(x+2)$. 第五十五 $m(m+n)(m^2+2n)$.

第五十六 $(x^2-3xy+y^2)(x^2+3xy+y^2)$. 第五十七 $(x^2+1)(x+1)^2(x-1)$.

第五十八 $(x^2+x+1)^2$. 第五十九 $(b+c-a)^2$.

第六十 $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$. 第六十一 $(c-a+b)(c+a-b)(a+b-c)(a+b+c)$.

第六十二 $(2m+n)(m+2n)$. 第六十三 $(a+b)(a-b+c)$.

第六十四 $(a-b)(a+b-c)$.

第六十五 $(2p^2+q^2)(2p^2-q^2)(q^2-2pq+2p^2)(q^2+2pq+2p^2)$.

代用法問題答

第一 a^2-ab+b^2. 第二 x^2+2x+1.

第三 $x^4+6x^3+13x^2+12x-2$. 第四 $5g^4$.

第五 $4m(m^2+1)$. 第六 $2(a^4+6a^2b^2+b^4)$.

第七 $2(x^4+10x^2a^2+5a^4)$. 第八 $y^6+3y^4+5y^2$.

雜問一答

第二 $(x^2+xy+y^2)^2$. 第三 $(x^2-xy+y^2)^2$.

第四 x^2-ax+a^2. 第五 $12a-9b$.

第六 $4bc(a+b-c)$. 第七 $3a+b-5c$.

第八 $p^2-2pq+q^2-r^2+2rs-s^2$. 第九 $4ab(a^2+b^2)$.

第十五 9. 第十六 $b+c-a$.

第十七 $a^4-4a^2bc+7b^2c^2$. 第十八 $1-\frac{1}{4}a^2+\frac{2}{3}b+\frac{1}{9}b^2$.

第十九 $6(a+b)+5c+3d+e$. 第二十 $8a-3c$.

第二十一 $-b-d$. 第二十二 $ac+(md+bc)x+bdx^2$.

第二十三 $m+n+p+q$. 第二十四 $2abc$.

第二十五 $x-y-z$.

第二十七 $x^6-\frac{5}{2}x^5+\frac{21}{4}x^4-\frac{85}{8}x^3+\frac{21}{4}x^2-\frac{5}{2}x+1$.

第二十八 $(b+c)(b^2+bc+c^2)$. 第三十三 $a+x$.

第三十四 $(b+c+d-a)(a+c+d-b)(a+b+d-c)(a+b+c-d)$.

第三十五 $\frac{1}{3}(a-b)$. 第三十六 $16abcd$.

第三十八 $(a^2+b^2)^2$.

一項式最大公約數問題答

第二 $2abc^2$. 第三 x^2yz^2. 第四 $x-y$. 第五 $m(a-b)$.

第六 $a(x^2-3x+1)$. 第七 $4a-1$. 第八 $a+x$. 第九 $a-3b$.

第十 x^2+ax+a^2. 第十一 $x-2$. 第十二 $x+1$. 第十三 $x-y$.

第十四 x^2-y^2.　第十五 $x-3$.

多項式最大公約數問題答

第一 x^2-3x+2.　第二 $3x-7$.　第三 $x-3a$.　第四 $x-2$.

第五 $a+1$.　第六 $2a-3b$.　第七 $x-y$.　第八 $2x^3-4x^2+x-1$.

第九 $c(a^2-m)$.　第十 x^2-5x-8.　第十一 $3x^2+7$.

第十二 $3a^2-m^2$.　第十三 $ax-by$.　第十四 $3a^2+2a+1$.

第十五 $2x-9$.　第十六 x^2-1.

一項式最小公倍數問題答

第二 $30a^4b^3c^3d$.　第三 $30x^3y^2z^3$.

第四 x^2y-xy^2.　第五 $x^6-a^2x^4-a^4x^2+a^6$.

第六 x^3-x.　第七 x^8-2x^4+1.

第八 $36x^3+2x^2-8x$.　第九 $x^6-12x^4a^2+48x^2a^4-64a^6$.

第十 $a^5+a^4b+a^3b^2-a^2b^3-ab^4-b^5$.　第十一 $x^4+6x^3+3x^2-26x-24$.

第十二 $x^3+(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x+abc$.

多項式最小公倍數問題答

第一 $x^4-2x^3-7x^2+18x-18$.　第二 $x^4-9x^3-5x^2+153x-140$.

第三 $6a^3m^6+11a^2m^4-2am^2-2$.　第四 $2x^4-9x^3+9x^2+3x-2$.

第五 $6x^5+12x^4-4x^3-8x^2-10x-20$.　第六 $x^3+3x^2-18x-40$.

第七 $a^3-2a^2b-ab^2+2b^3$.　第八 $2x^3-11x^2y+17xy^2-6y^3$.

化法一問題答

第三 $\frac{x^2}{3y^2}$.　第四 $\frac{x+1}{y}$.　第五 $\frac{a^2-ab}{a+b}$.

第六 $\frac{x^3}{x^2+b^2}$.　第七 $\frac{2}{3}$.　第八 $\frac{x^2-2x+4}{2x^2+x-5}$.

第九 $\frac{c}{a+b}$.　第十 $\frac{a^2-2ax+x^2}{a+x}$.　第十一 $\frac{x+b}{x+c}$.

第十二 $\frac{x-b}{x+c}$.　第十三 $\frac{x+a-b-c}{x+b-a-c}$.　第十四 $\frac{x-a}{x^2-ax+a^2}$.

第十五 $\frac{3a-x}{3a+x}$.　第十六 $\frac{x^2+1}{x}$.　第十七 $\frac{x^n-m}{x^n+m}$.

第十八 $\frac{5(x^2+xy+y^2)}{3}$.　第十九 $\frac{1}{x^2+1}$.　第二十 $\frac{a+b}{c^2-(a-b)^2}$.

化法二問題答

第一 $a+\frac{x}{b}$.　第二 $a+\frac{bx}{a}$.

第三 $5a+1+\frac{ab}{y}$.　第四 $2(x^2+xy+y^2)$.

第五 $x-4a-3+\frac{y}{3x}$.　第六 $3x-2-\frac{x+3}{4x}$.

第七 $3x+5+\frac{3x-10}{x^2-4x+8}$.　第八 $8x-6-\frac{2}{x+3}$.

第九 $x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4+\frac{2y^5}{x-y}$.　第十 $x^4+xy^2+\frac{y^6}{x^2+xy+y^2}$.

第十一 $x^4-5x^2+5+\frac{2}{x^2-1}$.

化法三問題答

第一 $\frac{b+ab+a^2}{b}$.　第二 $\frac{2bc-3x+a}{c}$.　第三 $\frac{6ab+x}{b}$.　第四 $\frac{13b+3a}{b}$.

第五 $\frac{13x+5}{3}$.　第六 $\frac{3}{a+3}$.　第七 $\frac{x^2}{x-y}$.　第八 $\frac{x+2}{x-2}$.

第九 $-\frac{2b^2}{a-b}$.　第十 $\frac{1+y}{1-y}$.　第十一 $\frac{(x-1)^4}{x}$.　第十二 $\frac{(x^2-y^2)^2}{x^2-5xy+y^2}$.

化法四問題答

第一 $\frac{axy^{-1}}{c^2}$.　第二 $\frac{3a^2x^{-1}}{5m}$.　第三 $\frac{x^{-1}y^{-1}z^{-1}}{a}$.

第四 $\frac{c(x-y)^{-1}}{a}$.　第五 $\frac{2xy^{-1}}{5}$.　第六 $\frac{4x^2z}{3a}$.

第七 $\frac{3b^2(a-x)^3}{5cm}$.　第八 $\frac{3c^2(1-x)^{-3}(x-y)^{-1}}{4m}$.　第九 $\frac{x^2y^{-2}z^{-1}}{5a^{-2}b^{-1}c^{-2}}$.

第十 $\frac{(x-a)^3}{(a-b)^2}$.　第十一 $\frac{x^{-2}y^2}{5^{-1}a^{-1}b^{-2}c}$.　第十二 $\frac{3c^2z^2}{5ma^2}$.

第十三 $\frac{5x^4(x^2-1)^2}{3a}$.　第十四 $\frac{5a^2c^3}{12b^3x^2}$.　第十五 $5a^2bc^{-2}z^{-1}$.

第十六 $7a^{-2}m^{-2}xy^2$.　第十七 $4^{-1}a^2bx^{-2}y^{-1}$.　第十八 $4ab^2(a-x)^{-2}$.

化法五問題答

第一 $\frac{4ac}{2cx}$, $\frac{3bx}{2cx}$.　第二 $\frac{4ac}{2bc}$, $\frac{8ab+2b^2}{2bc}$.

第三 $\frac{10ac}{6cx}$, $\frac{9bx}{6cx}$, $\frac{24cdx}{6cx}$.

第四 $\frac{acx+a^2c}{bcx+abc}$, $\frac{(bx+b)(x+a)}{bcx+abc}$, $\frac{bcy}{bcx+abc}$.

第五 $\frac{a^2y^2-a}{ay^2-y}$, $\frac{cy}{ay^2-y}$.　第六 $\frac{(a-b)x}{a^2-b^2}$, $\frac{(a+b)y}{a^2-b^2}$, $\frac{z}{a^2-b^2}$.

第七 $\frac{a(x^3+x^2+x+1)}{x^4-1}$, $\frac{b(x^2+1)}{x^4-1}$, $\frac{c}{x^4-1}$.

第八 $\frac{-a(a+b)(a^2+b^2)}{a^4-b^4}$, $\frac{b(a-b)(a^2+b^2)}{a^4-b^4}$, $\frac{ab(a^2+b^2)}{a^4-b^4}$, $\frac{b^2(a^2-b^2)}{a^4-b^4}$.

第九 $\frac{(x-1)(x+1)^2}{(x^2-1)^2}$, $\frac{x(x+1)^2}{(x^2-1)^2}$, $\frac{3(x+1)(x-1)^2}{(x^2-1)^2}$, $\frac{4(x-1)^2}{(x^2-1)^2}$, $\frac{-5(x^2-1)}{(x^2-1)^2}$.

第十 $\frac{a(x^2+ax+a^2)}{x^3-a^3}$, $\frac{x^2-a^2}{x^3-a^3}$, $\frac{ax}{x^3-a^3}$.

第十一 $\frac{b-c}{(a-b)(a-c)(b-c)}$, $\frac{c-a}{(a-b)(a-c)(b-c)}$, $\frac{a-b}{(a-b)(a-c)(b-c)}$.

第十二 $\left\{\begin{array}{l}\frac{(b-c)(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)(x-a)(x-b)(x-c)},\\ \frac{(c-a)(x-a)(x-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)(x-a)(x-b)(x-c)},\\ \frac{(a-b)(x-a)(x-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)(x-a)(x-b)(x-c)}.\end{array}\right.$

第十三 $\frac{x-c}{(x-a)(x-b)(x-c)}$, $-\frac{x-b}{(x-a)(x-b)(x-c)}$, $\frac{x-a}{(x-a)(x-b)(x-c)}$.

第十四 $\frac{(x^2+x+1)^2}{x^6-5x^4+x^3-5x^2+x-5}$, $\frac{(x^2-x+1)^2}{x^6-5x^4+x^3-5x^2+x-5}$.

加分問題答

第一 $\frac{1}{x+1}$. 第二 $\frac{1}{a-b}$. 第三 $\frac{1}{(a+b)^2}$.

第四 $\frac{ac+ab+b^2}{bc}$. 第五 $\frac{a^3+a^2x+3a^2+3x^2}{3(a+x)}$.

第六 $\frac{2a^2+2b^2}{a^2-b^2}$. 第七 $6a+\frac{14a-13}{20}$.

第八 $9x+\frac{5x^2-4x-9}{15x}$. 第九 $\frac{a+c}{a-c}$. 第十 $\frac{x+2y}{10}$.

第十一 0. 第十二 0. 第十三 1.

第十四 $\frac{2x^2-12x+14}{x^3-6x^2+11x-6}$. 第十五 d.

第十六 $\frac{1}{(x+a)(x+b)(x+c)}$. 第十七 $\frac{3x(x+1)}{x^2+5x+6}$.

減分問題答

第一 $\frac{1}{x^2+y^2}$. 第二 $\frac{1}{a^2+a+1}$. 第三 $\frac{13x}{63}$. 第四 $\frac{17x+2}{6}$.

第五 $\frac{2y}{x^2-y^2}$. 第六 $a+\frac{32a+5}{105}$. 第七 $\frac{4ab}{a^2-b^2}$.

第八 $x-\frac{4y}{x^2-y^2}$. 第九 $2x+\frac{x(b+c)-ab}{bc}$. 第十 $\frac{4x+8}{x^2-16}$.

第十一 $\frac{2(a-b)}{a^2+4ab+3b^2}$. 第十二 $\frac{2}{a^2-b^2}$.

乘分問題答

第一 $\frac{a}{x}$. 第二 $\frac{a}{18}$. 第三 $\frac{2x+3y}{5x}$. 第四 $\frac{(a-x)a}{y}$.

第五 $6y$. 第六 $\frac{a^2(a^2+b^2)}{b}$. 第七 $3(a+x)$.

第八 $\frac{a^2b^2+abz-aby-xy}{b^2}$. 第九 $\frac{3ax-5a}{4x-6}$. 第十 a.

第十一 $\frac{5b}{2a+4b}$. 第十二 $\frac{3(x^2-1)}{2(a+b)}$. 第十三 $\frac{a^2(a-b)}{x}$. 第十四 $a+x$.

第十五 $\frac{(x+b)(x^2+b^2)}{b+c}$. 第十六 $\frac{1}{ax}$. 第十七 -1.

第十八 $\frac{(a^2+b^2)c}{(a+b)(a+c)(b+c)}$. 第十九 $\frac{x^4+a^2x^2+a^4}{a^4}$. 第二十 2.

除分問題答

第一 $\frac{5x}{a}\times\frac{c}{b}=\frac{5cx}{ab}$. 第二 $\frac{(a+b)^2}{c^2}$. 第三 $\frac{3b(a+x)}{2c}$.

第四 $\frac{(2x^2-7)(x+a)}{a^2}$. 第五 x^2+b^2. 第六 $\frac{2a+x}{x^2+ax+a^2}$.

第七 $\frac{70x-15}{10x-4}$. 第八 $\frac{9x-3}{x}$. 第九 $\frac{18x-21}{x^2-1}$. 第十 $\frac{7}{6a^2}$.

第十一 a^3+x^3. 第十二 $\frac{9y-3}{y}$. 第十三 $\frac{n}{m}$. 第十四 $\frac{x^2-y^2}{x}$.

第十五 $3a$. 第十六 $\frac{3ab+a^2}{ab-3b^2}$. 第十七 $\frac{a+x}{x}$. 第十八 1.

繁分數化法問題答

第二 $\frac{abc+b^2}{abc+c^2}$. 第三 $\frac{a^2b+b^2c}{a^2c+b^2a}$. 第四 $\frac{x(n-m)-(n+m)}{x(n+m)+(n-m)}$.

第五 $\frac{a-b+1}{a-b-1}$. 第六 $\frac{a^2+b^2+c^2}{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}$. 第七 $\frac{ac-bd}{ac+bd}$.

第八 $\frac{ab}{a^2+b^2}$. 第九 $\frac{x(y^2-1)}{y(x^2-1)}$. 第十 $\frac{(a+b)(c+d)}{abcd}$.

類問二答

第一 $2x+3b$. 第二 $\frac{2(1+nx)}{(n^2-1)(1-x^2)}$. 第三 1.

第四 $\frac{2a^{2n-1}bc^n}{3c^2}$. 第五 $\frac{cx+d}{ax-b}$. 第六 $\frac{1+x^2}{1+x}$.

第七 $\frac{a^2+x^2}{2ax}$. 第八 0. 第九 a.

第十 $\frac{bc+ca+ab}{bc+ca-ab}$. 第十一 $\frac{(a+b+c)^2}{2bc}$. 第十二 1.

第十三 $0.$ 第十四 $18x-5y.$ 第十五 $\frac{x}{a^2}-3-a.$

第十六 $\frac{a^2-b^2}{c^2}x-a^2+b^2+a+b.$ 第十七 $\frac{1}{n}.$

第十八 $\left(\frac{b}{a}+\frac{d}{c}\right)\left(\frac{b}{a}-\frac{d}{c}\right)=\left(\frac{b}{a}\right)^2-\left(\frac{d}{c}\right)^2.$ 第十九 $1.$

第二十 $\frac{1}{x+y}.$

轉項法問題答

第一 $a^2x+2ax=ab-bc.$

第二 $-2x+5ax+dx=3c-3b^2+5.$

第三 $4c^2x-x+2cx=-ab+a-3b.$

第四 $-x-ax+cx=a^2-5ab^2-4cd.$

第五 $x-ax+by+cy=-d+ab-c.$

第六 $abx+ay-2by+x=-d+ac-bc.$

第七 $a^2x-y+x-y+z-ay+bz=ad-3ab.$

第八 $py-bx+2x+ay+bz=pcd+bc-am.$

第九 $-ax+c^2x=-a^2+bc.$

第十 $a^2x+ax=m^2+4cd^2-3cm.$

第十一 $-ax+a^2cx=-bc+4m^2-7+5cd.$

第十二 $c^2x+3dx+c^2d^2x=5b^2+a^2.$

第十三 $-3x+my+nz+pz=mn-a^2+b^2-b.$

第十四 $x-y+cz+az=-b-abc+mn.$

第十五 $cy-3z+5z-2y=2a+3+4p^2.$

去分母法問題答

第一 $6x+8x-9x=120.$

第二 $18x-6x-9=2x-10.$

第三 $ax+a^2+cx-ac=d.$

第四 $a^2cx-a^2c-2ax+3a^2=c^2x+ac^2.$

第五 $5a^2x-5abx-4c^2x+4acx=10bx-10cx.$

第六 $100x-45x+30-10x-60x+24=480.$

第七 $x=a^2+b^2+c^2.$

第八 $4x-8+6x-6=3x+9+12.$

第九 $x(a+b)-(a+b)-x(a-b)-(a-b)=ax.$

第十 $x(a^2+ab+b^2)-b(a^2+ab+b^2)-c=x(a-b)+x(c-b)$.

第十一 $acx+acy+acz+bcx-bcy+bcz=adx-ady+adz$.

第十二 $-2x-ax+ay=bx+by$.

第十三 $bcx+acy+adz=cx-by-bz$.

第十四 $x-y(m^4-1)=-x(m^3+m^2+m+1)+y(m^3-m^2+m-1)$.

一元一次方程式解法問題答

第一 3. 第二 4. 第三 $5\frac{1}{4}$. 第四 9.

第五 $\frac{b+c}{3a}$. 第六 $\frac{c-b}{a-9}$. 第七 24. 第八 $19\frac{1}{7}$.

第九 7. 第十 20. 第十一 5. 第十二 84.

第十三 16. 第十四 9. 第十五 8. 第十六 8.

第十七 4. 第十八 5. 第十九 9. 第二十 13.

第二十一 12. 第二十二 5. 第二十三 $\frac{1}{5}$. 第二十四 1.

第二十五 60. 第二十六 $-9\frac{1}{3}$. 第二十七 12. 第二十八 1.

第二十九 12. 第三十 $\frac{a-c}{a+c}$. 第三十一 $\frac{a}{2b}$.

第三十二 $\frac{-ab+ca+bc}{a+b+c}$. 第三十三 $\frac{a+m}{a}$. 第三十四 $\frac{b}{a+c}$.

第三十五 $\frac{bc}{b-d}$. 第三十六 $\frac{(a^2-1)(b^2-1)}{2(a^2-2+b^2)}$. 第三十七 $\frac{a+1}{a-1}$.

第三十八 abc. 第三十九 $a+b+c$. 第四十 $\frac{8a}{25}$.

第四十一 $\frac{a^2b+b^2c+c^2b-a-b-c}{ab+bc+ca-1}$. 第四十二 $\frac{nb-pc}{pc-mn}$. 第四十三 $\frac{nb-ma}{m-n}$.

第四十四 7. 第四十五 15. 第四十六 8.

一元一次方程式應用問題答

第一 原數一十七箇　第二 現在年數一十二年

第三 原數一百二十箇　第四 大分五十六箇　小分二十一箇

第五 大數四十五箇　小數三十箇　第六 所有錢一百二十圓

第七 所有錢六十圓　第八 原數六十五箇

第九 車價百二十圓　馬價八十圓　第十 大分三十六箇　小分十二箇

第十一 家財金額四千八百圓　第十二 原數一百三十箇

第十三 甲出銀三千五百圓　第十四 八年

第十五 後五年　前十一年　第十六 增加數三箇

第十七 原分數五分之一　第十八 大分百五十四箇小分五十箇

第十九 車價百八十九圓　馬價百五十二圓　第二十 母錢一千四百四十圓

第二十一　賞金全額三萬四千五百六十圓
第二十二　初年資本金一萬四千八百圓
第二十三　既往五十四年　將來四十五年
第二十四　火藥全量六十九貫
第二十五　甲所得六十三圓　乙所得百二十圓
第二十六　大分四十二箇　小分二十六箇
第二十七　甲丙距離十八里　乙丙距離十五里　甲乙距離十里
第二十八　四十五錢
第二十九　歳損五割
第三十　甲銀主本銀三十圓　乙銀主本銀六十圓　丙銀主本銀百八十圓
第三十一　甲工所得二十四圓　乙工所得三十六圓　丙工所得八十圓　丁工所得百七十五圓
第三十二　歳入六百三十圓
第三十三　馬價八十圓　牛價十圓
第三十四　甲所得四百二十圓　乙所得四十二圓
第三十五　前年地租一千七百五十圓
第三十六　大數五百零四箇　小數三百三十六箇
第三十七　始ノ所有銀四百五十圓
第三十八　甲所得三百五十圓　乙所得四百五十圓　丙所得七百二十圓
第三十九　歳入各二百八十圓
第四十　追及ノ時四十二時間　行程七十里
第四十一　四日五分日之四
第四十二　距離十六里
第四十三　甲十一日　乙二十二日　丙三十三日
第四十四　東府ヨリ二百里ノ地
第四十五　羊羣價五百七十四圓
第四十六　河流速力每時二里
第四十七　河流速力每時三里
第四十八　大里二十六町
第四十九　前隊一列三十九人
第五十　全軍六百四十人

第五十一　東京ヨリ八十四里七分里之四ノ地　或ハ西京ヨリ四十五里七分里之三ノ地
第五十二　甲管二十二升　乙管七升　丙管十二升
第五十三　第一分十箇　第二分三十箇　第三分二箇　第四分二百箇
第五十四　家財全額七千圓
第五十五　甲瓶十一升　乙瓶五升
第五十六　混合品　五百斤
第五十七　初ノ所有金二千圓
第五十八　四十八分

二元一次同商式解法問題答

第一　$x=6,\quad y=4.$
第二　$x=3,\quad y=2.$
第三　$x=10,\quad y=7.$
第四　$x=12,\quad y=8.$
第五　$x=20,\quad y=2.$
第六　$x=28,\quad y=25.$
第七　$x=\frac{1}{2},\quad y=\frac{1}{3}.$
第八　$x=\frac{1}{7},\quad y=4\frac{1}{4}.$
第九　$x=5,\quad y=-5.$
第十　$x=-2\frac{1}{2},\quad y=-5\frac{1}{2}.$
第十一　$x=300,\quad y=350.$
第十二　$x=60,\quad y=40.$
第十三　$x=6,\quad y=15.$
第十四　$x=3,\quad y=5.$
第十五　$x=16,\quad y=24.$
第十六　$x=9,\quad y=6.$

第十七 $x=7,\quad y=14.$

第十八 $x=2,\quad y=4.$

第十九 $x=3,\quad y=7.$

第二十 $x=3,\quad y=2.$

第二十一 $x=4\frac{1}{2},\quad y=3\frac{1}{2}.$

第二十二 $x=4,\quad y=9.$

第二十三 $x=5,\quad y=7.$

第二十四 $x=2\frac{1}{2},\quad y=1.$

第二十五 $x=63,\quad y=14.$

第二十六 $x=13,\quad y=3.$

第二十七 $x=21,\quad y=20.$

第二十八 $x=9,\quad y=2.$

第二十九 $x=9,\quad y=4.$

第三十 $x=2,\quad y=2.$

第三十一 $x=10,\quad y=8.$

第三十二 $x=12,\quad y=3.$

第三十三 $x=\frac{b'd-bd'}{b'a-ba'},\ y=\frac{a'd-ad'}{a'b-ab'}.$

第三十四 $x=a,\quad y=b.$

第三十五 $x=a,\quad y=b.$

第三十六 $x=\frac{ab}{a+b},\ y=\frac{ab}{a+b}.$

第三十七 $x=b,\quad y=a.$

第三十八 $x=a^2b,\quad y=ab^2.$

第三十九 $x=\frac{a}{c^2},\quad y=\frac{c}{a^2}.$

第四十 $x=a,\quad y=b.$

第四十一 $x=(a+b)^2,\ y=(a-b)^2.$

第四十二 $x=\frac{2ab}{a-b},\ y=\frac{2ab}{a+b}.$

多元一次同商式解法問題答

第一 $x=3,\quad y=7,\quad z=4.$

第二 $x=2,\quad y=3,\quad z=1.$

第三 $x=20,\quad y=8,\quad z=3.$

第四 $x=12,\quad y=8,\quad z=6.$

第五 $x=9,\quad y=11,\quad z=13.$

第六 $x=39,\quad y=21,\quad z=12.$

第七 $u=26,\ x=40,\ y=30,\ z=24.$

第八 $u=3,\ x=4,\ y=7,\ z=1.$

第九 $x=5,\quad y=-8,\quad z=4.$

第十 $u=4,\ v=6,\ x=8,\ y=10,\ z=12.$

第十一 $x=20,\ y=10,\ z=5,\ u=4,\ t=1.$

第十二 $x=2,\quad y=3,\quad z=4.$

第十三 $u=-2,\ x=2,\ y=-3,\ z=3.$

第十四 $x=24,\quad y=60,\quad z=120.$

第十五 $x=51,\quad y=76,\quad z=1.$

第十六 $x=10,\quad y=7,\quad z=3.$

第十七 $x=\frac{2}{3},\quad y=\frac{3}{4},\quad z=\frac{2}{5}.$

第十八 $x=\frac{7}{6},\quad y=-\frac{7}{2},\quad z=\frac{21}{10}.$

第十九 $x=1,\quad y=1,\quad z=\frac{1}{2}.$

第二十 $x=4a,\quad y=9a,\quad z=16a.$

第二十一 $x=\frac{1}{11}a,\quad y=\frac{5}{11}a,\quad z=\frac{7}{11}a.$

第二十二 $x=a+b-c,\ y=a+c-b,\ z=b+c-a.$

第二十三 $x=a,\quad y=b,\quad z=c.$

第二十四 $x=\frac{bc}{a},\quad y=\frac{ac}{b},\quad z=\frac{ab}{c}.$

第二十五 $x=y=z=\frac{abc}{ab+bc+ca}.$

第二十六 $x=\frac{1}{(a-b)(a-c)},\ y=\frac{1}{(b-a)(b-c)},\ z=\frac{1}{(c-a)(c-b)}.$

第二十七　[illegible]

第二十八　[illegible]

多元一次方程式應用問題答

第一　第一數十五箇　第二數二十五箇

第二　第一數五十箇　第二數六十五箇　第三數七十五箇

第三　甲士所得六百圓　乙士所得四百八十圓　丙士所得三百六十圓

第四　甲所得三圓三分圓之二　乙所得三圓　丙所得二圓三分圓之一

第五　長子八年　次子六年　第三子四年　末子二年

第六　金鎖一箇價十圓　銀鎖一箇價五圓

第七　第一　四十圓　第二　三十圓　第三　二十四圓　第四　二十六圓

第八　醇酒一壜價八十一錢　薄酒七十二錢

第九　上品一斤價六十四錢　下品一斤價四十八錢

第十　甲二十四日　乙四十八日

第十一　原分數五分之四

第十二　甲所有錢一百六十圓　乙所有錢一百二十圓

第十三　遊客人數二十四人　一客出錢七錢

第十四　原數三十六箇

第十五　原數三百二十六箇

第十六　第一分三十五箇　第二分三十箇　第三分二十五箇

第十七　第一項六萬四千圓　第二項三萬六千圓

第十八　甲本錢三萬圓　年利率四分　乙本錢四萬圓　年利率五分　丙本錢四萬五千圓　年利率六分

第十九　甲四十八年　乙三十三年　丙十五年

第二十　甲所有錢五百圓　乙所有錢六百圓　丙所有錢八百圓

第二十一　茶一斤原價四十錢　砂糖一斤原價十五錢

第二十二　甲甕容量一斗一升　乙甕容量三斗八升　丙甕容量三斗三升　丁甕容量三斗二升
戊甕容量三斗六升

第二十三　甲本錢一千二百八十圓　乙本錢一千四百四十圓　丙本錢一千六百八十圓

第二十四　續使ハ每時三里ヲ行キ追使ハ每時七里ヲ行ク

第二十五　大數十八箇　小數十二箇

第二十六　第一數十五箇　第二數三十三箇　第三數三十九箇

第二十七　甲所有六顆　乙所有八顆　丙所有十顆

第二十八　原分數十五分之四

第二十九　原分數七分之三

第三十　長十四尺　半十尺

第三十一　甲所有錢十三圓　乙所有錢十一圓

第三十二　割刃五百三十四圓　割刃三百五十四圓

第三十三　原數四十一箇

第三十四　甲九十五箇　乙七十四箇　丙六十三箇　丁四十四箇

第三十五　甲隊七十五人　乙隊八十八人　丙隊九十三人　丁隊一百四人

第三十六　本錢一百圓　分借錢五圓

第三十七　六里四町　十里六町四十間

第三十八　先一斤四十四分斤之十九　後二十二分斤之二十一

第三十九　本錢一萬圓　年息率六分　原價二斗四升

第四十　甲五時間　乙六時間　丙十二時間　丁十五時間

第四十一　甲四十日　乙一百六十日　丙四百八十日

公解法問題答

第一　大數 $\frac{1}{2}(a+b-a)$ 箇　小數 $\frac{1}{2}(a+a-b)$ 箇

第二　大數 63　小數 21

第三　第一數 $\frac{a-2a-b}{3}$ 個　第二數 $\frac{a+a-b}{3}$ 個　第三數 $\frac{a+a+2b}{3}$ 個

第四　甲所有錢 $\frac{a}{1+n+m}$ 圓

第五　甲所有錢 131 圓

第六　$\frac{ab-d}{b+c}$ 日

第七　羊 $\frac{a}{n+1}$ 圓　牛 $\frac{na}{n+1}$ 圓

第八　昔年之總積 $\frac{100a}{100+n}$ 圓

第九　當入 $\frac{21(a+b)}{11}$ 圓

第十　當入 $\frac{mn(a+b)}{mn-m-n}$ 圓

第十一　$\frac{abc}{ab+bc+ca}$ 日

第十二　日數 $2\frac{2}{3}$.

第十三　原數 $\frac{c+d}{a-b}$ 個

第十四　得新 $\frac{c(d-b)}{a-b}$ 錢　舊新 $\frac{c(a-d)}{a-b}$ 錢

第十五　始ノ所有 $m(a+b)$ 個

第十六　甲 $\frac{m(bcd-cd+d-1)}{abcd-1}$ 個　乙 $\frac{m(acd-cd+a-1)}{abcd-1}$ 個

丙 $\frac{m(abd-db+b-1)}{abcd-1}$ 個　丁 $\frac{m(abc-bc+c-1)}{abcd-1}$ 個

第十七　顧校之生徒數 $\frac{bcm-mdn}{cd(m-n)}$ 人

第十八　第一分 $\frac{m}{a^3+a^2+a+1}$.

第十九　大數 $\frac{a+d}{2}$ 個　小數 $\frac{a-d}{2}$ 個

第二十　第一數 $\frac{a+b-c}{2}$ 個　第二數 $\frac{a+c-b}{2}$ 個　第三數 $\frac{b+c-a}{2}$ 個

第二十一　單位之數字 $\frac{a(10-a)}{9(11-2a)}$.　十位之數字 $\frac{a(a-1)}{9(11-2a)}$.

第二十二 金額$a\frac{c-b}{a-b}$圓 銀額$b\frac{a-c}{a-b}$圓 第二十三 配分額$\frac{3a^2-3a+1}{(a-1)^3}a$圓

第二十四 初ノ本額$\frac{mr^n(r-1)}{r^n-1}$圓但シ$r=\frac{100+m}{100}$ナリ

負商解義問題答

第一 負一百四十四個 此題ハ算術ノ意義ニテ題辭ヲ解スルヰハ不合理ノ虚題ナリ

第二 結婚前七年中 第三 大數$\frac{a}{2}+\frac{a}{2}$個 小數$\frac{a}{2}-\frac{a}{2}$個

第四 甲ノ負債三百圓 乙ノ負債百圓

第五 體丁ハ四十錢ヲ得ベク職夫ハ二十錢ヲ出ス

第六 上農單錢一日七十五錢 中農單錢一日五十錢 下農ハ毎日二十錢ヲ出ス

第七 甲工ハ工錢一日一圓 乙工ハ毎日五錢ヲ出ス 丙工ハ工錢一日五十錢

第八 分子負十個 分母負十五個 算術ノ分數ニテ此題意ニ適フモノアルベカラズ

第九 甲所有錢三千五百六十圓 乙負債一千五百四十圓 丙所有錢五千九百三十圓

丁負債二千一百七十圓

第十 六時後$\frac{m-n-4b}{a-b}$時 四時

第十一 大數$\frac{1}{8}(b+5a)$, 小數$\frac{1}{8}(b-3a)$, 或ハ 21, −3.

第十三 甲入管十二時ニテ滿水ス 乙入管十五時ニテ滿水ス 丙出管二十時ニテ涸ス 丁出管三十時ニテ涸ス

變形式解義問題答

第一 二分之三

第二 空 兩工倶ニ未ダ作工セザル時ニアリ此時ニ於テハ二人ノ所得倶ニ空ナリ

第三 無限大 彗星ハ本天ニ還ラザルモノト見ヘタリ

第四 不定 二人ノ月給ヲ任意ニ定ムルモ題意ニ合ハサルヿナシ

第五 甲ハ無窮ノ日數ヲ要ス 決シテ能ハザルモノト見ヘタリ 乙ハ三日 丙ハ六日

循環運動問題答

第一 十時五十四分三十二秒十一分秒之八

第二 五分二十七秒十一分秒之三或ハ三十八分十秒十一分秒之十

第三 六分三十二秒十一分秒之八 第四 $\frac{b}{n-m}$, $\frac{b+a}{n-m}$, $\frac{b+2a}{n-m}$ 分時等

一元不等式解法問題答

第一 $x>4$. 第二 $x<3$. 第三 $x<14$. 第四 $x>5$.

第五 $x>\frac{b+d}{a+c}$. 第六 $x<a$. 第七 $x>\frac{ac}{m}$. 第九 $x=16$ 或 17.

第十 $x=5$.

二元不等式解法問題答

第一 $x<9$, $y>3\frac{1}{4}$. 第二 $x<5\frac{1}{4}$, $y>2$. 第三 $x<13$, $y>3\frac{1}{7}$.

第四　$x<20, y>7.$　第五　$x<22\frac{2}{7}, y<17\frac{3}{7}.$

雜問三答

第一　$x=\frac{b}{a}(a-b+c).$　第二　$x=18, y=6.$

第三　$x=\frac{m^2-n^2}{ma-nb}, y=\frac{m^2-n^2}{mb-na}.$　第四　$x=\frac{a-b-c+d}{2(ad-bc)}, y=\frac{a+b-c-d}{2(bc-ad)}.$

第五　$x=62, y=46, z=34.$　第六　$x=2, y=1, z=0.$

第七　$x=10, y=6, z=2.$　第八　$x=1, y=-2, z=3.$

第九　$x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{3}, z=\frac{1}{4}.$　第十　$x=1, y=3, z=4, u=2.$

第十一　$x=6, y=9, z=\frac{1}{3}.$　第十二　$z=3.$

第十三　$x=4.$　第十四　$x=a+b+c.$

第十五　$x=b+c, y=a+c, z=a+b.$　第十六　$t=x.$

第十八　$x=2.$　第二十二　第一分　$\frac{ma}{(m+1)^n}-m,$

第二分　$\frac{ma}{(m+1)^n}+m,$　第三分　$\frac{a}{(m+1)^n}$　第四分　$\frac{n^2a}{(m+1)^n}.$

第二十三　第一分　$\frac{ma}{(m+1)^n}-m,$　第二分　$\frac{ma}{(m+1)^n}+m,$　第三分　$\frac{a}{(m+1)^n},$　第四分　$\frac{n^2a}{(m+1)^n}.$

第二十四　六十三個　第二十五　二十四年　第二十六　四十二年

第二十七　$x=0.$

第二十八　五十圓　第二十九　百圓　第三十　三千六百圓

第三十一　十七個　第三十二　二百個　第三十三　七里

第三十四　水槽容量二百四十升　管毎一分時ニ八升ヲ入ルヽモノ

第三十五　欄級ノ兩分　大分　$\frac{nq+r}{1+q}.$　小分　$\frac{n-r}{1+q}.$

大分ノ兩分　大分　$\frac{nq^2+2nq+r}{(1+q)^2}.$　小分　$\frac{(n-r)q}{(1+q)^2}.$

小分ノ兩分　大分　$\frac{nq+r}{(1+q)^2}.$　小分　$\frac{n-2r-qr}{(1+q)^2}.$

第三十六　$\frac{2(m-2)n}{2m(m-n)}p$ 圓

第三十七　二十一分四十九秒十一分秒之一　或　十分五十四秒十一分秒之六

第三十八　$\frac{12}{11}(5d\pm d)$分　第三十九　水深八尺　繩長三丈六尺

第四十　$b\frac{n-1}{a-c}.$　第四十一　前輪四尺　後輪五尺

第四十二 兩府距離六十里 人車速力每時三十里 貨車速力每時二十里

第四十三 甲一百零五圓 乙五十五圓

第四十四 七分之四 第四十五 陸路四百二十里 海路五百四十里

第四十六 胎兒第九月節チ出產前二月 第四十七 一隊一百人

第四十八 西使出發ノ時東使已ニ西家ニ着ス 第四十九 府有金無限ナリ蓋シ答辭虛僞ナラン

第五十 十分時 第五十一 甲五分時 乙六分時

第五十二 金貨百圓ハ紙幣百二十四圓八十錢ニ交換スベシ

一項式乘方問題一答

第一 x^{12}. 第二 y^{12}. 第三 x^{6n}. 第四 x^{mn}.

第五 a^3x^6. 第六 $a^2b^4x^2$. 第七 $125a^6x^3$. 第八 $64a^6b^6$.

第九 $256a^4$. 第十 $-64a^3$. 第十一 $-a^{24}x^{15}$. 第十二 $81c^4d^8$.

第十三 a^m, 又 $-a^m$. 第十四 a^{4n}. 第十五 a^{4n}. 第十六 $-a^{3n+3}b^{2n+2}$.

第十七 $-a^{2n-1}b^{2n-1}$. 第十八 $a^{2n+2}b^{2n+2}$. 第十九 $a^{2n-1}b^{2n-1}$. 第二十 $216a^3b^6$.

第二十一 $-125a^6b^{12}$. 第二十二 $a^{2m}b^{4n}$. 第二十三 $-a^{3m}$. 第二十四 $-3125x^{5m}$.

第二十五 $9a^{2n}b^{2n}$. 第二十六 $-128a^{7m}x^{14n}$. 第二十七 $a^mb^mc^m$, 又 $-a^mb^mc^m$.

第二十八 $m^{4n-4}n^{8n-4}$. 第二十九 $p^{2n+2}q^{2n+1}$. 第三十 $a^{6m}(x+y)^{6m}$.

第三十一 $a^{4p+2}b^{4p+2}(x+y)^{4p+2}$. 第三十二 $-a^{6n+3}$.

第三十三 $-a^{3n-1}b^{3n-1}c^{3n-1}$. 第三十四 $x^{6m}y^{4m}$.

第三十五 $-a^{4n-4}x^{6n-3}$. 第三十六 $-x^{2p-3}(a+b)^{4p-6}$. 第三十七 $x^{6q}(x-y)^{4q}$.

第三十八 $(a+b)^{6r}(x-y)^{6r}$. 第三十九 $(x+y)^{3(a+c)}(2a+b^n)^{3(a+c)}$.

第四十 $-a^{3(p+q)-1}b^{3(p+q)-2}c^{3(p+q)-3}$.

一項式乘方問題二答

第一 $x^{mn}y^{n^2}$. 第二 $x^{n^2}y^{mn}$. 第三 a^{m^2}. 第四 x^{n^4}.

第五 $x^{m^2-1}y^{n+1}$. 第六 $a^nb^{n^2}c^{n^3}d^{n^4}$, 又 $-a^nb^{n^2}c^{n^3}d^{n^4}$. 第七 $a^{4p^2-1}b^{2p+1}$.

第八 $(a^2+b^2)^{6n^2-1}x^{2n^2+m}$. 第九 $-x^{4n^2-1}$. 第十 $a^{6n^2}b^{4mn^2}$.

第十一 $a^{6n^2}(x^2+y^2)^{6n^2}$. 第十二 $-(x^n+y^n)^{n^2-1}$.

第十三 $(a^3+b^3)^{n^2-2}$.

分數式乘方問題答

第一 $\frac{9a^2}{b^2c^4}$. 第二 $\frac{a^6}{27x^{12}}$. 第三 $-\frac{1024a^{10}b^5}{16807x^5}$. 第四 $\frac{a^4z^{12}}{x^8y^4}$.

第五 $\frac{15625}{a^6b^6c^6}$. 第六 $\frac{32x^{5m}}{243a^{10}b^{15}}$. 第七 $\frac{a^nb^nc^n}{x^ny^nz^n}$, 又 $-\frac{a^nb^nc^n}{x^ny^nz^n}$.

第八 $\frac{a^{mn^2}}{c^{m^2n}}$. 第九 $\frac{x^{n^2}}{y^{2n}}$. 第十 $\frac{c^{m^2n}}{a^{m^2}b^{mn}}$, 又 $-\frac{c^{m^2n}}{a^{m^2}b^{mn}}$.

第十一 $\frac{x^{m^2n}}{(a+b)^{2mn}}$, 又 $-\frac{x^{m^2n}}{(a+b)^{2mn}}$. 第十二 $\frac{x^{2m^2}}{m^{4n}(a^2+b^2)^{2m^2}}$.

第十三 $\frac{x^{2m^2n}}{(x^m+y^n)^{6m}}$. 第十四 $\frac{(x+y)^{2m^2}}{(a+b)^{2n^2m}}$. 第十五 $-\frac{x^{2m+p+r-n}}{a^{3m+r+n}(a-b)^{pq-r}}$.

負指數問題答

第一 $a^{-6}b^{3}$. 第二 $b^{2}c^{-4}$. 第三 $\frac{1}{4}x^{-4}y^{2m}$. 第四 $16a^{2m}b^{-2n}$.

第五 $-c^{10}d^{-2n}m^{12}$. 第六 $\frac{1}{81}a^{8}x^{-4}y^{4}$. 第七 $a^{n^2}y^{-mn}$, 或 $-a^{n^2}y^{-mn}$.

第八 a^{-m^2}. 第九 $a^{-2n}x^{-2n^2}$. 第十 $a^{-2m}y^{n^2}$, 或 $-a^{-2m}y^{n^2}$.

第十一 $a^{-m^2n}(x+y)^{-mn^2}$, 或 $-a^{-m^2n}(x+y)^{-mn^2}$. 第十二 $-b^{1-2r}c^{1-2r^2}(x+y)^{-r+2r^2}$.

第十三 $16a$. 第十四 $a^{4m}b^{-4n}$. 第十五 $m^{-mn(n-m)}n^{mn(n-m)}$.

第十六 $a^{6}b^{9}$, 或 $-a^{6}b^{9}$. 第十七 $x^{-3}y^{2}$, 或 $-x^{-3}y^{2}$.

第十八 $x^{m+n}y^{mn-m-n}z^{m}$, 或 $-x^{m+n}y^{mn-m-n}z^{m}$.

多項式乘方問題答

第一 $4x^4+12x^2y^2+9y^4$. 第二 $125x^3-75x^2y+15xy^2-y^3$.

第三 $1+4x-2x^2-12x^3+9x^4$.

第四 $27a^3+54a^2b+27a^2c+36ab^2+36abc+9ac^2+8b^3+12b^2c+6bc^2+c^3$.

第五 $a^7+7a^6b+21a^5b^2+35a^4b^3+35a^3b^4+21a^2b^5+7ab^6+b^7$.

第六 $x^8-8x^7y+28x^6y^2-56x^5y^3+70x^4y^4-56x^3y^5+28x^2y^6-8xy^7+y^8$.

第七 $a^4c^{-4}+2+a^{-4}c^4$. 第八 $a^6+3a^4+6a^2+7+6a^{-2}+3a^{-4}+a^{-6}$.

第九 $a^{3m}+3a^{2m}x^n+3a^mx^{2n}+x^{3n}$.

第十 $1+3x+6x^2+10x^3+12x^4+12x^5+10x^6+6x^7+3x^8+x^9$.

第十一 $a^8-4a^6b^2+6a^4b^4-4a^2b^6+b^8$.

第十二 $a^6+6a^5+18a^4+32a^3+36a^2+24a+8$.

多項式二乘方問題答

第一 $a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2$.

第二 $a^2+2ab+2ac+2ad+b^2+2bc+2bd+c^2+2cd+d^2$.

第三 $a^2+2ab+2ac+2ad+2ae+b^2+2bc+2bd+2be+c^2+2cd+2ce+d^2+2de+e^2$.

第四 $x^2-2xy+2xz+y^2-2yz+z^2$.

第五 $a^2-4ab+6a^2b-2ac+4b^2-12ab^2+4bc+9a^2b^2-6abc+c^2$.

第六 $1-2a+3a^2-4a^3+3a^4-2a^5+a^6$.

第七 $12a^2x-24ax^3-30ax+4a^4-7a^2x^2-20a^2+16x^4+40x^2+25$.

第八 $1-4x-2y^2+2xy+2x^2+4xy^2-4x^2y+4x^3+y^4-2xy^3+3x^2y^2-2x^3y+x^4$.

第九 $1-2x+3x^2-4x^3+5x^4-4x^5+3x^6-2x^7+x^8$.

第十 $a^6-2a^5x+3a^4x^2-4a^3x^3+3a^2x^4-2ax^5+x^6$.

第十一 $x^8y^2-2x^7y^3-x^6y^4+4x^5y^5-x^4y^6-2x^3y^7+x^2y^8$.

第十二 $1-4x-2x^2+4x^3+15x^4+44x^5+46x^6+40x^7+25x^8$.

第十三 $1+x+\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{16}x^4$. 第十四 $\frac{b^2}{a^2}-\frac{2b}{a}+3-\frac{2a}{b}+\frac{a^2}{b^2}$.

第十五 $\frac{1}{x^4}+\frac{2}{x^3}+\frac{3}{x^2}+\frac{4}{x}+3+2x+x^2$. 第十六 $a^{-4}+2a^{-3}+5a^{-2}+6a^{-1}+6+4a+a^2$.

一項式開方問題答

第一 $\pm 7ax^2$. 第二 $\pm 5c^2b$. 第三 $\pm 12ac^2xy$. 第四 $5a$.

第五 $-4x^2$. 第六 $-6ay$. 第七 $9a^2x^4$. 第八 $\pm 4ax^2$.

第九 $\pm 2\sqrt[4]{a}$ 又 $\pm 2a^{\frac{1}{4}}$. 第十 $3\sqrt[3]{(a^2x)}$ 又 $3a^{\frac{2}{3}}x^{\frac{1}{3}}$.

第十一 $-2x^2y^{\frac{4}{5}}$ 又 $-2x^2\sqrt[5]{(y^4)}$. 第十二 $a^3b^{\frac{m}{n}}$ 又 $\pm a^3\sqrt[n]{(b^m)}$.

第十三 $\pm 9a^{-2}b^3$. 第十四 $-6a^{-n}c^{-\frac{2}{3}}$ 又 $-6a^{-n}\sqrt[3]{(c^{-2})}$.

第十五 $3a^{-1}b^{-2}$. 第十六 a^ny^m, 又 $\pm a^ny^m$.

第十七 $x^ny^{n^2}z^{n^3}$, 又 $\pm x^ny^{n^2}z^{n^3}$ 第十八 $\pm\frac{2x^2}{3}$. 第十九 $\frac{5ab^2}{2xy^4}$.

第二十 $\pm\frac{5a^2}{4}$. 第二十一 $\frac{ax^2}{c^2y}$, 又 $\pm\frac{ax^2}{c^2y}$.

第二十二 $\frac{a^{\frac{2}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}c^{\frac{1}{n}}}$ 又 $\pm\frac{\sqrt[n]{(a^2)}}{\sqrt[n]{(bc)}}$. 第二十三 a^{-2m}, 又 $\pm a^{-2m}$.

第二十四 $-a^2$. 第二十五 a^{1-n}, 又 $\pm a^{1-n}$. 第二十六 $-a^{2m+1}b$.

第二十七 $\frac{x^2}{a^{3p-q}}$, 又 $\pm\frac{x^2}{a^{3p-q}}$. 第二十八 $-\frac{z^{2m-3}}{xy^2}$. 第二十九 $\pm(a-x)y^2$.

第三十 $(x-1)(x+1)^2$. 第三十一 $\pm xy^2(x-y)$.

第三十二 $(a^2+1)^{-1}(x-1)^n$, 又 $\pm(a^2+1)^{-1}(x-1)^n$.

第三十三 $(x^m+y^n)^{2n}$, 又 $\pm(x^m+y^n)^{2n}$. 第三十四 $\frac{(a+b)^{-2n}}{(a^2+b^2)^n}$, 又 $\pm\frac{(a+b)^{-2n}}{(a^2+b^2)^n}$.

第三十五 $\frac{a(a+b)^{n-1}}{(x+y)^{n^2-n+1}}$, 又 $\pm\frac{a(a+b)^{n-1}}{(x+y)^{n^2-n+1}}$.

多項式開平方問題答

第一 $a+b+c$. 第二 a^2-3b+2. 第三 x^3+2x^2-x+1.

第四 $1-a+a^2-a^3$. 第五 $2a^2b-3ab+2ab^2$.

第六 $3x^3-5x^2y-4xy^2+6y^3$. 第七 $a^2-3bc+2cd-d^2$.

第八 $a^2-\frac{ab}{2}+\frac{b^2}{4}$. 第九 $x+\frac{1}{3}a-\frac{1}{2}b$. 第十 $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+1$.

第十一 $\frac{x^2}{2y^2}+\frac{2y^2}{x^2}+1$. 第十二 $x^2-\frac{x}{2}+\frac{2}{x}$. 第十三 $\frac{a^2}{2}+\frac{a}{x}-\frac{x}{a}$.

第十四 x^2-3x+x^{-2}.　第十五 $ab^{-1}-5+a^{-1}b$.
第十六 $x-x^{-1}-2$.　第十七 $a^{2m}+3a^mc^n+c^{2n}$.
第十八 $3a^m+a^{2m+1}-5c^{m-1}$.

多項式開立方問題答

第一 $3a+4$.　第二 x^2+2x-4.　第三 $2x^2-3x+1$.
第四 $a^2+3ab-b^2$.　第五 $2x^2+4cx-3c^2$.
第六 a^3-2a^2+5a-2.　第七 x^3-x^2+x-1.　第八 x^3+2x^2-4x-8.
第九 $2a-ab+3bc$.　第十 $x^2-4x+\frac{1}{2}$.

根數式化法一問題一答

第一 $5\sqrt{3}$.　第二 $7a\sqrt{2}$.　第三 $2x\sqrt{(3y)}$.
第四 $-3x\sqrt[3]{(2x)}$.　第五 $12\sqrt[3]{4}$.　第六 $x\sqrt{(x-a^2)}$.
第七 $12a\sqrt[3]{4}$.　第八 $6ax\sqrt{(7ax)}$.　第九 $a\sqrt[3]{(1+b^3)}$.
第十 $(x-y)^2\sqrt{(2x)}$.　第十一 $(a^2-b^2)\sqrt{(2b)}$.
第十二 $5b^2(b-1)^{\frac{1}{3}}$.　第十三 $ab(2a^2-3b^2)^{\frac{1}{n}}$.
第十四 $a^2(ab^2+a^2b)^{\frac{1}{4}}$.　第十五 $-a\sqrt[3]{(a+1)}$.　第十六 $-(a^3+x^3)^{\frac{1}{3}}$
第十七 $2a^nx^{2m}\sqrt{2}$.　第十八 $a^nc^m\sqrt[3]{(a^nc^{2m})}$.
第十九 $x^2y(2-3x^ny^{2m})^{\frac{1}{m}}$.　第二十 $c^2(c^n-a^{2m})^{\frac{1}{n}}$.

第二十一 $a^{-n+1}(m^2-1)(m^2-1)^{\frac{1}{mn-1}}$.　第二十二 $(x+y)^m(x-y)(x^2-y^2)^{\frac{1}{n}}$.
第二十三 $(x^2-1)(y^2-1)(z^2-1)^{\frac{1}{mn-1}}$.　第二十四 $-(1-x)^{m+1}\sqrt[m]{\{(1-x)(1+x)^2\}}$.
第二十五 $(a-b)^{p+q}\sqrt[p]{(a-b)}$.

根數式化法一問題二答

第三 $\frac{3}{4}\sqrt[3]{10}$.　第四 $\frac{1}{3}\sqrt[3]{75}$.　第五 $\frac{5}{21}\sqrt{6}$.　第六 $\frac{2}{3}\sqrt{(6a)}$.
第七 $\frac{1}{7}\sqrt{10}$.　第八 $\frac{a}{y}\sqrt{(ab)}$.　第九 $-\frac{a}{6}\sqrt[3]{(4b)}$.　第十 $\frac{y}{x}\sqrt[n]{(x^n)}$.
第十一 $\frac{1}{a(x-1)}\sqrt{(x^2-1)}$.　第十二 $\frac{x}{a(a-b)}\sqrt{\{b(a-b)(a^2+b^2)\}}$.
第十三 $\sqrt[n]{\{x(x-y)\}}$.　第十四 $\frac{1}{(a^n+b^n)}\sqrt[m+n]{\{x^{n-1}(a^n+b^n)^n\}}$.
第十五 $\frac{b}{a}\cdot a^{\frac{1}{n+1}}$.　第十六 $\frac{1}{a}\{a^n(a-b)^{n+1}\}^{\frac{1}{n+1}}$.

根數式化法二問題答

第一 $\sqrt{(a^2b^4)}$.　第二 $\sqrt[3]{(125a^6x^3y^9)}$.
第三 $\sqrt[4]{(a^4-4a^3cx+6a^2c^2x^2-4ac^3x^3+c^4x^4)}$.　第四 $\sqrt{(32a^2xy)}$.
第五 $\sqrt[3]{(27x^7-27x^6y)}$.　第六 $\sqrt{(2a^3-8a^2b+8ab^2)}$.
第七 $\left(\frac{a}{c}-\frac{a^3}{c^3}\right)^{\frac{1}{2}}$　第八 $\left(x-\frac{a}{x}+\frac{a^2}{x^3}-\frac{a^3}{x^5}\right)^{\frac{1}{2}}$

第九 $\sqrt[6]{(a^2-b^2)}$. 第十 $\sqrt[n]{(a^{n+1})}$. 第十一 $\sqrt[mn]{(a^{n+m}b^n)}$.

第十二 $\sqrt[n]{\{(x-a)^{-n}(x+a)^{-m+n}\}}$. 第十三 $\sqrt[2n]{\{(x^2-1)^{-2n+1}\}}$.

第十四 $\{(y^2-x^2)^{2n-m}\}^{\frac{1}{n}}$. 第十五 $(a^2-1)^{\frac{1}{2n+1}}$.

根數式化法三問題答

第一 $(a^3)^{\frac{1}{12}}, (c^4d^3)^{\frac{1}{12}}, (a^4c^2)^{\frac{1}{12}}$. 第二 $(81a^8x^4)^{\frac{1}{12}}, (8a^3x^3)^{\frac{1}{12}}, (25a^4x^{10})^{\frac{1}{12}}$.

第三 $(a-b)^{\frac{3}{6}}$, 或 $(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)^{\frac{1}{6}}$; $(a+b)^{\frac{4}{6}}$, 或 $(a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4)^{\frac{1}{6}}$;

第四 $\sqrt[12]{(a^{12})}, \sqrt[12]{(a^6c^2)}, \sqrt[12]{(8a^3c^6)}$. 第五 $\sqrt[20]{(1024)}, \sqrt[20]{(32)}, \sqrt[20]{(16)}$.

第六 $\sqrt[12]{(a^{24})}, \sqrt[12]{(15625x^6)}, \sqrt[12]{(16a^4x^8)}, \sqrt[12]{(64a^6x^3)}$.

第七 $\sqrt[6]{(x-y)^3}, \sqrt[6]{(x+y)^2}, \sqrt[6]{(x^2-y^2)}$. 第八 $\sqrt[2mn]{(a^{mn}x^{mn})}, \sqrt[2mn]{(x^{2n}y^{2n})}, \sqrt[2mn]{(c^{2m}x^{2m})}$.

第九 $\sqrt[12]{(a^4b^{-4})}, \sqrt[12]{(a^{-6}b^3)}, \sqrt[12]{(a^{-2}c^{-2})}$. 第十 $\sqrt[2mn]{(x-n^2)}, \sqrt[2mn]{(y^{2m^2})}, \sqrt[2mn]{(z^{-m+1})}$.

第十一 $(a^{m-1}x^{m-1})^{\frac{1}{m^2-1}}, (b^{m+1}y^{m+1})^{\frac{1}{m^2-1}}, (cz)^{\frac{1}{m^2-1}}$.

第十二 $(a+b)^{\frac{m-1}{m^2-1}}, (a-b)^{\frac{m+1}{m^2-1}}, (a^2+b^2)^{\frac{1}{m^2-1}}$. 第十三 $\left(\frac{x^{n^2}}{a^{mn^2}}\right)^{\frac{1}{m^2n^2}}, \left(\frac{y^{m^2}}{b^{m^2n}}\right)^{\frac{1}{m^2n^2}}, \left(\frac{z^{mn^2}}{c^{m^2n}}\right)^{\frac{1}{m^2n^2}}$.

根數式加法問題答

第一 $6a\sqrt{x}$. 第二 $18\sqrt{2}$. 第三 $10\sqrt[3]{5}$. 第四 $19\sqrt[3]{4}$.

第五 $\sqrt{2}$. 第六 $\frac{37}{12}\sqrt[3]{3}$. 第七 $\frac{61}{40}\sqrt{6}$. 第八 $10m\sqrt{(ab)}$.

第九 $10ac\sqrt{(x-y)}$. 第十 $3a^2\sqrt[3m]{a}$. 第十一 $\frac{5b}{a}\sqrt[3]{(ab)}$. 第十二 $(c-a)\sqrt{(5m)}$.

第十三 $3x(\sqrt[3]{c}+\sqrt[3]{a})$. 第十四 $(1+2x+4x^2)\sqrt[n]{(2x^n)}$. 第十五 $2(c+a+1)\sqrt[m]{a^n}$.

第十六 $3ax(c-d)^{\frac{1}{3}}$. 第十七 $2\sqrt[3]{(a^2-b^2)}$. 第十八 $\frac{\sqrt{(1+a)}}{1-a}$.

第十九 $\frac{2\sqrt[m]{(a^2-1)}}{a+1}$. 第廿 $\frac{x^2+1}{x-1}\sqrt[n]{(x-1)^2}$.

根數式減法問題答

第一 $8\sqrt{15}$. 第二 $5(\sqrt{3}-\sqrt{2})$. 第三 $(12a^2-3a)\sqrt[6]{b}$.

第四 $\frac{2}{5}\sqrt[3]{11}$. 第五 $\frac{a}{15}\sqrt{5}$. 第六 $x^2\sqrt[3n]{x}$.

第七 $\frac{x-1}{y}\sqrt[m]{(xy)}$. 第八 $(c-2d)(a^2-3x)^{\frac{1}{3}}$. 第九 $2b(a-b)^{\frac{1}{2}}$.

第十 $\frac{2ab}{a^2-1}\sqrt{(x^2-1)}$. 第十一 $\frac{4ab}{a^2-b^2}\sqrt[n]{(a^2-b^2)}$. 第十二 $\frac{b^2-a^2}{ab}(ab)^{\frac{1}{2n+1}}$.

根數式乘法問題答

第一 $30\sqrt{10}$. 第二 $24\sqrt{6}$. 第三 24. 第四 $120\sqrt{3}$.

第五 $12\sqrt[3]{7}$. 第六 $5ac^2x\sqrt[3]{(a^2x)}$. 第七 $xyz(x^2y^3z^6)^{\frac{1}{12}}$.

第八 $\sqrt[12]{\{(x^2-y^2)^3(x+y)\}}$. 第九 $\sqrt[6]{(225000)}$. 第十 $24a\sqrt[12]{a}$.

第十一 $10x^2\sqrt[6]{x}$. 第十二 $\frac{1}{4}x^2y^2\sqrt{x}$. 第十三 $\sqrt[6]{\frac{b}{a}}$.

第十四 $a^2b^2(a^2b)^{\frac{1}{12}}$. 第十五 $\sqrt[6]{\frac{x}{y}}$. 第十六 a^2b^2c.

第十七 $\sqrt[mn]{x^{m}}$. 第十八 $12xy\sqrt[6]{10}$. 第十九 $\frac{a}{x}\sqrt[6]{(a^2b^2c)}$.

第二十 $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{\frac{m^2-n^2}{mn}}$. 第二十二 $2\sqrt[6]{2}+2+2\sqrt{2}$. 第二十三 $a+x-\sqrt{(a^2-x^2)}$.

第二十四 $3-17\sqrt{6}$. 第二十五 $a-b$. 第二十六 $\sqrt{a}-\sqrt{b}$.

第二十七 c^2a-bd^2. 第二十八 $24\frac{1}{4}$. 第二十九 $14\frac{1}{3}+13\sqrt{\frac{7}{6}}$.

第三十 $\frac{ax^2}{b^2}-\frac{c}{d}$. 第三十一 $x+a$. 第三十二 $5+3\sqrt[3]{18}+3\sqrt[3]{12}$.

根數式除法問題答

第一 $2\sqrt{10}$. 第二 $2\sqrt[6]{20}$. 第三 $\sqrt[6]{\left\{\frac{16a}{135d}\right\}}$. 第四 $(ab)^{\frac{1}{4}}$.

第五 $(4a-3x)^{\frac{1}{2}}$. 第六 $3\sqrt{5}$. 第七 $\sqrt[15]{\left(\frac{b}{ac^2}\right)}$. 第八 $3c(a-x)^{\frac{1}{12}}$.

第九 $(a^{2n-m}c^{n-2m})^{\frac{1}{mn}}$. 第十 $\sqrt[12]{(xy^2)}$.

第十一 $\sqrt[2m]{\{(a-b)^m(a+b)^{m-n}\}}$. 第十二 $\sqrt[12]{\left(\frac{x^4}{a^3}\right)}$.

第十三 $\frac{1}{ab}\sqrt[4]{(a^4b^3-a^3b^4)}$. 第十四 $\frac{x+y}{x-y}\sqrt[xy]{(x+y)}$.

第十六 $2\sqrt{a}+3\sqrt{b}$. 第十七 $\sqrt{a}+\sqrt[4]{(ab)}+\sqrt{b}$.

第十八 $\sqrt[6]{a^2}+\sqrt[6]{(ab)}+\sqrt[6]{b^2}$. 第十九 $\sqrt{2}x^2+(\sqrt{2}+\sqrt{3})x+\sqrt{3}$.

第二十 $\sqrt{a}-\sqrt[3]{a}$. 第二十一 $4\sqrt[3]{a^2}+2\sqrt[3]{(ab)}+\sqrt[3]{b^2}$.

第二十二 $\sqrt[3]{a}.\sqrt[4]{b}-c\sqrt[4]{a}.\sqrt[3]{b}$.

根數式乘方問題答

第一 $a\sqrt[3]{(8a)}$. 第二 $xy\sqrt[3]{(xy)}$. 第三 $162a^3\sqrt[3]{(2a^2)}$.

第四 $(a-b)^{\frac{3}{2}}$. 第五 $-2b\sqrt{(3a)}$. 第六 $(a-x)\sqrt[3]{\{c^2(a-x)\}}$.

第七 a^4x^6. 第八 $\pm m\sqrt[n]{n^{m}}$. 第九 $xy\sqrt[3]{\{xy(x-y)^2\}}$.

第十 $\left(\frac{x^2+2}{x^2-2}\right)^{-\frac{1}{n-1}}$. 第十一 $a^2+2ax+x^2$. 第十二 $\frac{2a^2}{x}\sqrt[3]{(3cx)}$.

第十三 $a(a+b)^{\frac{n-2}{n+1}}$. 第十四 $\frac{a^{2m}b}{b^2-1}\sqrt[m]{(b^2-1)}$. 第十五 $\left(\frac{c-xy}{c}\right)^{2}c^{\frac{n-3}{n-1}}$.

第十六 $a^{2n}b^{2n-2}c^{2n-4}$. 第十七 $a+3\sqrt[3]{(a^2b)}+3\sqrt[3]{(ab^2)}+b$.

第十八　$2\pm\sqrt{5}$.　第十九　$\frac{a^2}{4}+\frac{c}{2}\sqrt{(a^2-c^2)}$.

根數式開方問題答

第一　$\sqrt[6]{(4ac)}$.　第二　$-\sqrt[6]{(a^2x)}$.　第三　$\pm\sqrt[6]{28}$.　第四　$\pm\sqrt[6]{8}$.

第五　$\pm 7a^2\sqrt[6]{(abx)}$.　第六　$\sqrt{5}$.　第七　$\sqrt[6]{x^5}$.　第八　$y^n\sqrt[4]{x}$.

第九　$\pm\left(\frac{mx^2}{c^2y}\right)^{\frac{1}{2}}$.　第十　$\pm\frac{1}{3}\sqrt{12}$.　第十一　$\sqrt{(x^2-1)}$.

第十二　$-\{(x+1)(x-1)^{-1}x\}^{\frac{1}{2n}}$.　第十四　$\pm\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

第十五　$\pm(2\sqrt{a}-3\sqrt[4]{b}+4\sqrt[6]{c})$.

高次開方簡法問題答

第一　$\pm(a-2b)$.　第二　$\pm(a^2+b)$.　第三　$\pm\left(a^2-\frac{3m^2}{4n}a\right)$.　第四　$\pm\left(\sqrt[4]{a}-\frac{1}{\sqrt[4]{a}}\right)$.

指數論問題答

第六　$x^{\frac{2}{3}}$.　第七　$\left(\frac{c}{a}\right)^{\frac{1}{3}}$.　第八　$\sqrt[3]{a^2}$.　第九　$x\sqrt[3]{x}$.

第十　$\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{3}}$.　第十一　1.　第十二　$\sqrt[3]{(a^4b)}$.　第十三　$\left(\frac{b^n}{a^m}\right)^{\frac{m}{mn}}$.

第十四　$\left(\frac{a}{c}\right)^{mn+rs-mr}$.　第十五　$\left(\frac{a}{b}\right)^{mn}$.　第十六　$a^{\frac{3}{4}}-a^{\frac{1}{4}}$.

第十七　$a^{\frac{3}{4}}-3+3a^{-\frac{3}{4}}-a^{-\frac{3}{2}}$.　第十八　a^2-b^4.　第十九　$a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{3}}$.

第二十　$x+y$.　第二十一　$x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}$.　第二十二　$\frac{a+x}{x^2+3ax+a^2}$.

第二十三　$a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}+1$.　第二十四　$x^{\frac{1}{4}}-x^{-\frac{1}{4}}$.　第二十五　$x^{\frac{m}{s}}-\frac{1}{2}b^{\frac{1}{n}}x^{\frac{s}{p}}$.

虛數論問題答

第一　$-ab\sqrt{(cd)}$.　第二　$-6\sqrt{(10)}$.　第三　$a\sqrt{(cd)}$.　第四　$3\sqrt{(-10)}$.

第五　$26+4\sqrt{(-5)}$.　第六　$(a+c)\sqrt{(-1)}$.　第七　$3\sqrt{5}$.　第八　$\frac{a}{cd}\sqrt{(bd)}$.

第九　$\frac{1}{6}\sqrt{3}$.　第十　$a-b\sqrt{(-1)}$.　第十一　$a+\sqrt{(-a)}-1$.

第十二　$a^4-6a^2c+c^2+(4a^3-4ac)\sqrt{(-c)}$.　第十三　1.　第十四　-1.

第十五　$a\sqrt{\left(\frac{c}{b}\right)}+\sqrt{(-cf)}$.　第十六　$x=a+\sqrt{(ac)},y=c+\sqrt{(ac)}$.

根數二項式開平方問題答

第四　$3+\sqrt{2}$.　第五　$2-\sqrt{3}$.　第六　$\sqrt{5}-\sqrt{2}$.　第七　$7+3\sqrt{5}$.

第八 $5+\sqrt{3}$. 第九 $\sqrt{(np+m^2)}-m$. 第十 $b+\sqrt{(bc-b^2)}$. 第十一 $5+3\sqrt{(-2)}$.

第十二 10. 第十三 $3+\sqrt{5}$. 第十四 $8+2\sqrt{(-5)}$. 第十五 $1+\sqrt{2}$.

第十七 $\sqrt[3]{18}-\sqrt[3]{2}$. 第十八 $\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{5}$. 第十九 $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\sqrt{\frac{5}{2}}\right)\sqrt[3]{3}$.

第二十 $\frac{1}{\sqrt[3]{(1-c^2)}}\left\{\sqrt{\left(\frac{1+c}{2}\right)}+\sqrt{\left(\frac{1-c}{2}\right)}\right\}$.

完數法問題答

第一 $\frac{a\sqrt{c}}{c}$. 第二 $\frac{2\sqrt{15}-3\sqrt{10}}{6}$. 第三 $\frac{x\sqrt[3]{a^2}}{a}$.

第四 $\frac{\sqrt[3]{72}}{3}$. 第五 $\frac{\sqrt[n]{(a^{m-n}b^n)}}{a}$. 第六 $\frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{4}$.

第七 $\frac{a+\sqrt{(ac)}}{a-c}$. 第八 $\frac{8+\sqrt{55}}{3}$. 第九 $\sqrt{11}-\sqrt{3}$.

第十 $4+\sqrt{15}$. 第十一 $\frac{1-\sqrt{(-15)}}{4}$. 第十二 $\frac{1}{5}\sqrt{15}$.

第十三 $\frac{1+\sqrt{(1-a^2)}}{a}$. 第十四 $\frac{a^2+\sqrt{(a^4-x^2)}}{x}$.

第十五 $\frac{1}{4}(4+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{6})$. 第十六 $\frac{1}{12}\sqrt{30}+\frac{1}{4}\sqrt{2}+\frac{1}{6}\sqrt{3}$.

第十七 $5\sqrt{5}+\sqrt{10}+5\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{8}$. 第十八 $M=\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{35}+\sqrt[3]{25}$.

第十九 $M=3^{\frac{10}{3}}-3^{\frac{8}{3}}\times5^{\frac{1}{2}}+45-3^{\frac{4}{3}}\times5^{\frac{3}{2}}+3^{\frac{2}{3}}\times25+5^{\frac{5}{2}}$.

第二十 $M=5^{\frac{5}{2}}-25\times2^{\frac{2}{3}}+5^{\frac{3}{2}}\times2^{\frac{4}{3}}-20+5^{\frac{1}{2}}\times2^{\frac{8}{3}}+2^{\frac{10}{3}}$.

第二十一 $\sqrt[3]{40}+\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{10}$. 第二十二 $\frac{ab(a^{\frac{3}{4}}+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}+a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{3}{4}})}{a+b}$.

第二十三 $\frac{m(a^4+a^3\sqrt[5]{b}+a^2\sqrt[5]{b^2}+a\sqrt[5]{b^3}+\sqrt[5]{b^4})}{a^5+b}$.

第二十四 $\frac{a^2b^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{4}{3}}+a b^2+a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{8}{3}}+ab^{\frac{10}{3}}+a^{\frac{1}{2}}b^4}{a^3-b^4}$.

第二十五 $\frac{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{x}}{a+x}$.

根數方程式解法問題答

第一 9. 第二 5. 第三 16. 第四 $\frac{1}{4}(a^2+4a)$.

第五 $c(\sqrt{n}+a)$. 第六 $\frac{2}{3}$. 第七 $\frac{a+c^2}{2c}$. 第八 50.

第九 $\left(+\frac{a+c}{a+c}\right)^2$. 第十 mc. 第十一 $\frac{(a+b)^2}{2b}$. 第十二 $\frac{b(b+2a)}{2(b+a)}$.

第十三 $\frac{a^2-b^2}{6a}$. 第十四 20. 第十五 $\frac{a-1}{2}$. 第十六 $\frac{12}{13}$.

第十七 $\frac{a}{3}$. 第十八 6. 第十九 3. 第二十 $\frac{81}{a}$.

第二十一 $\frac{1}{a}\left\{b-\frac{nc}{n-1}\right\}^2$. 第二十二 $\frac{17}{8}a$. 第二十三 $\frac{9b^2}{a}$.

第二十四 $\frac{4}{9}$. 第二十五 4.

雜問四答

第一 $\frac{x^{12}}{y^3z^3}$. 第二 $2(4+25x^2+16x^4)$. 第三 x^2-ax+b^2.

第四 $\frac{3x^2-4}{2x-3}$. 第五 $a\sqrt{(3a)}$. 第六 a^{2n^2+2n}. 第七 $x^{2n+1}y^{2n-1}$.

第八 $\frac{a^2}{b^{\frac{2}{3}}}-2b^{\frac{4}{3}}$. 第九 a^2+b^2. 第十 $x-x^{-1}$. 第十一 $48\sqrt[3]{4}$.

第十二 $\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}\mp\sqrt{a}}$. 第十三 $\frac{a}{2c}\sqrt{(ab)}$. 第十四 $30\sqrt{(2+3\sqrt{2})}$.

第十五 5. 第十六 $\frac{9d^2(a+b)}{2ac(2+x)^2}$. 第十七 $16a^2b(a+b)^3$.

第十八 x^2+px-q. 第十九 $\sqrt{19}$. 第二十 $\frac{a^nb^{m-n}}{c^m}$.

第二十一 $\sqrt[3]{a^{-1}}-\sqrt[3]{(a^{\frac{1}{3}}b)}$. 第二十三 $\sqrt[4]{96}$. 第二十四 $11\sqrt{2}+9\sqrt{3}$.

第二十五 $c\sqrt[12]{\left(\frac{b^7c}{a^5}\right)}$. 第二十六 $\frac{1}{10}$. 第二十七 $\frac{2}{3}\sqrt[4]{\frac{3}{2}}$.

第二十八 $\frac{2}{5}\left(2\sqrt[3]{5}-5\sqrt[3]{2}\right)^{\frac{1}{2}}$. 第二十九 $\sqrt[6]{a}+\sqrt{b}$. 第三十 $\frac{1}{2}$.

第三十一 $\sqrt{\left\{1\mp\frac{2}{5}\sqrt{5}\right\}}$. 第三十二 $\sqrt{(5\mp2\sqrt{5})}$. 第三十三 $2x$.

第三十四 $3ab+5b^2$. 第三十五 $\frac{2(a^2-b^2)}{a^2+b^2}$. 第三十六 $8(a^4+2ab^3-b^4)$.

第三十七 $16ab\sqrt{(2a-b^2)}$. 第三十八 $2a^4-12a^2b^2+2b^4$. 第三十九 $\frac{1}{4}(a^2-b^2+4ac)$.

第四十 $\sqrt{(x+z)}+\sqrt{y}$. 第四十一 $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{y^2}}$. 第四十二 x^3.

第四十三 $\sqrt{\left(\frac{a}{2}+1\right)}+\sqrt{\left(\frac{b}{2}-1\right)}$. 第四十四 $\sqrt{\left\{\left(a-\frac{b}{2}\right)^2-ab\right\}}+\sqrt{(ab)}$.

第四十五 $\left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{m^2+n^2}{mn}}$. 第四十六 $(x^2-3)^{\frac{m}{n}}-(x^2+3)^{\frac{m}{n}}$.

第四十七 $\sqrt{(1-x)}$.　第四十八 $4+\sqrt{2}$.

第四十九 $x^{\frac{5}{2}}+x^2y^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{2}{3}}+xy+x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{4}{3}}+y^{\frac{5}{3}}$.　第五十 $\sqrt[3]{2}-1$.

第五十一 $\sqrt{5}+1-\sqrt{(5+2\sqrt{5})}$.　第五十二 $\sqrt{\{2(2+\sqrt{2})\}}-\sqrt{2}-1$.

第五十三 $\sqrt{6}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-2$.　第五十四 $\dfrac{\sqrt{(a^2+x^2)}+\sqrt{(2ax)}}{a-x}$.

第五十五 $\dfrac{2c^2(2-c^2)}{1-c^2}\sqrt[3]{(1-c^2)}$.　第五十六 $\pm\left\{\sqrt{\dfrac{1}{2}}\pm\sqrt{\left(-\dfrac{1}{2}\right)}\right\}$.

第五十七 $\dfrac{2a}{a^{\frac{4}{3}}+a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{4}{3}}}$.　第五十八 $a^{1-\frac{1}{n}}+a^{1-\frac{2}{n}}x^{\frac{1}{n}}+a^{1-\frac{3}{n}}x^{\frac{2}{n}}+\cdots+x^{1-\frac{1}{n}}$.

第五十九 $x^{-\frac{2n}{3}}-x^{-\frac{n}{3}}y^{\frac{n}{3}}+y^{\frac{2n}{3}}$.　第六十 $\dfrac{y}{x^{\frac{1}{2}}}+x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{4}}-\dfrac{x}{2y^{\frac{1}{2}}}$.

第六十一 $3(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}})-2(ab)^{\frac{1}{6}}$.　第六十二 0.

第六十三 0.　第六十四 1024.

第六十五 $x=\dfrac{(b-a)^2}{2a-b}$.　第六十六 $\sqrt[3]{(4m+4)}$.

二次正方式解法問題答

第一 ±3.　第二 ±6.　第三 ±4.　第四 $\pm\sqrt{\left(\dfrac{a-2d}{b-2c}\right)}$.

第五 $\pm\sqrt{(a-1)}$.　第六 ±8.　第七 ±10.　第八 $\pm\dfrac{3a}{\sqrt{5}}$.

第九 $\pm\sqrt{12}$.　第十 $\pm\sqrt{(ac)}$.　第十一 $\pm(3+\sqrt{5})$.　第十二 $\pm(1+\sqrt{2})$.

第十三 ±1.　第十四 ±1·095445+.　第十五 ±4·54924+.

二次雜方式解法一問題答

第一 $3,-5$.　第二 $8,-2$.　第三 $12,8$.　第四 $10,-4$.

第五 $15,13$.　第六 $7,-13$.　第七 $19,-31$.　第八 $11,-5$.

第九 $6,-18$.　第十 $17,-3$.　第十一 $-1,-19$.　第十二 $3\pm2\sqrt{3}$.

第十三 $-4\pm2\sqrt{7}$.　第十四 $-6\pm\sqrt{46}$.　第十五 $4,1$.　第十六 $2,-5$.

第十七 $7,2$.　第十八 $5,-1$.　第十九 $4,-1$.　第二十 $\dfrac{8}{3},\dfrac{2}{3}$.

第二十一 $\dfrac{5}{6},-\dfrac{7}{10}$.　第二十二 $\dfrac{5}{9},-\dfrac{3}{5}$.　第二十三 $\dfrac{7}{12},-\dfrac{5}{42}$.　第二十四 $5,-3$.

第二十五 $3,-\dfrac{5}{3}$.　第二十六 $-\dfrac{1}{2}\{a\mp\sqrt{(4b^2-a^2)}\}$.　第二十七 ab,a.

第二十八 $2a+b,a+b$.　第二十九 $-a,-b$.　第三十 $\dfrac{2a-b}{ac},-\dfrac{3a+2b}{bc}$.

二次雜方式解法二問題答

第一 $6,-\dfrac{34}{5}$.　第二 $7,-\dfrac{39}{5}$.　第三 $4,-\dfrac{8}{7}$.　第四 $\dfrac{1}{2},-3$.

第五	$9, -\frac{12}{5}$.	第六	$11\frac{1}{11}, 2$.	第七	$\frac{2}{3}, \frac{3}{2}$.	第八	$5, -\frac{32}{7}$.
第九	$17, \frac{2}{3}$.	第十	$7, -20$.	第十一	$2+\sqrt{3}, \frac{2}{3}-\sqrt{3}$.	第十二	$5, -16$.
第十三	$2, \frac{250}{21}$.	第十四	$28, 9$.	第十五	$6, \frac{1}{2}$.	第十六	$\frac{7}{4}, 1$.
第十七	$\frac{13}{3}, \frac{1}{7}$.	第十八	$p, -\frac{pq}{p+q}$.	第十九	$\frac{a+b}{a-b}, \frac{a-b}{a+b}$.		

第二十 $\frac{a^2+b^2\pm\sqrt{\{(a^2-b^2)^2+4abc^2\}}}{2ab}$.

二次雑方式箇解法一問題答

第一	$\frac{1}{2}, -\frac{5}{4}$.	第二	$\frac{13}{72}, -\frac{1}{24}$.	第三	$\frac{1}{9}, \frac{1}{27}$.	第四	$\frac{20}{49}, -\frac{50}{49}$.
第五	$\frac{275}{29}, -\frac{25}{29}$.	第六	$2, -\frac{18}{49}$.	第七	$2+\sqrt{3}, -2(2+\sqrt{3})$.	第八	$a\pm\frac{1}{a}$.

二次雑方式箇解法二問題答

第一	$8, -1$.	第二	$2, -13$.	第三	$20, -3$.	第四	$2, -23$.
第五	$76, -1$.	第六	$5, -77$.	第七	$335, -10$.		

二次方程式類式解法問題答

第一	$\pm 5, \pm 3$.	第二	$2, 3$.	第三	$3, -\sqrt[3]{(23)}$.	第四	$1, -2$.
第五	4.	第六	$8, \frac{125}{64}$.	第七	$\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{(-2)}$.	第八	$\left(\frac{3}{4}\right)^n, \left(\frac{4}{5}\right)^n$.
第九	$27, \frac{1}{27}$	第十	$2^{\frac{1}{m}}, \left(-\frac{8}{3}\right)^{\frac{1}{m}}$.	第十一	$2^n, \frac{1}{2^n}$.	第十二	4.
第十三	4.	第十四	b^2-a.	第十五	3.	第十六	$\frac{5}{9}$.
第十七	6.	第十八	9.	第十九	9.		

第二十 $\frac{1}{2}\pm\frac{1}{6}\sqrt{(41)}, \frac{1}{2}\pm\frac{1}{3}\sqrt{(11)}$. 第二十一 1. 第二十二 $4, -9$.

第二十三 $0, 2$. 第二十四 $\frac{1}{3}, -\frac{16}{3}$. 第二十五 $1, -\frac{3+\sqrt{(109)}}{2}$.

第二十六 $1, -2$. 第二十七 $\pm 1, \pm\frac{1}{9}$. 第二十八 $\pm 2, \pm\frac{1}{15}$. 第二十九 $1, 2, -2, -3$.

第三十 $1, 2, 3, 4$. 第三十一 $a(2\pm\sqrt{13}), a(2\pm\sqrt{3})$. 第三十二 $\frac{c}{2}\pm\left\{\frac{c^2}{4}+1\pm\sqrt{(1+c^2)}\right\}^{\frac{1}{2}}$.

雑問五答

第十一	$5, -16$.	第十二	$4, -1$.	第十三	$2, -3$.
第十四	$3, -5$.	第十五	$5, -\frac{7}{4}$.	第十六	$1, -28$.

第十七	$\frac{\sqrt{(mn)}}{\sqrt{m}\mp\sqrt{n}}$.	第十八	$7, -11\frac{1}{5}$.	第十九	152, 76.
第二十	3, 1.	第二十一	± 5.	第二十二	1.
第二十三	$2, -2, -8, -\frac{1}{2}$.	第二十四	4.	第二十五	4.
第二十六	$(2\pm\sqrt{2})^{\frac{1}{2}}$.	第二十七	$1, \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$.	第二十八	$\pm\frac{1}{c}$.
第二十九	$8, -9$.	第三十	5, 3.	第三十一	$243, -56\sqrt[3]{(98)}$.
第三十二	$\frac{c^2-2}{(c+2)^2}$.	第三十三	$\pm a\sqrt{5}, \pm a\sqrt{(-7)}$.	第三十四	$\frac{1}{2ac}\{2c+b\pm\sqrt{(b^2-4c^2)}\}$.
第三十五	$\pm a, -4$.	第三十六	$\pm 2a\sqrt{\frac{1}{3}}$.	第三十七	$\frac{a}{2}(1\pm\sqrt{5})$.
第三十八	$\pm a\left\{\frac{1}{\sqrt{(2b-b^2)}}\mp 1\right\}$.	第三十九	$2\left(1\pm 2\sqrt{\frac{b}{c}}\right), 0$.	第四十	$-a, \frac{a(1+c)}{(3+2c)c}$.
第四十一	$\frac{(1+n)^2}{1+2n}a$.	第四十二	$-a$,	第四十三	$\pm\sqrt{\left(\frac{n}{n-2}\right)}, \pm\sqrt{\left(\frac{n-1}{n+1}\right)}$.

第四十四 $\frac{1}{4}\left\{\sqrt{5}-1\pm\sqrt{(-10-2\sqrt{5})}\right\}, \frac{1}{4}\{-\sqrt{5}-1\pm\sqrt{(-10+2\sqrt{5})}\}$.

第四十五 $0, \{c\pm\sqrt{(c^2-1)}\}^{\frac{2m}{p-q}}$. 第四十六 $1+\sqrt{3}\pm\sqrt{(3+2\sqrt{3})}, 1-\sqrt{3}\pm\sqrt{(3-2\sqrt{3})}$.

第四十七	$0, \frac{a\{1\pm\sqrt{(-8)}\}^2}{3^2}$.	第四十八	$\frac{ab^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}$.
第四十九	$\pm b\sqrt[4]{\left\{\left(\frac{a}{b}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}}$.	第五十	$\frac{1}{4}\left\{1+a+\frac{1}{1-a}\right\}^2, 0$.
第五十一	$\frac{2}{m}\sqrt{\left\{\frac{m^2-1}{m^2-4}\right\}}$.	第五十二	$\pm\sqrt{\left\{a^2+\frac{b^2}{3}\right\}}$.
第五十三	$(\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{a})^3$.	第五十四	1, 3, 4.
第五十五	$0, \left(\frac{a\pm b}{a\mp b}\right)^{\frac{2pq}{p-q}}$.	第五十六	$\pm\sqrt{\left\{a^2+\left(\frac{b^2}{3}+\frac{2a}{3b}\right)^2\right\}}$.
第五十七	$\sqrt[n]{\left\{\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(a+\frac{1}{4}\right)}\right\}}, \sqrt[n]{(+1)}$.	第五十八	$5, 2\pm\sqrt{(+2)}$.
第五十九	$6, \pm\sqrt{(+11)}$.	第六十	$5, \frac{1}{2}\{1\pm\sqrt{(-23)}\}$.

多元二次方程式解法問題答

第一	$x=18, 12\frac{1}{2}; y=3, -2\frac{1}{2}$.	第二	$x=8, 17\frac{1}{3}; y=6, -13\frac{1}{3}$.
第三	$x=9, -14\frac{1}{12}; y=4, -6\frac{1}{4}$.	第四	$x=3, -4; y=10, 45$.

第五	$x=28,\ 12;\ y=-72,\ -8.$	第六	$x=\pm 15;\ y=\pm 6.$
第七	$x=\pm 9;\ y=\pm 5.$	第八	$x=\pm\sqrt{\frac{5}{2}};\ y=2\mp\sqrt{\frac{5}{2}}.$
第九	$x=5,\ -\frac{37}{4};\ y=3,\ -\frac{13}{2}.$	第十	$x=2,\ -\frac{1}{3};\ y=4,\ \frac{5}{3}.$
第十一	$x=2,\ 5;\ y=6,\ 3.$	第十二	$x=5,\ \frac{333}{28};\ y=9,\ \frac{185}{42}.$
第十三	$x=\pm 2;\ y=\pm 3.$	第十四	$x=\pm 4\sqrt{2},\ \mp 14;\ y=\pm 3\sqrt{2},\ \pm 10.$
第十五	$x=\pm 4,\ \pm\frac{34}{9}\sqrt{3};\ y=\pm 5,\ \mp\frac{16}{3}\sqrt{3}.$	第十六	$x=\pm 3,\ \pm\frac{8}{\sqrt{6}};\ y=\pm 1,\ \pm\frac{1}{\sqrt{6}}.$
第十七	$x=\pm 4,\ \pm 3\sqrt{3};\ y=\pm 5,\ \pm\sqrt{3}.$	第十八	$x=\pm 2,\ \pm\frac{5}{\sqrt{31}};\ y=\pm 3,\ \mp\frac{6}{\sqrt{31}}.$

第十九 $x=\pm 2,\ \pm\frac{1}{5}\sqrt{(10)};\ y=\pm\frac{1}{2},\ \mp\frac{2}{5}\sqrt{(10)}.$

第二十 $x=\pm 1,\ \pm\frac{13}{21}\sqrt{(21)};\ y=\pm 3,\ \pm\frac{2}{21}\sqrt{(21)}.$

第二十一 $x=a-b,\ 0;\ y=-b,\ -a.$

第二十二 $x=6,\ 9,\ -9\pm\sqrt{5};\ y=4,\ 1,\ -3\mp\sqrt{5}.$

第二十三 $x=\pm\sqrt{2},\ \pm\frac{1}{3}\sqrt{(-6)};\ y=\pm\frac{1}{2}\sqrt{2},\ \pm\frac{1}{6}\sqrt{(-6)}.$

第二十四	$x=\pm 7,\ \pm 4;\ y=\pm 4,\ \pm 7.$	第二十五	$x=8,\ -5;\ y=5,\ -8.$
第二十六	$x=17,\ 1;\ y=1,\ 17.$	第二十七	$x=5,\ 4;\ y=4,\ 5.$
第二十八	$x=2,\ y=2.$	第二十九	$x=8,\ 4;\ y=4,\ 8.$

第三十 $x=3,\ -2;\ y=2,\ -3.$

第三十一 $x=7,\ 1,\ 4\pm\sqrt{(-105)};\ y=1,\ 7,\ 4\mp\sqrt{(-105)}.$

第三十二 $x=2\sqrt{5}\pm 2,\ -2\sqrt{5}\pm 2;\ y=2\sqrt{5}\mp 2,\ -2\sqrt{5}\mp 2.$

第三十三	$x=5,\ y=3.$	第三十四	$x=2,\ \frac{1}{2};\ y=2,\ 16.$

第三十五 $x=\pm 2;\ y=\pm 4.$

第三十六 $\begin{cases} x=\frac{1}{2}\sqrt{(a+2b)}\pm\frac{1}{2}\sqrt{(a-2b)},\ -\frac{1}{2}\sqrt{(a+2b)}\pm\frac{1}{2}\sqrt{(a-2b)}; \\ y=\frac{1}{2}\sqrt{(a+2b)}\mp\frac{1}{2}\sqrt{(a-2b)},\ -\frac{1}{2}\sqrt{(a+2b)}\mp\frac{1}{2}\sqrt{(a-2b)}. \end{cases}$

第三十七 $x=\pm\{a\pm\sqrt{(a^2+4b^2)}\}^{\frac{1}{2}};\ y=\pm\{-a\pm\sqrt{(a^2+4b^2)}\}^{\frac{1}{2}}.$

第三十八	$x=\left(\frac{a^4}{(a+b)^2}\right)^{\frac{1}{3}};\ y=\left(\frac{b^4}{(a+b)^2}\right)^{\frac{1}{3}}.$	第三十九	$x=4,\ \left(\frac{1}{108}\right)^2;\ y=9,\ 324.$
第四十	$x=\frac{a^2}{a+b};\ y=\frac{b^2}{a+b}.$	第四十一	$x=27,\ 8;\ y=8,\ 27.$

第四十二 $x=8, 2;\ y=2, 8.$ 第四十三 $x=25;\ y=9.$

第四十四 $x=4, 1, 0;\ y=8, 8, 0.$

第四十五 $x=27, 8, -1, -216;\ y=8, 27, -216, -1.$

第四十六 $x=\pm8, \pm2\sqrt{2}, \left\{\frac{1}{2}(-7\pm\sqrt{17})\right\}^{\frac{3}{2}};\ y=32, 1024, \left\{\frac{1}{2}(-7\mp\sqrt{17})\right\}^{2}.$

第四十七 $x=9, y=4.$ 第四十八 $x=2744, 8, \frac{343}{64};\ y=9604, 4, 0.$

第四十九 $x=2, \frac{1}{4};\ y=16.$ 第五十 $x=3, 2, 1, -6;\ y=2, 3, -6, 1.$

第五十一 $x=\pm2, y=\pm2;\ x=\pm2, y=\mp2.$ 第五十二 $x=5, -2;\ y=2, -5.$ 此余略ス

第五十三 $x=\pm2, \mp3;\ y=\mp3, \pm2.$ 第五十四 $x=8, 2;\ y=2, 8.$

第五十五 $x=2, y=3.$ 此餘略ス 第五十六 $x=4, 2;\ y=2, 4.$

第五十七 $x=2, 1, 0;\ y=1, 2, 0.$ 第五十八 $x=9, 3, 0;\ y=3, 9, 0.$

第五十九 $x=4, y=2, 8.$ 第六十 $x=81, 16;\ y=16, 81.$

第六十一 $x=\frac{1}{2}, \frac{5}{22};\ y=\frac{1}{3}, \frac{15}{13};\ z=\frac{1}{4}, \frac{15}{44}.$ 第六十二 $x=3, y=5, 4;\ z=4, 5.$ 此餘略ス

第六十三 $x=\pm3;\ y=\pm2;\ z=\pm4.$

第六十四 $x=\pm\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{b}},\ y=\sqrt[4]{b},\ z=\pm\sqrt{a},\ v=\pm\sqrt{a}\sqrt[4]{b}.$

第六十五 $x=3, y=5, z=7, v=9.$ 第六十六 $x=y=v=a.$

第六十七 $x=\pm1, y=\pm3, v=\pm5.$

二次式ヲ兩乘子ニ分開スル法問題答

第一 $(x-10)(x+12).$ 第二 $(x-2)(x-7).$ 第三 $(x+3)(x+5).$

第四 $(x-15)(x-20).$ 第五 $\left(x-\frac{3}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right).$ 第六 $(3x+2)(5x+3).$

第七 $(ax-2a)(x+c).$

二次方程式ヲ造ル法問題答

第一 $x^2+9x-90=0.$ 第二 $x^2+12x-45=0.$ 第三 $x^2-25x+144=0.$

第四 $x^2-83x-84=0.$ 第五 $18x^2-9x-2=0.$ 第六 $56x^2-17x-28=0.$

第七 $8x^2-6x+1=0.$ 第八 $x^2-(2a-c)x-2ac=0.$

二次方程式應用問題答

第一 大ハ八箇 小ハ六箇 第二 七人

第三 十三箇 或ハ九箇 第四 長一百十間 幅五十間

第五 十二箇 八箇 第六 三十七箇 或ハ七十三箇

第七 $\frac{1}{2}(1\pm\sqrt{5})$箇 第八 七十五錢

第九 九箇 第十 甲四十箇 乙六十箇

第十一 四箇 二箇 第十二 三里

第十三 三十六箇 六十四箇 第十四 十五巻

第十五 三十圓
第十六 三百圓
第十七 東徒三十六里 西徒三十里
第十八 四十四箇 十六箇
第十九 葡萄利酒二圓 葡萄酒三圓
第二十 七十六里 或ハ百五十二里
第二十一 小麥三十二斗 大麥四十八斗
第二十二 二百五十二里
第二十三 五箇 三箇
第二十四 男役三十個
第二十五 三十六箇
第二十六 第一數十八箇 第二數九箇 第三數六箇
第二十七 四箇 六箇
第二十八 七箇 五箇
第二十九 十二箇 十五箇
第三十 七箇 二箇
第三十一 六箇 四箇
第三十二 二十日 三十日
第三十三 甲六百圓 乙四百圓
第三十四 第一群一百六十二頭 第二群四十頭 第三群六百零六頭 第四群三百十三頭
第三十五 三箇 五箇
第三十六 十二箇 八箇
第三十七 大分 $\frac{1}{2}\left(a+\sqrt{(a^2-4\sqrt{b})}\right)$ 箇 小分 $\frac{1}{2}\left(a-\sqrt{(a^2-4\sqrt{b})}\right)$. 箇
第三十八 大數 ab, 小數 $\frac{b}{a}$.
第三十九 正數一百二十箇即チ正數四箇五箇六箇ノ連乘積 或ハ負數一百二十箇即チ負數四箇五箇六箇ノ連乘積
第四十 十二寸
第四十一 六十二年 十六ロット 或ハ 五十ロット 四十ロット

第四十二 七分 六分
第四十三 $\frac{a}{4}(\sqrt{5}+1)$ 尺
第四十四 西圓ノ一邊 $6(1+\sqrt{2})$ 圓
第四十五 第一數正三箇 或ハ負四個 第二數正四箇 或ハ負五個 第三數正五箇 或ハ負六個
第四十六 $\sqrt{3}$,
第四十七 $\frac{3\pm\sqrt{(-3)}}{2}$, $\frac{3\mp\sqrt{(-3)}}{2}$.
第四十八 $\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$, $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$.
第四十九 $\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$, $\frac{5\pm\sqrt{5}}{4}$.
第五十 十町 十六町
第五十一 甲九日 乙十八日 丙六日
第五十二 四間二尺 六間二尺
第五十三 六十三箇
第五十四 三十里 四十里
第五十五 八寸 六寸
第五十六 $\frac{a}{2}(1+\sqrt{5})$ 寸
第五十七 三箇 一箇
第五十八 緩速貨物ヲ積スル時ハ毎時五町ヲ行キ空車ナレバ毎時十五町ヲ行ク急速貨物ヲ積スル時ハ毎時六町ヲ行キ空車ナレバ毎時十六町ヲ行ク
第五十九 一里
第六十 四府ヨリ二十五里ノ地
第六十一 一割

雜問六答

第一 $\frac{b^2-2ac}{a^2}$

第二　一式 $\frac{-b^3+3abc}{a^3}$.　二式 $\frac{b^4-4ab^2c+2a^2c^2}{a^4}$,　三式 $-\frac{b}{c}$.

四式 $\frac{b^2-2ac}{ac}$.　五式 $\frac{-b^3+3abc}{a^2c}$.　六式 $\frac{b^2-4ac}{b^2}$.

第三 $\frac{c^2(b^2-a^2)}{b^2+a^2}$.　第四 $\frac{a}{2b}(b-1)^2$　第五 $x=\pm3,\ y=\pm2$; 餘ハ略ス

第六 $x=\frac{1}{4},\ y=\frac{1}{5}$.　第七 $x=\left\{\frac{a^2+1}{4}+\frac{a^2}{a^2+1}\right\}\sqrt[3]{\left(\frac{4}{a^2+1}\right)},\ y=a\sqrt[3]{\left(\frac{4}{a^2+1}\right)}$.

第八 $x=\frac{1}{8}\left\{b^{\frac{1}{3}}+\sqrt{(2a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}})}\right\},\ y=\frac{1}{8}\left\{b^{\frac{1}{3}}-\sqrt{(2a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}})}\right\}^2$; 餘ハ略ス

第九 $x=2\pm\sqrt{3},\ y=7\pm4\sqrt{3}$; 餘ハ略ス　第十 a.

第十一 $x=-n\pm\sqrt{\left\{\frac{(a+n^2)(b+n^2)}{c+n^2}\right\}},\ y=-n\pm\sqrt{\left\{\frac{(a+n^2)(c+n^2)}{b+n^2}\right\}},\ z=-n\pm\sqrt{\left\{\frac{(c+n^2)(b+n^2)}{a+n^2}\right\}}$.

第十二 $x=y=\sqrt[3]{(m+n)}$; $x=y=0$; $x=\sqrt[3]{\left\{m+\frac{n}{2}\left(a\mp\sqrt{a^2-4}\right)\right\}}$,

$y=\sqrt[3]{\left\{m+\frac{n}{2}(a\pm\sqrt{(a^2-4)})\right\}}$,　但シ $a=\frac{-(m+)n\pm\sqrt{(m^2-2mn+5n^2)}}{2n}$.

第十三 $x=\pm\sqrt{\left\{\frac{(a+b-c)(a+c-b)}{2(b+c-a)}\right\}},\ y=\pm\sqrt{\left\{\frac{(a+b-c)(b+c-a)}{2(a+c-b)}\right\}}$,

$z=\pm\sqrt{\left\{\frac{(b+c-a)(a+c-b)}{2(a+b-c)}\right\}}$.

第十四 $x=-\frac{b}{2a}$.　第十五 $x=-\frac{b}{2a}$

本卷諸法雜問答

第一 $7x-2y-6z$.　第二 ax^4+bx^2+c.　第三 $x-a$.

第四 $\frac{6}{x^2-1}$.　第五 $a^2+a-\frac{1}{2}$.

第六 四十九分五秒十一分秒之五　第七 各五十日

第八 $2x-3y+z$　第十 $\frac{x^4}{x^2+y^2}$.　第十一 $x=\frac{ac}{b}$.

第十二 $x=2$.　第十三 $x=\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\cdot c,\ y=\frac{a^2+b^2}{2ab}\cdot c$.

第十四 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$.　第十五 $x=1,\ y=4,\ z=27$.　第十六 $x=1,\ y=2,\ z=3$.

第十七 $3x^2-53x+34=0$.　第十八 $a=3,\ b=-1,\ c=-2$.　第二十一 2.

第二十二 60.　第二十三 1.　第二十四 $\frac{a-b}{3}$.

第二十五 $1.$ 第二十六 $1.$ 第二十七 二倍

第二十九 $-2.\ 1$ 第三十 $\sqrt{(a-b)}+\sqrt{(b-c)}$. 第三十一 $1,\ 3.$

第三十二 $4(ax+by+cz)$. 第三十四 三十分 第三十五 十二

第三十六 $0,\ \pm\sqrt{(ab)}$. 第三十七 $\frac{(x^2-a^2)^3}{a^2x^2}$. 第三十八 $x=a,\ y=b.$

第四十 $\frac{a-x}{4ax}$. 第四十一 $\frac{4ax}{a-x}$.

第四十二 $x=2,\ 7,\ \frac{1}{2}\left\{9\pm\sqrt{(-15)}\right\}$. 第四十三 $x=a-\frac{1}{a}$ 餘ハ略ス

第四十八 $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{\frac{c+p}{r-p}}$. 第四十九 四里八分里之七

第五十 $2x^3-x^2-3.$ 第五十一 $x=b.$

第五十二 $x-5.$ 第五十五 $\frac{a}{b}$.

第五十六 $x=y=z=a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc.$ 第五十七 $\sqrt{(-1)}$.

第五十八 $-\sqrt{(-1)}$. 第五十九 $\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n+1}$.

第六十 $\frac{pb}{a}\left\{1+\frac{m+n}{n-p}\cdot\frac{a}{m}\right\}$. 第六十二 $(ac'-a'c)^2=(ab'-a'b)(bc'-b'c)$.

第六十三 $a(b'c''-b''c')+a'(b''c-bc'')+a''(bc'-b'c)=0.$

第六十四 $a^3+pa^2+qa+r=0.$ 第六十五 $\frac{a-a'}{a'-a''}=\frac{b-b'}{b'-b''}=\frac{c-c'}{c'-c''}$.

第六十六 $\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}+c^{\frac{1}{3}}\right)^3 d^2.$ 第六十七 $x^{\frac{mn}{n+n'}}+y^{\frac{mn}{n'+n}}+z^{\frac{mn}{n+n'}}=d^{\frac{mn}{n+n'}}$.

第六十八 三尺 第六十九 $x=\frac{a^2+b^2}{a+b}$.

第七十三 $x=a,\ y=b,\ z=c.$

第七十四 距離十六里 初メ甲ハ毎時四里ヲ行キ乙ハ毎時三里$\frac{4}{5}$ヲ行ク

第七十五 $\frac{e}{p}\left\{\frac{m-p}{m-n}\cdot\frac{nc}{d}-\frac{n-p}{m-n}\cdot\frac{ma}{b}\right\}$. 第七十九 $x=-3a.$

第八十三 $-\frac{2q}{p}$. 第八十四 恒式

第八十六 $x=\sqrt{\left\{\frac{1}{2}\left(\sqrt{(a^2+b^2)}+a\right)\right\}},\ y=\sqrt{\left\{\frac{1}{2}\left(\sqrt{(a^2+b^2)}-a\right)\right\}}$.

第九十 $1=\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)^{\frac{2}{3}}-\left(\frac{c}{a}-\frac{a}{c}\right)^{\frac{2}{3}}$. 第九十二 $x=-\frac{c^2}{a}$.

第九十三 $2v=\pm\sqrt{(a+b+c)}\pm\sqrt{(2a)}\pm\sqrt{(2b)}\pm\sqrt{(2c)}$.

第九十四 $a+b+c=0.$ 第九十五 $a^2+b^2+c^2-abc=4.$

第九十六 $a^3+b^3+c^3+abc=0.$ 第九十七 $x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=z^{\frac{1}{2}}$.

第九十八 $5(a^2-b^2)(2a^2+b^2)=9a(a^3-c^3)$. 第九十九 $ab=1+c.$

代數教科書卷一答終

明治十五年一月十九日 版權免許
同 十六年一月三十一日 再版
同 十六年八月八日 三版
同 十七年五月八日 四版
同 十八年一月二十九日 改正五版

定價金壹圓七十錢

抄譯人 東京府士族 田中矢德
東京神田區五軒町二十番地

出版人 東京府士族 近藤眞琴
東京芝區新錢座町十番地

發兌書肆
東京日本橋區通三丁目十四番地 丸屋善七
同 同 兩國吉川町六番地 島屋一介
同 麴町區麴町三丁目十九番地 文海堂
同 芝區神明前 和泉屋市兵衛
同 同 柴井町十六番地 土屋忠兵衛
同 同 露月町二十三番地 米倉屋順三郎
同 同 宮本町二十九番地 共益商社

印刷所 共益商社

東京銀座二丁目 中近堂
山梨縣甲府常盤町 內藤傳右衛門
陸前仙臺國分町 菅原屋安兵衛
羽前山形十日市 荒井太四郎
薩州鹿兒島仲町 吉田源太郎
西京錦小路上ル町 菱屋孫兵衛
豐前中津 野依暦三
筑前福岡 林斧助
尾州名古屋本町九丁目 永樂屋東四郎
大坂東區北久寶寺町四丁目角 三木佐助
同 備後町四丁目 梅原龜七
靜岡江川町 本屋市藏

諸國書肆

攻玉社出板書目錄

初學 筭術教科書　近藤眞琴閲　澤田晴高纂　田中矢德校　西洋綴全三冊　定價合本金八十錢　分本第一金四十錢　第二金四十錢　明治十七年十二月出板　近刻

同 解式　田中矢德閲　和田俊瑞　小畑蘭解　西洋綴全三冊　定價金二圓　近刻

筭術教科書　近藤眞琴閲　田中矢德纂　澤田晴高校　西洋綴全壹冊　定價金二圓五十錢　分本上金壹圓二十五錢　下金壹圓二十五錢　明治十七年八月再板

同 解式　田中矢德閲　飯田眞三解　西洋綴全壹冊　定價上金二圓五十錢　下金壹圓二十五錢　分本　明治十八年十二月出板　近刻　近刻

代數教科書　近藤眞琴閲　田中矢德纂　鈴木長利校　西洋綴全二冊　定價第一金一圓七十錢　定價第二金壹圓三十錢　明治十八年一月五版改正

同 解式　近藤眞琴閲　田中矢德　鈴木長利解　西洋綴全二冊　定價合本金三圓　定價第一金壹圓七十錢　定價第二金壹圓三十錢　明治十八年一月五版改正

代數學題林　井口榮治編　西洋綴全壹冊　近刻

原書トードホンテル氏小 平三角數教科書　近藤眞琴閲　田中矢德纂　鈴木長利校　西洋綴全壹冊　定價金壹圓五十錢　明治十六年二月出板

同 解式　田中矢德閲　鈴木長利譯　西洋綴 全壹册　定價金壹圓五十錢　明治十七年十一月出板

六線對數表　近藤眞琴閲　田中矢德　鈴木長利編　西洋綴 全壹册　定價金壹圓五十錢　明治十六年六月出板

初學 幾何數科書　近藤眞琴閲　松山亨太郎編　西洋綴 全壹册　定價金三十五錢　明治十七年十二月出板

幾何數科書　近藤眞琴閲　田中矢德　鈴木長利編　西洋綴 全二册　第一平面之部　定價金壹圓五十錢　明治十六年十月再板　第二立體之部　定價金八十錢　明治十七年二月出板　外ニ商條之部　定價金七十錢　近刻

同 解式　田中矢德閲　鈴木長利　飯田鉄三解　西洋綴 全二册　定價第一 金壹圓五十錢　明治十六年十一月出板　定價第二 金壹圓五十錢　近刻

珠算數科書　田中矢德閲　竹貫登代多編　全三册　近刻

航海表　合田遠　山內萬壽治　田中矢德　近藤雷　鈴木長利編　西洋綴 全壹册　定價金貳圓五十錢　明治十七年八月出板

小學習字本 日本國名盡　関守節書　二册　定價金十二錢　明治十一年十二月四日出板

同 萬葉假名　同斷　壹册　定價金十二錢　明治十二年十二月四日出板

クワツケンボス氏小 合衆國史直譯　藤田潜譯　小本 全三册　定價第一二 金二十五錢　定價第三 金三十錢　明治十七年三月廿五日出板

同 合衆國史飜刻　西洋綴 全壹册　實價金五十五錢　明治十六年八月出板

銅鐫 朝鮮全圖　近藤眞琴著　全壹舖　定價金三十錢　明治十六年三月出板