

校 友 會 誌

第 參 拾 貳 號

大 正 十 二 年 二 月

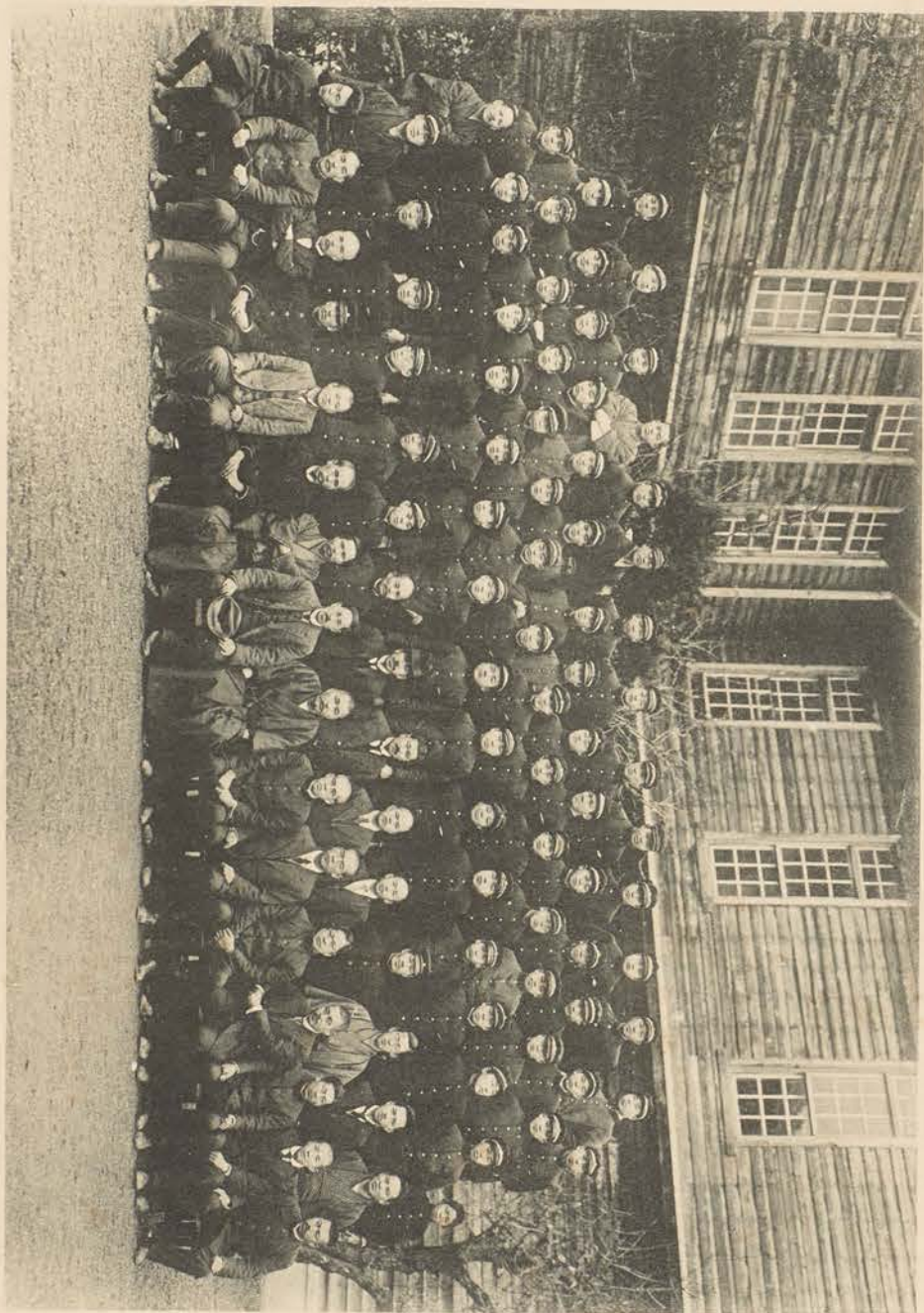
滋 賀 縣 立 彥 根 中 學 校

目次

口 繪

大正十一年度卒業生(第三十五回)
野球部優勝選手 庭球部優勝選手

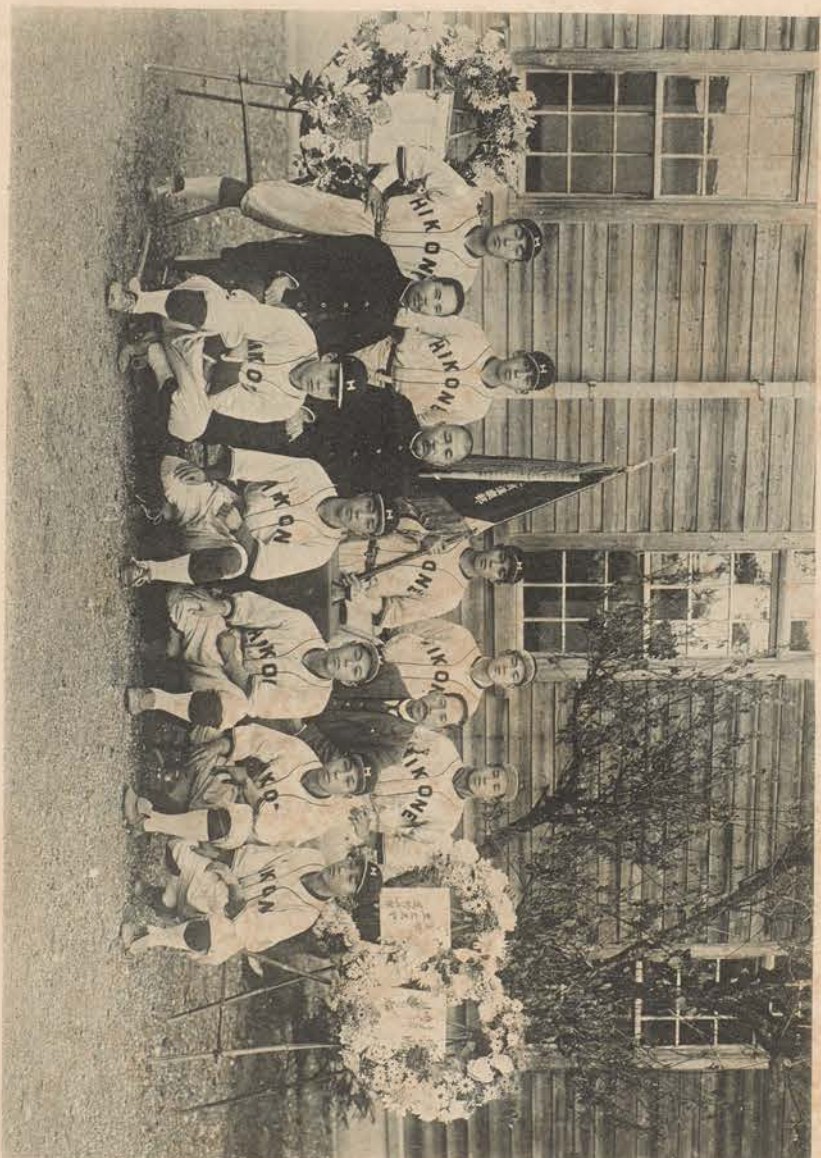
論 說	一
詞 藻	五五
散 文	五五
韻 文	七九
本校記事	九五
雜 纂	一六
本會記事	一三
學 藝 部	一三
武 術 部	一四〇
野 球 部	一五四
庭 球 部	一七二
端 艇 部	一七六
會計報告	一九五
通 信	一九七
編輯を終へて	二四



生 業 卒 回 五 十 三 第



滋賀縣中學校庭球選手紀念影



大正十一年卒業生野球部優勝選手

彦根中學校校友會誌

第參拾貳號



論 說

相對性原理に就いて

緒 言

特別會員 茂木清之助

相對性原理は、運動の相對性を徹底せしめんとする一種の力學である、否さうした力學の根本原理を述ぶるものである。而して此の原理に基づく力學的事項の研究は、物理學や數學を専攻する者に取つて、極めて興味あり且つ必要なる仕事であるけれども、數學の武器を持たない一般人士に對しては、却つて苦痛と倦怠とを與ふるのみである。何となれば是等の人々は、其の武器に由つて思索上の勞力を軽減すべき便宜を缺くからである。私は思ふ、一般人士が相對性原理に就いて學ぶべき必要ある部分は、寧ろ其の思想であり、認識論的意義である。此の原理が智的思想界に於ける偉大なる驚異として迎へらるゝ所以を洞察する事である。漫然力學的事項を細説する如きは、本誌の目的に沿はない事と信ずる。

論 說

光や熱、磁氣及び電氣の媒質として考へられたもので、全宇宙間に充満し、局所的な波動や歪は起つて

論 說

依て本稿に於ては主として此の立場から解説する事とした。拙文一篇、相対性原理の何者たるかに就いて多少の得る所があつたとしたならば、それは不肖が望外の幸福とする所である。

附言 相対性原理と相対性理論との二語は、學術的に多少其の意義を異にして居るけれども、本稿に於ては通俗を旨として其區別を付けず、單に相対性原理として一貫した。看者之れを諒せられん事を望む。

第一章 相対性原理の基礎

運動の相対性 地上に佇立して居る人からは、汽車の速度が可なり速いと見える時でも、其れに等しいか又は其れに近い速度で走つて居る自働車からは、汽車が全く静止して居るか或は遅々として一向進まない様に見える。更に高速度を有する飛行機上から見れば、汽車は却つて逆行して居ることも観測されるのである。斯の如く、物體の静止とか運動とか云ふ事は、基準とする他の物體の如何により色々に判斷されるもので、單獨に決定し得べきものではない。是れを運動の相対性と云ふのである。

右の場合に於て、若しも自働車や飛行機上からの判斷は、自己の運動を忘れた見懸け上のものに過ぎないと云ふならば、其れと同じ意味に於て、地上の人の判斷も亦見懸け上のものであると云はねばならない。何となれば其の人は自己が地球と共に運動して居る事を忘れて居るからである。地球は太陽に對して公轉し且つ日々自轉して居る。太陽は太陽系全體と共に他の恒星に對して運動して居る。恒星には横の運動が見えないものでも視線上の運動を觀測されるものがある。斯くして吾人は其の盡くる所を知らないのである。茲に於てか絶対の静止、絶対の運動とか云ふ様なものを考へる事の、如何に至難であるかと分る事と思ふ。

吾人は自己の絶対の運動と云ふものを知らない。各觀測者は何れも自己に對して他の運動を決定す

る。汽車の擦れ違ひには銘々先方の汽車が動いて居るものと考へて居る。人の頭の上の蠅は追つても自分の頭の上の蠅を追ふ事は氣が付かない、斯くして如何なる觀測者も自己の絶対の速度を決定し得ないと云ふ事が運動の相対性の極致であるのである。

相対性原理 音の波及、光熱の輻射等は何れも一種の波動である。電流は電子の移動、磁氣は電子の公轉的運動である。化學作用の如きも亦原子間に於ける電子の轉換として解釋される。是れに由て觀れば、一般自然現象は悉く或種の運動として解釋し得る様である。然るに運動は相対性を有し、觀測者の立場の如何によりて其の判斷を異にするものとせば、是等の自然現象も亦相対性を有するものではあるまいか。運動と密接不離の關係を有する時間、空間、速度、加速度、慣性、力、質量、運動量、及びエネルギー等の如き自然科學的概念も亦相対性を有するものでは無からうか。斯うした疑問に答へ得るものは即ち相対性原理である。何となれば相対性原理は一般自然科學的概念の相対性を論ずるものだからである。

ニウトン力學の基礎 羅馬は一日にして成らない。相対性原理の今日ある所以は、實に幾多物理學界の英傑が、自然征服戦に於ける惡戰苦闘の賜である。依て吾人は先づ其の戰跡を弔ふ必要を認める。

從來の自然科學界に於ける絶対權威者はニウトン力學であつた。總ての自然現象は此の力學の法則に由つて説明されて來たのである。ニウトン力學は其の根本に於て空間及び時間の絶対性を假定するものであつた。時間及び空間の判斷は絶対唯一のものであり、總ての静止及び運動は其の絶対的な空間に對してのみ意義が有り、相対的の運動は單に見懸け上のものに過ぎないと考へるのであつた。此の點に於てニウトン力學は、アインシュタインの相対性原理と全く反對の立場に立つて居るのである。

ニウトン力學が絶対唯一の空間として其れに擬して居つたものはエーテルであつた。エーテルとは、光や熱、磁氣及び電氣の媒質として考へられたもので、全宇宙間に充滿し、局部的な波動や歪は起つて

依て本稿に於ては主として此の立場から解説する事とした。拙文一篇、相對性原理の何者たるかに就いても、全體として其の位置を變化しないものと見做されて來たものである。然るに絕對空間に關する各方面の研究の結果は、計らずもエーテルの性質の上に或る矛盾を發見する事となつてニュートン力學は茲に偉大なる打撃を受けたのである。

エーテルの矛盾 降雨中を疾走する者は、必ず傘を前方に傾ける。是れは雨を傘に受ける爲めである事は三尺の童子でも心得て居る所である。然らば空間を疾走して居る地球上に於て、星から來る光の雨を望遠鏡のレンズに受けるには、矢張り之れを前方に傾ける必要が無いであらうか。實測の結果は正に豫想の通りである。望遠鏡で觀測した儘の星の方向は、星の眞の位置よりも少しく傾いて居るのである。これを光行差の現象と名付ける。此の現象は地球がエーテルの海洋中を疾走して居る事を如實に告ぐるものに外ならない。フキゾーは更に地球上に於ける光に就いて他の實驗を試み、同様に地球がエーテルに對して運動して居る事を證した。是等の結果はニュートン力學に於ける絕對空間の眞實性を證するものとして從來一般に承認されて來たのであつた、然るに最近に於てマイケルソン及びモーレーの實驗は地球がエーテルに對して運動して居らぬと云ふ驚くべき結果を齎したのである。大きいと小さいとの中間は等しいと云ふ事である。動いて居ると動いて居らぬとの中間は矛盾其の者であらねばならない。エーテルの矛盾は其他尙電磁氣の上にも力學上にも現れて居るのである。第二章長さの相對性參照)

ローレンツの假定 ローレンツは運動體收縮説と云ふ假定を設けて、ニュートン力學の立場から、マイケルソン及びモーレーの實驗の結果に對して説明を試みた。今之を略敘すれば、地球は何處までもエーテルに對して運動して居る。併しながら地球は運動に由つて其の長さを短縮するから、エーテルに對する位置の變化が縮少して、恰もエーテルに對して運動しなかつたかの觀を呈したのである。而して此の際其の短縮を測るべき尺度も亦短縮するが故に、地球の長さの短縮した事は、測定の上には現れないで遂にマイケルソン及びモーレーの實驗が示す様な形となつたのである云々。此の説明は一應尤らしく聞

ゆる點もあり、又之れに由て啓發せらるゝ點もあるけれども、要するに一時の繃縫策に過ぎない。決して恒久的な意義を見出し得ないものである。

アインシュタインの主張 ニュートン力學の嚴肅なる所以は、其の論理的構成の完備と云ふ點であつて、其の間に何等の缺陷を見出し得ない事である。是れを以てアインシュタインはエーテルの矛盾を惹起した原因が、ニュートン力學の根本の假定の上に存するものでは有るまいかと考へた。即ち該力學に於ては、物體の運動を判定すべき二要素たる時間及び空間が、何等經驗的基礎を有せず、單に概念的に得られたものであるにも拘らず、之れに對して絕對性を附與したからであると解したのである。依て彼等はエーテルの矛盾を除き去るべき方法として、時間及び空間の考へ方をば、吾人の經驗と一致する様に考へ直す必要を認めた。而して經驗の最も精練されたものは自然法則であるが故に、彼等は遂に、時間及び空間の判斷は自然現象の法則に基づいて決定すべきものであると云ふ一種の哲理に到着したのである。相對性原理が思想界に起した大きな渦卷の一つは是である。併しながら、此の問題は便宜のため末章に於て論ずる。

マックスウェルの電磁光説 アインシュタインが時間及び空間を判斷すべき經驗的資料として選んだ自然法則は此の電磁光説である。電氣力や磁氣力は波動をなして空間に傳り、光も亦此の電磁氣波の一種であつて、眞空中に於ては共に不變の速度を有すと云ふ結論がそれである。此の法則は理論物理學及び實驗物理學の上から求められたものであつて、吾人はどうしても之れを承認せざるを得ないものである。故に眞空中に於て光速が不變とならないならば、此の電磁光説が成立たないと云ふ事になり、吾人の經驗と矛盾する。依て此の學説を保持し得る様に、換言すれば眞空中に於ける光速が不變となる様に時間及び空間を決定せなければならぬと云ふのである。眞空中に於ける光の速度は、(1)、光源の速度に無關係で、(2)、如何なる觀測者に對しても常に不變の値を有す。これが相對性原理に於ける時間及び

依て本稿に於ては主として此の立場から解説する事とした。拙文一篇、相對生京里の可きこと、これ、

空間の測定に關する原則であつて、光速度不變の原理と呼んで居る。

光速度不變の原理解説(其の一) 本節に於ては、真空中に於ける光の速度は、光源の速度に無關係である云ふ敘述を解説する。

静水に浮んで居る一羽の家鴨が、突然足を蹴つて水面に波紋を起すや、波は其の點を中心として四方に一樣に擴がり、家鴨が他の場所に遊び去つた後までも、波の中心は其の位置を變へない。これ波の進行速度が波源の運動に無關係なる事を示すもので、波動の特性である。之れに反して自動車の上から投出された石塊の速度は、自動車が行進する方向に投出されたとき最大で、後方に投げたとき最小である。斯の如く抛射體の速度は、其の物體の有する初速度に關係するもので、これが波動の場合と違つた重要な性質である。然るに二重星：通常二つの星が共通重心の周りを廻轉しつゝ、あるもの……の觀測の結果によれば、其の一方の星の運動の方向が地球に向ひ、他の星の運動の方向が之れに反する時でも、其の二つの星から地球に達する光の速度は、光源をなす夫等の星の運動に關係なく、兩方とも全く等しいのである。是れに由て觀れば、光は光素と云ふ様な微粒子が發光體から抛射される爲めに傳播するのではなくして一種の波動であると云ふ事が知られるのである。然らば則ち光速度が光源の速度に無關係である云ふ事は、畢竟光が波動に由つて傳播すると云ふ事を意味するものに過ぎない。而してこの波動をなす媒質が從來のエーテルなのであつた。

光速度不變の原理解説(其の二) 光速度不變の原理は、通常略して(2)の部分のみの意味に用ひられる場合が多い。是れ真空中に於ける光の速度は、如何なる觀測者に對しても常に不變の値を有すと云ふ部分が、此の原理の焦點となるからである。依て本節に於ても光速度不變の原理と云ふ言葉を此の意味に用ふる。

光速度不變の原理を一般に成立たせる爲には、其所に二つの大きな難關がある。第一はエーテルに對

する障礙、第二は運動の相對性との矛盾である。即ち絕對空間としてのエーテルが存在するときは、光はエーテルに對して毎秒3億米の速度を有するから、若し或る觀測者がエーテルに對して毎秒1億米の速度で光と同方向に進行するならば、其の觀測者に對する光の速度は毎秒2億米となり、觀測者のエーテルに對する速度の如何によりて、各異つた光速度の値を得るからである。エーテルは斯くの如く光速度不變の原理を成立せしめない。エーテルは又ニュートン力學に於ても矛盾を來して居る。依てアインスタインは光速度不變の原理を成立せしむるために、先づエーテルの存在を否定してしまつた。此の結果として光速度の意義が變つて來た。即ち光速度とは光のエーテルに對する速度では無くなつて、光の觀測者に對する速度と云ふ意味になつたのである。又光の媒質もエーテルでは無くなつて、真空夫自身が光波を傳播せしむる物理的空間であると云ふ事になつた。

エーテルの抹殺は、一面から見れば絕對空間の否定であり、徹底的な運動の相對性のは認である。然るに光速度不變の原理は運動の相對性とも相容れない。何となれば運動の相對性は、觀測者の立場の如何によりて、光速度の觀測値を異にするからである。茲に於てアインスタインは、獨創的な時間空間の測定法に由つて見事に此の難關をも突破してしまつた。真空中に於ける光の速度が、如何なる觀測者に取つても、常に同一の値として觀測される様に時間及び空間を決定すると云ふ事が即ちそれである。今之を解説するために、前と同一形式の問題を取つて考へて見る。

甲なる觀測者に對して、光が毎秒3億米の速度を有し、乙なる觀測者が、光と同方向に、甲に對して毎秒1億米の速度で進行するときは、乙に對する光の速度はいくらか。此の問題に對するニュートン力學派の解答は次ぎの如きものである。

A、静止せる甲に對して光は毎秒3億米の速度を持つて居る。

B、静止せる甲に對して乙は毎秒1億米の速度を持つて居る。

依て本稿に於ては主として此の立場から解説する事とする。以上一書、目下は「光の速度」の事である。

論 說

八

C、故に運動せる乙に對する光の速度は、毎秒2億米でなければならぬ。

併しながら相對性原理に於ては、此の解答を正しいと見ないのである。何となればAの場合は静止せる甲に對する光の速度であつて、Bの場合には運動せる乙に對する光の速度である。静止せる場合と運動せる場合とでは境遇が違つて居る。境遇の違つて居る觀測者に對して、時間や長さを絕對なものとして當て嵌めたから、それに由つて光速度が一定とならないのである。故に觀測者の速度に應じて、適當に時間や長さの單位を伸縮する事としたならば、如何なる觀測者に由ても光速度が毎秒3億米と云ふ様な數で表し得る事となつて、光速度不變の原理を成立せしめ得ると云ふのである。斯うした時間や長さの測り方は第二章に於て論ずる。

右の測り方は一見突飛な方法の様に思へるけれども、少しく注意して考へれば却つて此の方法が正しいと云ふ事を了解する事が出来るのである。例へば醫者が甲乙兩人の體格検査をなすに當り、甲は身長五尺四寸體重十六貫、乙は身長四尺體重六貫であつたときに、これだけを考へたのみで直ちに甲は強健乙は薄弱であると判定する譯には行かない。たとへ病的な他の障害が無いにしても、必ず甲が三十歳の壯年男子であり、乙は十歳の少女であると云ふ様な兩者の立場の相違を考へた上で、各異つた標準の下に甲も乙も共に強健であると斷ずる如きがそれである。尙次ぎの假想實驗に基づいて、更に別方面から光速度の意義を考へて見たいと思ふ。

ルーメン實驗 茲にAなる原因に由てBなる結果が起つた一つの自然現象があつたとする。然らばAから出た光Aは眞先に空間に擴がり、續いてBから出た光Bが其の後から擴がつて行く。ルーメン(羅旬語の光の義)は光速度よりも尙大なる速度を持つた假想旅行者である。今彼れが絶大なる歩度を以て、其のA及びBなる二つの光を追跡するものとしたならば、彼れが第一に追付くものは、後から出たBの光である。尙前進を續けた後、初めてAの光に追付く事となるのである。依つて彼は斯う判斷する。

自分はBを先に見て然る後Aを見たからBは原因でAは結果でなければならぬ。此の際彼は恰も活動寫眞のフィルムを反對に繰出しながら映寫したと同一様に自然現象を見た譯である。自然現象の觀察が、光速度に依頼して行はるゝ場合に於て、吾人が光速度以上の速度を假定すれば、常に斯うした現象の逆出を生ずるのである。原因と結果との轉倒が考へられるのである。故に自然科学が、自然現象の原因と結果とに對して、一義的な關係を要求する限り、光速度以上の速度を思惟する事は出来ない筈である。光速度は總べての場合を通じて、最大速度であらねばならない。否光速度が最大速度となる様に自然科學的概念を構成する事が絶対に必要なのである。

ルーメンはAの光に追付いた時、歩度を極めて光速度と等しくして見た。然るに彼の目には絶えずAの光のみが映じて、現象は全く静止固定し、時の推移を経験する事が出来なくなつてしまつた。彼の目には時計の分銅が一方に傾いた儘に見えて居る。吾人の一瞬時間は彼の無限大の時間である。吾人の一瞬時の經驗は彼の生涯の經驗となるのである。故に吾人が自然現象を觀測し得るためには、現象と吾人との相對速度が、光速度に等しくてもいけない。必ず光速度より小でなければならぬのである。

ルーメンは自己の速度が光速度に等しいときの死の世界に倦怠を覺えて、其の速度が少しく遅くなつて來た。これが爲に彼はAに遅れてBの光に追付かれた。此の場合に於ては最早現象の逆出は起らない。自然現象は吾人の見て居る通りに秩序正しく行はれた。併しながら彼は時計の秒振子の分銅が、一回往復する事を見終るまでに、吾人の數百年に相當する時間を要したのである。何となればルーメンの速度と光速度との差は、極めて微小であつた爲に後から出た光が容易に彼の目に達し得なかつたからである。

ルーメンの速度が次第に小となるに従ひ、時計の秒振子の運動は、漸々速く見えて來た。而して彼の速度が遂に吾人と同一状態となつたときに、時計の秒振子の運動は、丁度吾人の見るが如く、毎秒一回

依て本稿に於ては主として此の立場から解説する事とし、この書に二巻、目録に五巻の目録を

づゝ往復する事に爲つたのである。

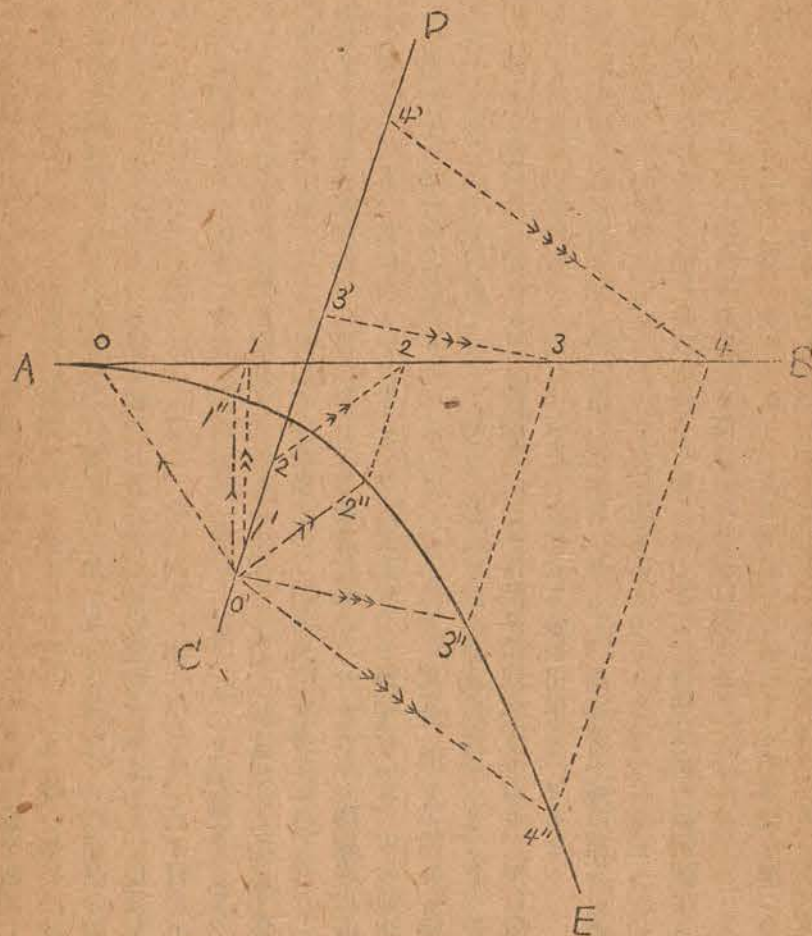
是等の事項は、観測者と其の對象との相対速度が變化するに従つて、時間の判斷も亦變つて來る事を表すもので、其の相対速度が大きいときは、丁度活動寫眞のフィルムを徐々に繰出しながら映寫した場合と同じく、一事件に對する時間の推移が非常に遅くなり、相対速度が小さい時は、時間の推移が早くなる事を示して居るのである。故に光の傳達即ち吾人の視覺に訴へて現象を観測する場合に於ける時間と云ふものは、観測者に對する其の對象の相対速度に關して定まるので、絶對的な時間と云ふ様なものは吾人に取つて全く無意義である。時間は其の体系の空間的位置に關してのみ意味があり、空間を離れて時間を思惟する事は不可能である。時間空間の融合、又は時空概念と云ふ様な事は、畢竟斯うした關係を云ふのである。吾人が光速不變の原理を成立せしめる爲に、観測者の運動狀態の如何に由つて、時間及び長さの判斷の仕方を區別せんとした事も、此所に其の意義を見出す事が出来るのである。

第二章 特殊相対性原理

慣性の法則 ニュートン力学は、其の劈頭に於て慣性の法則を規定し、總べての物体は、何等の原因無しには静止若しくは一直線に等速運動をなす現状を保持するものであると斷つて居る。然るに相対性原理に於ては、絶對空間の存在を認めない。各観測者は何れも自己の獨立した立場を持つて居るから、例へば地球上の観測者に由つて等速直線運動と観測される現象でも、太陽上の観測者には曲線運動として観測される如く、一般に甲なる観測者に對する慣性の法則は、必ずしも乙なる観測者に對して慣性の法則ではないのである。従つて相対性原理の下に於ては、慣性も亦相対性を有するものである。是等の關係は、相対性原理の全体に涉つて極めて重要なものなるが故に、更らに圖解を試みて置く。

今甲なる観測者が、或る現象をば、第壹圖に於けるAB直線上の等速運動として観測したものとする

第 壹 圖



る。而して乙なる観測者が、CD直線上に等加速度運動をしながら、其の運動を観測したならば、AB直線上の等速運動は、乙に由つて如何様に観測される事となるだらうか。時の初めに於て、物体はAB直線上のO點に在り観測者乙はCD直線上のO'點に居つたとする。然るときは運動の相對性により、乙は常にO'に居るものとしてAB上の運動を観測（吾人が地球の運動を知らずに現象を観測すると同じく）するが故に、若干時の後乙が例へば3'に達し、物体が3に來た事をば、乙は自身がO'に在り、物体が3'にあるものと判断する。同様に1は1'、2は2'、4は4'に在るものと判断するから、乙はAB直線上の等速運動をば、OFなる曲線運動と観測するのである。若し乙がCD直線上を等速運動をなすならば、OFは直線等速運動となる事を容易に見出す事が出来る。讀者自ら作圖を試みられたし。以上を畧言すれば、甲が観測する直線等速運動は、甲に對して等速度運動をなせる丙なる観測者に由つて、他の直線等速運動として観測される。然れども甲に對して加速度を有する観測者乙は、甲の観測する直線等速運動をば、一般に曲線不等速運動と観測するのである。吾人は或る現象に對して惰性の法則を認め得る立場にある観測者を、惰性系の観測者と呼んで居る。然らば則ち前述の關係に基づき、甲が惰性系の観測者ならば、甲に對して等速度運動をなせる観測者丙も亦惰性系の観測者であり、甲に對して加速度を有する観測者乙は、惰性系の観測者たり得ない者である云ふ事が出来るのである。

特殊相對原理 特殊相對性原理は、惰性系の観測者に對して、光速度不變の原理を適用したときに、一般自然科學的概念が、相對性を有するや否やを研究するものである。平たく云へば、力の作用なき空間に於て、光速度が不變となる様に時間や長さを測つたときに、自然法則が如何様なる形で表されるかを研究するものである。今其の直接必要な部分のみを左に掲げる。

時刻の相對性 今地球上の二點A及びBより、其中點Oに向けて光の信號を送つたとし、且つO點に居る観測者甲が其の信號を同時に受取つたとする。然るときは甲はAOとBOとが等長であると云ふ

事から考へて、A及びBに於ける發信は同時刻に於て行はれたと判断する。（以下太陽と地球との相對運動を等速度運動と假定す）

併しながら太陽上にある観測者乙の判断は之れと異なるのである。何となれば光がA及びBを離れてOに達する迄には、地球の運動によりOは例へば第二圖のO'に達するから、甲は其の信號をO'に於て同時に受取つたのであると乙は判断する。従つて光の進路は一方はAO'他はBO'で、AO'はBO'より長いから、Aに於ける發信時刻は、Bの發信時刻より早い筈である。斯くの如く同時刻の判断と云ふものは、観測者の立場に由つて異なるのである。是れを同時刻の相對性と名付ける。

時間の相對性 同時刻の判断が観測者の立場に由つて違ふならば、二時刻の間の時の長さ即ち時間の判断も亦従つて異なる譯である。第三圖に於て地球の運動方向OBと直角にOAの方向に光を送り、Aに鏡を置いて再びこれをOに反射させたとする。然る時は地球の運動を知らない地上の観測者甲は、光がOAの間を往復したものと考へて其れに要した時間を決定する。

太陽上の観測者乙は斯う判断する。光がOからAに達する間に、AはA'の方に移動し、A'に於て反射されたる光が出發點に歸るまでには、OはO'の位置に在るから、光の實際の通路はOA'とA'O'との和である。故に光がOA'O'を通過するに要する時間が、光の往復に要した時間である。而してOA'はOAより長いから、乙の判断する時間は、甲の判断する時間よりも大きい譯である。是れを時間の相對性と云ふのである。

今光がOAを歩むに要する時間を t 、OA'を歩むに要する時間を t' 、光速度を c 、地球の速度を v とせば、 t と t' との關係は、ピタゴラスの定理から容易に求むる事が出来る。

$$OA' = ct \quad AA' = vt \quad OA = ct_0 \quad LA = LB$$

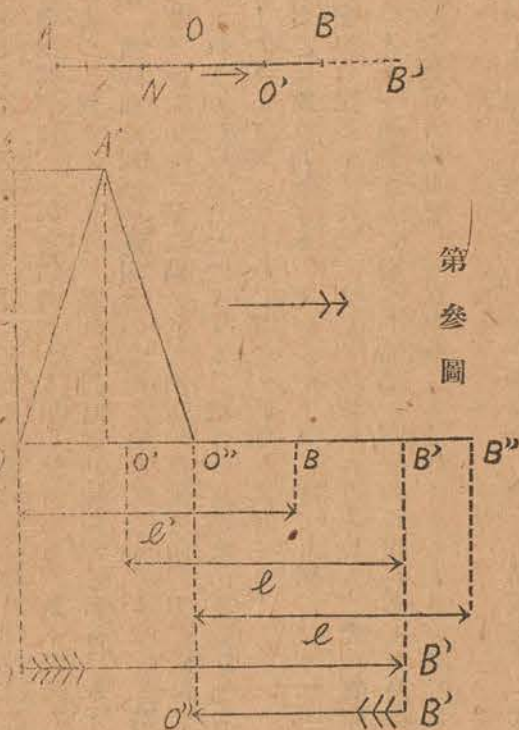
$$\therefore c^2 t'^2 - v^2 t'^2 = c^2 t_0^2 \quad t'^2 (c^2 - v^2) = c^2 t_0^2$$

論 說

一四

$$\therefore t = \frac{l_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = l_0 \times \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

第 貳 圖



第 參 圖

式の中に乘じたる因數は、ローレンツ變換係數又は相對率と稱するものである。相對率は一般に1より大なる數であつて、速度が増す程大きくなる事は、式の上から直ちに知る事が出来る。今甲の觀測した時間 t を靜的時間、乙の觀測した t を動的時間と名付ければ、前式は次ぎの如く言明する事が出来るのである。

來るのである。

動的時間は、靜的時間に相對率を乘じたるものに等し。

先きに第一章に於て、運動せる觀測者の用ふる單位は、適當に之れを變更して、光速度が不變となる様に時間を決定すると云つたのは、此の相對率に相當する時間を單位とする事なのである。これ動的時間を相對率で割れば、靜的時間と等しくなるからである。

長さの相對性 死んだ蛇の長さは、時間に關係なくゆる／＼と尺度を當て、是れを測る事が出来るけれども、一直線に進行して居る活きた蛇の長さを測るには、全身に尺度を當て、頭と尾との目盛りを同時に讀まねばならない。然るに同時刻の判斷は、觀測者の立場の如何によりて異なるが故に、其の長さも亦觀測者の立場に由て異なる譯である。これを長さの相對性と云ふのである。稍面倒な計算の結果として次ぎの法則が得られる。

動の長さは、靜の長さを相對率にて除したる商に等し。

但し動の長さは、活きてる蛇の長さに相當し、靜の長さは、死人で居るもの、長さに相當する。而して相對率は1より大きいから、運動体の長さは靜止体の長さより短縮する。換言すれば運動体は其の運動の方向に長さを短縮したものと判斷されるのである。従つて圓板は橢圓に、正方形は矩形として判斷されるのである。これを一にローレンツ短縮と稱する。

第參圖は、時刻、時間、長さの相對性並びにマイケルソン、モーレーの實驗を研究する上に於て、極めて重要なものである。今此の圖に基づきローレンツ短縮の値を計算して見る。

互に直角をなす二方向OA及びOBにOより光を送り、A及びBより光を反射せしめて再びO點に會せしめ、且つO點に在る觀測者は、光がOA及びOBを往復した時間を相等しいと觀測したとする。而して光がOA又はOBを片道だけ進行するに要する時間をもとし、OAの長さを l_0 、OBの長さを l 、

論 説

光速度を c とす。然るときは其の観測者は次ぎの計算によりて直ちに l は l_0 に等しいと判断する。

$$l = ct, \quad l_0 = ct_0, \quad \therefore l = l_0.$$

今右の観測が地球上で行はれたものとし、二重矢の方向が地球の運動方向であるとしたならば、太陽上の観測者は是れをどう判断するだらうか。先づ光が O より B に達するまでには、 B は前進して $O'B'$ の様な位置を取るから、夫れまでに光が進んだ道の長さは OB' である。又歸路には光が B' から O' にもどる間に、 O' は前進して O'' の如き位置を占めるから、其時までに光が退いた道は $B'O''$ である。而して OB は $B'O''$ より長いから、往路に要した時間 t は、歸路に要した時間 t' より大きい。依つて地球の速度を v として光が往復に要した時間を計算すれば、

$$OO' = vt, \quad O'O'' = vt'$$

$$OB' = ct, \quad B'O'' = ct'$$

$$l = OB' - OO' = ct - vt = (c-v)t$$

$$l = B'O'' + O'O'' = ct' + vt' = (c+v)t'$$

$$\therefore t = \frac{l}{c-v}, \quad t' = \frac{l}{c+v}$$

$$t + t' = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2cl}{c^2 - v^2} \dots\dots\dots (1)$$

是れは地上の観測者が、光が OB 間を往復したと考へた時間を、太陽上の観測者が観測した値である。又地上の観測者が、光が OA 間を往復したと判断する時間を b 、太陽上の観測者は、光が $OA'O''$ だけを進行したものとして時間を決定するから、今其の片道 OA' を進む時間を t としてこの値を計算すれば、

$$OA = l_0, \quad AA' = vt, \quad OA' = ct, \quad \angle A = \angle R$$

$$c^2 t^2 - v^2 t^2 = l_0^2, \quad (c^2 - v^2) t^2 = l_0^2$$

$$\therefore t = \frac{l_0}{\sqrt{c^2 - v^2}}, \quad 2t = \frac{2l_0}{\sqrt{c^2 - v^2}} \dots\dots\dots (2)$$

地上の観測者が、光が OB 及び OA を往復するに要した時間が等しいと判断する事は、太陽上の観測者に取りては、光が $OB'O''$ を歩む時間(1)と、光が $OA'O''$ を歩むに要する時間(2)と相等しいと云ふ事に相當して居る。依て次ぎの等式が書ける。従つて l と l_0 との關係が分るのである。

$$\frac{2cl}{c^2 - v^2} = \frac{2l_0}{\sqrt{c^2 - v^2}}, \quad \therefore l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = l_0 \sqrt{\frac{c^2 - v^2}{c^2}}$$

l は地球が運動して居るものとして観測した長さ即ち動的の長さであり、 l_0 は靜的の長さである。依つて動的の長さは靜的の長さを相對率にて除したる商に等しいのである。

右の實驗は、ニュートン力學の危機を醸した所謂マイケルソン、モーレーの實驗に外ならない。但しマ氏の實驗に於ては OA 、 OB の長さを等しく取つたときに、若し地球がエーテルに對して靜止して居るならば、其の間を光が往復する時間は相等しく、又地球がエーテルに對して運動して居るならば(1)と(2)とは相等しくない筈であるとして光の干涉を利用して其の差を求めたのである。然るに其の差が實驗の結果の上に現れなかつたから、地球はエーテルに對して運動して居らぬと斷じたのである。

吾人が運動の相對性を認むるとき、観測者と其の對象との間の相對速度の如何により、其の觀測の結果は各異なるけれども、夫等は悉く相對率と稱する一つの式中に包含されてしまつて、何れの觀測者も其の立場の相違に關係なく總べて同一形式で自然法則を敘述し得る事は、相對性原理の最も著しき特色で

依て本稿に於ては主としてその性質を論ずる。

ある。

已に時間と長さとの性質が分つた上は、其の他の場合は一般に是れを利用して求むる事が出来るのである。以下單に其の結果のみに就いて述べる。

速度の合成 速度 u で地面を走つて居る汽車の中で、其の進行方面に於ける速度で觀測者が走つたとしたならば、觀測者の地面に對する速度はいくらか。是れに對する相對性原理の解式は、長さや時間の判斷が運動に由つて變化する事を考へに入れて居るために稍複雑な形となつて居る。

$$R = u + v + \dots \dots \dots \text{ニュトン力學の公式}$$

$$R' = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}} \dots \dots \dots \text{相對性原理の公式}$$

式中 c は光速、 R 及び R' は合成速度である。今 R' を吟味して見る。

(a) 通常 u 及び v は、光速 c に比して極めて小である。故に 1 に對して $\frac{uv}{c^2}$ を省略すれば、 R' は R と等しくなる。従つてニュトン力學の公式は、相對性原理の公式中に包含されて居る事が分る。

(b) 汽車の速度 u が光速 c に等しい場合

$$R' = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = \frac{c(c + v)}{c + v} = c$$

即ち光速に如何なる速度を加へても、光速を超過する事はない。(第一章ルーメン實驗参照)

(c) u も v も光速に等しい場合

$$R' = \frac{c + c}{1 + \frac{c^2}{c^2}} = \frac{2c}{2} = c$$

これも (b) と比較して當然の結果である。斯くの如く相對性原理に於ける速度合成の公式は、光速の意義をよく表して居るものである。

質量の相對性 質量とは平つたく云へば、物体の有する物質の量と云ふ事である。質量の測り方には二つの方法がある。一つは其の物体の重量を測つて求むるからこれを重力的質量と呼んで居る。他は其の物体に加へた力と、これに由つて生じた加速度との比即ち其の物体の慣性から測る故是れを慣性的質量と稱する。重力的質量と慣性的質量とが常に相等しき測定値を得るものである事はニュトン力學が之を確めて居る。

質量の相對性は 相對性原理に基づいて計算する事が出来るのみならず、直接電子の慣性に就いて實驗する事も出来るのである。其の實驗の主旨は、電子の進路を電池の兩極で挟むのである。然るときは電子は陰極に斥けられ陽極に引かれて其の進路が曲るから、従つて電子が得たる加速度が分る。故にこれと電池の及ぼす力とより電子の慣性的質量が得られるのである。其の結果はよれば、電子の慣性的質量は其の速度と共に増加し其の間の關係は次ぎの如きものである。

動的質量は、靜的質量に相對率を乗じたるものに等し。

今靜的質量を M_0 、動的質量を M 、其の速度を v 、光速度を c とすれば、此の結果は次式で表される。

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = M_0 \times \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

此の式に由て見れば、物体の速度が光速に等しいときは、 M は無限大となる。ニュトン力學に於ては物体の靜止及び運動の如何に拘らず、其の質量は一定不變であるとして居つたから、従つて力を加へれば何程でも速度が増加し得られると云ふ事になるけれども、相對性原理に於ては、物体の質量は其の速

度と共に増加するから、一定の力に對する加速度は漸々小さくなつて、物体の速度は光速度を超過し得ない云ふ結果を得るのである。

質量とエネルギー 質量とエネルギーとが各獨立した量ではなくして、本質的に同一物であると云ふ相対性原理の結論は、頗る注目に値する。物体が運動すれば、物体は其の運動のエネルギーの増加に比例して其の質量を増加すると云ふのである。従つて從來の質量恒存及びエネルギー恒存の二大法則は、全く融合して唯一つの法則となつてしまつたのである。而して斯うした結論は、質量の相対性からの當然の歸結として、次ぎの如く得られたのであつた。

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} = M_0 \times \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{C^2} + \frac{V^4}{C^4} + \frac{V^6}{C^6} + \dots}}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{V^2}{C^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{V^4}{C^4} + \dots$$

$$\therefore M = M_0 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{V^2}{C^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{V^4}{C^4} + \dots \right)$$

式中Vは光速度Cに比して可なり小さいから、其の四乗比以下を省略すれば

$$M = M_0 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{V^2}{C^2} \right) = M_0 + \frac{1}{C^2} \left(\frac{M_0 V^2}{2} \right)$$

$$\therefore M - M_0 = \frac{1}{C^2} \left(\frac{M_0 V^2}{2} \right) \text{ or } C^2 (M - M_0) = \frac{M_0 V^2}{2}$$

最後の式の右邊は、物体が得たる運動のエネルギーを表すものである。又左邊の第二因數は運動による質量の増加を表して居る。光速度Cは一定の數である。故に運動体の質量の増加は、其の運動のエネルギーの増加に比例する事が分る。今此の式を用ひて、質量1瓦に相當するエネルギーを計算すれば次の結果を得。

質量1瓦	
= エネルギー	9×10^{30} エルグ
= 同	$9,18 \times 10^{12}$ キログラム、メートル
= 同	$7,42 \times 10^{11}$ 貫尺
= 熱量	$2,15 \times 10^{13}$ カロリー
= 同	$2,15 \times 10^{10}$ キログラム、カロリー
= 無煙炭	2600 噸の熱熱
= ガソリン	1900 噸の熱熱

重力空間に於ける光線の彎曲 光線は輻射エネルギーが空間を進行する現象であつて、真空中では常に直線に沿うて進行する。然るに前節で述べた様に、エネルギーと質量とが本質的に同一物であるならば、輻射エネルギーも亦重さや情性を有し、質量の大きな物体の近傍に於て強い重力空間を通過するに光線の進路が彎曲する事がないだらうか。アインシュタインは他の原理に基づいて之れを計算し、一九一一年初めてこれを豫言した。時偶歐洲戰亂に際し其の豫言を實驗する暇がなかつたけれども、遂に一九一九年五月二十九日の皆既日蝕に於て、英國の天文學者エッデントン氏等に由つて、西部亞弗利加のプリンシープ島及びブラジルのソブラルに於て實驗される事となつた。その結果として、右の豫言が少しも疑問の餘地なく的中した事が立證されて、アインシュタインの雷名が天下に轟くに至つたのである。

光線が太陽の近傍に於て彎曲すると云ふ事實は、相對性原理の上に可なり大きな影響を與ふるものである。光の波動説によれば、光線が太陽の側に彎曲すると云ふ事は、光の波面の進行速度が、其の内側に於て遅くなる事を意味するのである。然らば則ち重力空間に於ては、光速不變の原理は成立しないこと云ふ結果になるのである。アインシュタインは此のデレンマから免るゝために、遂に光速不變の原理の適用範圍に少しく制限を加へた。即ち物質の存在せざる空間に於ては光速は不變であるけれども、物質が存在するときは光速は變化するものとしたのである。故に光速不變の原理は、特殊相對性原理に於てのみ適用せらるべきものである。

第三章 一般相對性原理

一般相對性原理 特殊相對性原理は、直線等速運動をなしつゝある觀測者の間にのみ成立つ關係であつて如何なる運動に對しても成立つと云ふものでは無い。然るに斯の如く加速度を有する觀測者を除外すると云ふ事は、一般自然現象が相對性を有するや否やを決する上に、大きな穴隙を生ずるのみならず、自然法則が特に選ばれた慣性系の觀測者のみを許容すると云ふ點に於て、認識論の立場からも其の理由を解するに困難を感じるものである。依つて是等の制限を徹廢して、如何なる運動をなしつゝある觀測者の間にも成立つ如き自然法則を求めんとする事が、一般相對性原理の目的である。

一般相對性原理の基礎 特殊相對性原理に於ては、其理論を構成する爲の經驗的基礎として、マックス・エルの電磁光説に於ける光速不變の原理を選び、是れに基づいて時間及び空間を決定した。一般相對性原理に於ては、ニュートン力學に於ける重力的質量と慣性的質量(第二章質量の相對性参照)とが常に相等しき測定値を得ると云ふ事實を経験的基礎とし、此の兩種の質量が相等しき所以の説明を以て出發點として居る。是れが所謂等價原理又は相等假定と稱するものである。今之れを述ぶるに當り、先づ準備

として次ぎの問題を解決して置く。

遠心力 物体に圓運動を爲さしむるには、其れに力を加へて絶えず中心の方に引張る必要がある。然らざれば物体は慣性の法則に従つて圓の切線の方向に飛び去つてしまふからである。故に此の際加へられた力は物体の慣性に打勝つて、物体を切線の上から圓周まで引寄せる仕事をしたのであつて、これを求心力と名付ける。而して斯の如き判斷は、圓の中心にある觀測者に由つて爲されたものである。

更に觀測者自身が圓運動を爲して居る場合を考へて見る。例へば觀測者が自轉車に乗つて圓運動を爲して居るものとせば、觀測者は絶えず其の軌道の外方に抛出される作用を受けるから、其れは此の觀測者に取つては一種の力として判斷される。是れが即ち遠心力と稱するものである。故に此の際加へられたる求心力は遠心力の作用を打消す爲に用ひられたものである。

斯の如く圓の中心に居る觀測者に由つて、慣性と考へられる所のものは、圓周上を運動しつゝある觀測者に取つては、一種の力に相當して居る。故に慣性と力とは、本質的に差違あるものでは無くして、單に立場を異にする觀測者の判斷の相違に過ぎないのである。遠心作用を假想的の力と考へる事は、ニュートン力學に於ても便宜上取扱つて來た。併しながら是れを立派な力であること云ひ切つた事、力と慣性との間には觀測者の立場以外に何等の相違も無いと言明した事、並びに斯うした考へ方を一般重力問題にまで徹底せしめた事に於て、一般相對性原理の特色と偉大さがあるのである。

等價原理 重力が作用する空間では、物体は或る加速度を以て落下する。今斯くの如き重力が作用しない或る空間を想像し、其の空間内に於て、觀測者甲がエレベーターに乗つて重力による加速度と等しい加速度で反對の方向に上昇した場合を考へて見る。彼れの手についた石は、手を離れるや否や、手と石との距離は次第に増加し、石は遂に床板と接觸する。彼れの足と床板との間にも彼れは一種の壓力を感ずる。斯うした彼れの經驗は、彼れが重力の作用する空間に於ける經驗と較べて少しも其の間に差違

を認むる事が出来ないから、彼れは自分と石との相對運動を以て、重力の爲に石が床板の上に落下したのであるとし、床と足との間の壓力は、自己の重量によるものと判斷する。併しながら彼れと運動を共にしない他の觀測者乙の判斷はこれと違つて、床板が石に接觸したのであり、床板が甲の足を押上げたのであつて、石も甲も唯自己の慣性を持つて居るのみであると判斷する。依つて次ぎの重要な結果を得るのである。

物体に對して加速度を有せざる觀測者が、物体の慣性として觀測する現象をば物体に對して加速度を有する觀測者は、物体に重力が作用するものとして觀測する。

是れを等價原理と稱する。等價原理は力學的革命の第一宣言である事を注意せなければならぬ。何となれば從來の力學では、一般に力と以ふ思想に由つて自然現象を説明して來た。然るに等價原理に於ては力の作用とは、加速度を有する觀測者が、物体の慣性を觀測した外貌に過ぎないと思つて居るのであるから、力の觀念を取去つても自然現象の説明に支障はない。即ちあらゆる自然現象は、觀測者が種々の運動狀態の下に觀測した結果であるとして説明し得る事を示す者である、相對性原理の大きな渦卷は、是れからも起つて居るのである。(末章參照)

等價原理に由つて、物体の慣性的質量と重力的質量との相等しき事は、直ちに理解する事が出来る何となれば物体に對して加速度を有する觀測者が、物体の重力的質量として觀測する所のものは、加速度を有せざる觀測者に取つて其の物体の慣性的質量であり、畢竟同一事象に對する觀測者の判斷の相違のみに過ぎないからである。

等價原理と光線の彎曲 吾人は先きに便宜上重力空間に於ける光線の彎曲を第二章に於て述べた。然るに此の現象は、等價原理によれば、重力の作用を考へずして説明し得るものである。第一圖に於て、直線ABが光の等速度運動を表すものとし、CD直線上に等加速度運動をなしつゝある觀測者があつた

とすれば、此の觀測者には、光の進路がOEなる曲線であるとして判斷されるのである。アインスタインは斯うした考へ方に基づいて計算を行ひ、太陽の表面に極めて接近して進行する星の光は、一、七四秒弧だけ彎曲すること、並びに其の角の大きさは、太陽の中心からの距離に反比例する事を見出したのである。而して此の結果が一九一九年の日蝕皆既に於て實證されたのである。

スペクトルの移動 電子說に據れば、物質の原子は、殆ど水素原子に匹敵する質量の陽電性中核の周圍を、水素原子の千八百分の一の質量を有する陰電体即ち電子の幾つかを圍繞して形造られて居るものである。而して物質の發するスペクトルは、其の物質の原子を構成せる電子の振動に由つてに生ずる一種の電磁氣波である。

エネルギーと、質量とは、本質的に同一物である。然らば則ち運動のエネルギーを有する電子の振動の週期が、重力に由つて影響せらるべき事は想像に難くはないのである。電子の公轉の週期が變化すれば従つて光波の振動數も異なる譯である。アインスタインは重力ポテンシャル論より計算して、太陽から發する光の或るスペクトル線を、地球上に於て觀測する場合には、固有の振動數の略百萬分の二だけ遅れる事を示した。然るに目に見ゆるスペクトルの振動數は、望が最大で赤が最小である故に重力空間に於ては、スペクトルは赤の方に移動するものであると云ふ事が出来る。

スペクトルの移動は又等價原理により、加速度を有する觀測者の觀測の結果としても考へる事を得るのである。而して之れを解説するには、先づ次ぎの現象を考へて置く必要がある。

音の高さは發音体の振動數の多少によりて起る。振動數が多ければ、一定時間に耳に入る音波の數も増加する。故に一定時間中に耳に入る音波の數が増すに従つて音は高く聞ける譯である。今鐵道線路に沿へる工場の汽笛を汽車中で聞けば、汽車が其れに近づくに従つて音は高く(強さの外)、汽車が遠ざかるに従つて音は低く聞ける。是れ汽車が近寄る場合には、一つの音波が耳に入つて後、第二の音波が耳

に入るまでの時間が短縮せられ、汽車が遠ざかるときは、其の間の時間が延長するから、従つて一定時間に入る音波の数が増減するによるのである。是れをドップレル効果と稱する。等價原理によるスペクトルの移動の説明は光波のドップレル効果を考ふるものである。即ち或る観測者が加速度を持つて光源から遠ざかる場合には、ドップレル効果により、一定時間に目に入る光波の数が減少する譯である。目に入る光波の数が減少したことは、光波の振動数が減少したと同一効果を呈する。依つてスペクトルは赤の方に移動するのである。

萬有引力 總べての物體は互に相引く。而して二物體の間の引力の強さは、各物體の質量の積に比例し、距離の二乗に反比例す。是れがニュートンの萬有引力の法則であつたのである。電氣及び磁氣に關しても是れと同じ形の法則が得られて居る。併しながら電氣磁氣に關する法則と萬有引力の法則との間には其の性質の上に根本的な相違があるのである。何となれば電氣力や磁力に對しては、適當の方法を以てすれば是を遮斷し絶縁する事が出来るけれども、萬有引力に於ては少しも斯くの如き性質は認められない。又物質の種類の如何に拘らず全く同一の加速度を起すと云ふ事も萬有引力の特色である。是等の事實から考へて見ると、萬有引力と云ふものは、物質夫自身が有する特殊の性質では無くして、等價原理で述べた如く、観測者の立場による判断の相違から、恰も引力が働く様に表れたものではないかと云ふ事が考へられるのである。依てアインスタインは、等價原理を適用して、萬有引力も亦加速度を有する観測者が、物體の慣性を観測した結果に外ならずとし、末節に述べる如き、空間の彎曲と云ふ觀念に基づいて其の値を計算した。是れがアインスタインの新萬有引力法則である。

ニュートンの萬有引力法則によれば、惑星の軌道は一般に太陽を焦點とした橢圓である。従つて太陽と惑星とを結ぶ直線即ち惑星の動徑の長さは、或る極小の値より漸々増加して極大の値に達し、次ぎに減少を始めて再び極小の値に復する。動徑が極小となる如き軌道上の一點は即ち近日點である。惑星が近日

點から近日點まで達するに當り、其の動徑は三百六十度の角を廻るのである。然るに観測の結果によれば此の角は三百六十度とは多少異つて居るのが常である。而して是等は他の惑星の影響によるものとして考へられて來た。併しながら水星の場合に於ては、観測と計算との差が百年に付四十三秒程あつて、此の影響を及ぼす原因が舊引力法則からは解釋する事が出来ないために、長年月間一大疑問として殘されて來たのである。然るに新萬有引力法則は、惑星が近日點から近日點に達するまでに其の動徑が畫く所の角は三百六十度に對して次式で與へられただけの差がある事を示して居る。但し a は軌道の長半徑 T は週期 c は光速度 e は橢率である。

$$360^\circ \times \frac{12 \pi^2 a^3}{T^2 c^2 (1-e^2)}$$

此の式を水星の近日點移動の場合に適用すれば、観測の結果と極めてよく一致する事を認むるのである。是に由て觀れば、ニュートンの萬有引力法則は、單に萬有引力の第一近似値を與ふるものである。故に惑星の近日點移動の問題を研究するには、新萬有引力法則によつて其の第二近似値までを取る必要があるのである。

相對性原理と數學 以上三章に涉つて、相對性原理の力學的内容に關する梗概を述べた。而して是等は相對性原理の彼岸に到達すべき若干の橋杭に相當するのである。更に數學の桁梁に由つて是等を連結すべき重要な仕事が残つて居る。併しながら今之れを本誌上に於て解説すべき餘裕を持たない。依つて以下其の重なる二三の事項に就いて略述する。

時空(又は世界) 運動の相對性を徹底せしめんとする相對性原理の下に在つては、其處に絶對的な静止を意味する何物をも持たない。物體の状態は唯運動あるのみである。運動せる物體の位置は、何處にあつただけではきまらない。同時に必ず何時あつたかを指示せなければならぬ。然らざれば物體の位

置は變じてしまつて居る。

一般の幾何學に於ては、通常は空間の運動を考へて居ないから、何時と何處とを切離して、單に何處だけを考へる事も出来るけれども。相對性原理の下に於ては、何時と何處とは原理的に結び付いて居るから、是れを切離したら意味がなくなつてしまふのである。斯くの如く何時と何處とを同時に考へたもの、換言すれば運動物體の位置を考へたものが一般に時空又は世界と稱するものである。

單に何處と云ふだけを考へたものは空間である。何時と何處とを同時に考へたものは世界である。故に空間と世界とは異り、運動を考へた空間が世界なのである。これを通常、時間と空間との融合したものが世界と云ふのである、と云ふ様な嚴めしい言語で述べて居る。

四次元空間 空間は前後、上下、左右の三方向に廣がつて居る。即ち空間は三次元のものである。斯くの如き空間に於ては、一點の位置を示すに三つの要素が要る。例へば或る位置から前方に三尺、其れより右方へ二尺、其處から又上方に五尺と云ふ様な三つの長さを要する如きである。是等の要素を其の點の座標と名付ける。一點の座標は必ずしも長さのみに限つたものではない。故に長さを座標としたときは特に之れを線座標と呼ぶ事がある。同様に二次元空間では一點の位置を示すに二つの線座標が要り一次元空間では唯一つの線座標で足りる。今此の論法を逆に進めて行けば、一點の位置が一つの線座標で定まる空間は一次元空間である。二つ要れば二次元、三つ要れば三次元、從つて一點の位置を決定するに四つの線座標を要する空間は四次元空間である。併しながら吾人は四次元空間の何物たるかを知らない。又敢て直接知るを要しないのである。吾人の知るを要するものは現實的な四次元世界であつて、決して非現實的な四次元空間ではない。相對性原理に對する恐怖病は、往々にして此の四次元世界と四次元空間との混同から起る事がある。是れ特に本節を設くる所以である。

四次元世界 吾人が認識する所の空間は三次元のものである。故に一點が何所にあるかを示すには三

つの線座標が要る。然らば何時と何處とを同時に表すには、三つの線座標の外、尙時間座標一つを加へなければならぬ。吾人が認識する所の三次元の空間内に於て、運動する一點の瞬間の位置を表すには常に斯くの如き四つの座標が要るのである。依つて此の世界を四次元世界と云ふのである。然らば則ち四次元世界なるものは、全く現實の世界である。吾人の活動する世界がそれであり、自然現象の行はるゝ世界が其れである。決して恐しい者でも何でもないのである。

四次元世界の模型 寫眞は三次元空間の縮圖であり、同時に或る時刻を持つて居る。故に若し吾人の一生を間斷なく活動寫眞に撮り、是れを一枚づつ次第に積み重ねて行つたならば、それは矢張り三次元空間で、然も其の高さは時間を表示する事になるから、全體が四次元世界である。而して其の一枚一枚は四次元世界の截斷圖に相當し、各何時と何處即ち時刻と場所とを同時に表すものである。

寫眞の代りにセルロイド人形の様なものを一つ／＼外側に被せて行つたと考へてもよい。人形夫自身は三次元空間で、中心から外側までの厚みは時間を表はして居るから、全體は矢張り四次元世界である。而して其の一つ／＼の人形は、四次元世界の一瞬間の状態である。

球狀の眞珠を取つて考へれば最もよく四次元世界の觀念が得られる。三次元空間としての眞珠の實質の増加(即ち運動)の模様がよく分る上に、其の微密に重つた石灰層は、時の推移を精細に表して居るからである。

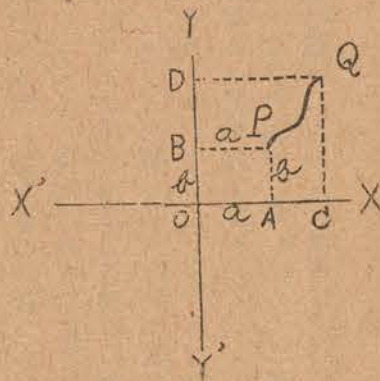
四次元世界と假定した球狀眞珠の中心から一つの直線を引たいものとし是れを其の截斷圖と名付ける。然るときは此の直線は眞珠の各層と直角に交るから、其の交りに由つて表面の移動の模様を知る事が出来る。然るに若し眞珠が多少歪んで居るときは、中心から各層に直角になる様に引いた線は、一直線とならない。歪んだ眞珠の各層の移動の模様は此の種の曲線と石灰層との交りから知る事が出来るのである。依つて一般に斯くの如き線を截斷圖と稱する。

世界點及び世界線 鐵道線路上にある汽車の位置を示すには、某停車場から線路に沿うて幾哩と云ふ様に表す事が出来る。同様に直線 $X'X$ 上の一畫點 A の位置は、第四圖に示す如く $X'X$ 上の他の點例へば O から、此の線に沿うて測つた長さ a で表し得るのである。此の際 O を原點、 a を A 點の座標、 $X'X$ を座

第四圖



第五圖



標軸或は單に軸と云ひ、全組織を座標系と稱する。

一次元空間に於ける一點の位置は右の如く表示する事が出来るけれども、其の點が一次元空間に於て運動せる場合即ち二次元世界の點に於ては、是れを表示するに尙一つの座標即ち時間座標が要る。依つ

て座標軸も二つを要する事となる。通常時間座標軸は、原點を過つて空間座標軸 $X'X$ に直角に取る。第五圖に於ける $Y'Y$ はそれに相當する。斯の如き座標を用ひて、一點 A が b なる時刻に於て、 $X'X$ 線上原點 O から a なる距離にある事を示すには、時間軸上に時間 b に比例する長さ OB を取り空間軸上には距離 a に等しき長さ OA を取り、 OA と OB とを二邊とする平行四邊形を作り、其の一つの頂點 P を以て表すのである。即ち P 點は、一點 A が b なる時刻に於て、 $X'X$ 線上 O より a なる距離にある事を示すものである。 P を名付けて運動點 A の世界點と稱す。

點が $X'X$ 線上を A から C まで運動したときに、其の途中に於ける各瞬間の位置の世界點の軌跡は一般に PQ の如き曲線となる。斯の如き世界點の軌跡を世界線と云ふ。第六圖に於ける世界線 PQ は、 B 、 D なる時間に一點が A から C まで運動した事を表すものである。而して PQ が直線なる時は、 AC 上の運動は等速運動である。又 PQ が時間軸に平行なるときは空間軸上の點は静止して居るのであり、 PQ が曲線ならば AC の運動は不等速運動である。故に世界線の形によつて空間軸上の運動を判斷する事が出来る。

四次元世界の研究法 眞珠球の表面の移動の模様は、其の截斷線上に表れて来る。換言すれば面上の一點は截斷線上を運動するのである。故に此の截斷線を空間軸とし、是と時間軸とから成る座標系を用ふれば、其の運動の世界線が分る。従つて前後、上下、左右の各方向に於ける截斷線に就いて其と同様な研究を行ひ、是等の結果を綜合すれば、眞珠球の全體の模様を知る事が出来るのである。但し至んで居る眞珠の截斷線は一般に直線としないから、是を空間軸としたときの座標面は一般に曲面となる。座標面が平面である座標系はカルテ座標、座標面が曲面であるものはガウス座標系と稱する。

一般四次元世界の研究法も以上と異つた事はない。即ち三次元空間に於ける三つの空間座標軸の一つと時間軸とから成る座標系を用ひて次第に斷面的研究を續けて行くのである。而して吾人が是れ迄觀測者と云ふ言葉で述べて來た所のものは、何れも斯くの如き座標系を意味するものである。